

Marcos Carneiro de Andrade

Orientador: Prof. Arnaldo de Albuquerque Araújo (UFMG – Brasil)

Co-orientador: Prof. Gilles Bertrand (ESIEE – França)

*UM MÉTODO TOPOLÓGICO DE SEGMENTAÇÃO DE  
IMAGENS POR ATRIBUTOS*

Tese apresentada ao Departamento de  
Ciência da Computação do Instituto de  
Ciências Exatas da Universidade Federal de  
Minas Gerais, como requisito parcial para  
obtenção do grau de Doutor em Ciência da  
Computação

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Instituto de Ciências Exatas

Departamento de Ciência da Computação

Belo Horizonte

1998

## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

## Agradecimentos

A possibilidade de realizar um trabalho, como a elaboração de uma tese de doutorado, representa um exercício intelectual, dos mais interessantes. É inegável que a boa condução de um trabalho de tese, requer da parte de quem o realiza, seriedade, dedicação, sacrifícios, paciência, etc. Mas é, também, certo que seu sucesso só é completo quando se encontra cooperação. Dessa maneira, gostaria de agradecer a todos que deram sua contribuição e fazer alguns agradecimentos especiais: aos meus pais pelos valores indispensáveis a uma boa formação mental, cultural e ética; à minha esposa e filhas que aceitaram, com desprendimento e sacrifícios pessoais, a opção de viver no exterior durante o estágio que realizei na ESIEE; aos Profs. Arnaldo de Albuquerque de Araújo e Gilles Bertrand meus orientadores no Brasil e na França, que aceitaram a tarefa de me orientar e o fizeram de forma objetiva me permitindo concluir com êxito este trabalho; aos examinadores, Profs. Drs. Fernando Soares Lameiras, Gerald Banon, Mário Fernando Campos Montenegro e Neucimar Jeronimo Leite, aos colegas do CDTN, do DCC-UFMG e da ESIEE pelas infindáveis sugestões, críticas e pela cooperação diária que inegavelmente contribuíram para a boa condução da tese; ao CDTN e à CNEN que consentiram e estimularam a execução desta tese como um projeto interno; à ESIEE pela oportunidade de desenvolver este trabalho no Laboratoire Signal et Parole, ao CNPq, à CAPES e à FAPEMIG pelo apoio financeiro indispensável; aos Professores do Departamento de Ciência da Computação - DCC da UFMG pela dedicação e estímulo constantes.

# Índice

<b>FOLHA DE APROVAÇÃO</b>	<b>2</b>
<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>3</b>
<b>ÍNDICE</b>	<b>4</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>7</b>
<b>ÍNDICE DE TABELAS</b>	<b>10</b>
<b>RESUMO</b>	<b>11</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>12</b>
<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1. A CARACTERIZAÇÃO DE MATERIAIS.	15
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	18
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>20</b>
<b><i>TÉCNICAS DE SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS:</i></b>	<b>20</b>
<b><i>PROBLEMAS E PARTICULARIDADES</i></b>	<b>20</b>
2.1. INTRODUÇÃO	20
2.2. SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS POR SIMULAÇÃO DE IMERSÃO	24
2.2.1. IRREGULARIDADES NAS BORDAS DAS REGIÕES	27

2.2.2 MÍNIMOS LOCAIS E SUPERSEGMENTAÇÃO.	29
2.3. SUMÁRIO E CONCLUSÕES	33
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>34</b>
<i>SEGMENTAÇÃO,</i>	<b>34</b>
<i>TRANSFORMAÇÕES MORFOLÓGICAS E TOPOLÓGICAS</i>	<b>34</b>
3.1. A TRANSFORMAÇÃO WATERSHED	34
3.1.1. IMPLEMENTAÇÕES	37
3.1.1.1. O ALGORITMO NÃO HIERÁRQUICO PROPOSTO POR VINCENT [VINCENT-90], [VINCENT-92A]	37
3.1.1.2. O ALGORITMO HIERÁRQUICO PROPOSTO POR MEYER	38
3.2. A ABERTURA POR ATRIBUTOS	39
3.3. O MÉTODO TOPOLÓGICO DE SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS PROPOSTO POR BERTRAND, COUPRIE E EVERAT.	40
3.4. A TRANSFORMAÇÃO <i>DINÂMICAS</i> [GRIMAUD-91], [GRIMAUD-92]	42
3.5. A TRANSFORMAÇÃO <i>WATERFALL</i>	52
3.5.1. O PRINCÍPIO DA TRANSFORMAÇÃO <i>WATERFALL</i>	52
3.5.2 UM ALGORITMO EFICAZ BASEADO NA RECONSTRUÇÃO [BEUCHER-94]	55
3.6. AS TRANSFORMAÇÕES H-MÍNIMA, H-MÁXIMA, H-CONVEXA, H-CÔNCAVA	58
3.7. A TRANSFORMAÇÃO <i>RH-EXTREMA</i>	61
3.8. AS FUNÇÕES DE EXTINÇÃO E AS ÁRVORES DE FUSÃO	62
3.9 SUMÁRIO E CONCLUSÕES	63
<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>64</b>
<i>UM MÉTODO TOPOLÓGICO DE SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS POR ATRIBUTOS</i>	<b>64</b>
4.1. INTRODUÇÃO	64
4.2. O MÉTODO PROPOSTO	65
4.2.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	74
4.2.2. IMPLEMENTAÇÃO	86
4.3. SUMÁRIO E CONCLUSÕES	90
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>91</b>
<i>UM PARALELO ENTRE MÉTODOS DE SEGMENTAÇÃO</i>	<b>91</b>
5.1 INTRODUÇÃO	91
5.2. SUMÁRIO E CONCLUSÕES	94
<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>95</b>
<i>APLICAÇÕES</i>	<b>95</b>

<b>6.1. APLICAÇÃO À SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS CERAMOGRÁFICAS</b>	<b>95</b>
6.1.1. ERROS E PARTICULARIDADES DO MÉTODO.	107
<b>6.2. APLICAÇÃO À SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS BIOLÓGICAS</b>	<b>110</b>
6.2.1. QUANTIFICAÇÃO DO ENDOTÉLIO DA CórNEA.	110
6.2.2. EXEMPLO DE APLICAÇÃO À RADIOLOGIA	111
6.2.3. EXEMPLO DE APLICAÇÃO À BOTÂNICA	111
6.2.4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO À HISTOLOGIA	111
<b>6.3. SUMÁRIO E CONCLUSÕES</b>	<b>116</b>
<b><u>CAPÍTULO 7</u></b>	<b>117</b>
<b><u>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</u></b>	<b>117</b>
<b><u>APÊNDICE</u></b>	<b>119</b>
<b>A.1. AS CLASSES DE TRANSFORMAÇÕES MORFOLÓGICAS</b>	<b>119</b>
<b>A.2. NOTAÇÃO</b>	<b>120</b>
<b>TRANSFORMAÇÕES MORFOLÓGICAS COM CONJUNTOS</b>	<b>120</b>
<b>TRANSFORMAÇÕES MORFOLÓGICAS COM FUNÇÕES</b>	<b>121</b>
<b>DEFINIÇÕES</b>	<b>122</b>
<b><u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u></b>	<b>133</b>
<b><u>PESQUISADORES E INSTITUIÇÕES CONSULTADOS</u></b>	<b>140</b>
<b>Pessoais</b>	<b>140</b>
<b>Institucionais</b>	<b>140</b>
<b><u>ÍNDICE REMISSIVO</u></b>	<b>141</b>

# Índice de Figuras

Figura 1. A etapa inicial de um procedimento de caracterização digital é a segmentação.....	15
Figura 2. Exemplos de micrografias: (a) grãos de óxido de urânio, (b) células do endotélio da córnea humana, (c) inonel (metal), (d) bolhas em domínios magnéticos, (e) liga metálica, (f) amostra geológica de albitito. ..	17
Figura 3. Amostra de óxido de urânio. A imagem original, em níveis de cinza, exibe diversos grãos (regiões mais claras) separados por bordas de pequena espessura (regiões mais escuras).....	24
Figura 4. Imagem vista como relevo topográfico. Representação tridimensional da imagem da Figura 3. ....	25
Figura 5. Imagem representada como relevo. Seção transversal (perfil unidimensional) de uma imagem em níveis de cinza, imersa a partir de pontos preferenciais. ....	26
Figura 6. Imagem representada como relevo: (a) imagem em níveis de cinza vista como um relevo inundado a partir de seus mínimos, (b) conjunto de bacias de captação resultante da imersão.....	27
Figura 7. Exemplos de bordas tênues nas área demarcadas. ....	28
Figura 8. Vista em detalhe da Figura 7. Bordas tênues, resultantes do rebaixamento de parte do seu perfil, separam os grãos no centro da imagem.....	28
Figura 9. Bacias, suas bordas e seus possíveis perfis: (a) situação ideal, (b) perfil com trecho rebaixado, (c) perfil com trecho de altitude nula. ....	29
Figura 10. Negativo da imagem original. Os grãos ( <i>bacias</i> ) aparecem como regiões mais escuras delimitadas por bordas ( <i>linhas de partição de águas</i> ) mais claras. ....	30
Figura 11. Superposição dos mínimos locais (pontos brancos) sobre o negativo da imagem negativo. ....	30
Figura 12. Superposição dos mínimos locais sobre um trecho da imagem negativo. ....	31
Figura 13. Segmentação excessiva. Resultado da aplicação direta da transformação <i>watershed</i> sobre o negativo da imagem original. ....	31
Figura 14. Vista em detalhe da Figura 13. Excesso de mínimos locais e as respectivas bacias de captação, no interior de cada região de interesse.....	32
Figura 15. Procedimento de segmentação com a transformação <i>watershed</i> . [Vachier-95].....	35
Figura 16. Construção de diques entre as bacias de captação $b_i$ , durante a imersão do relevo. ....	36
Figura 17. Resultado da aplicação dos <i>kernels</i> : (a) imagem original, (b) mínimos da imagem original, (c) <i>kernel</i> homotópico da imagem original, (d) mínimos do <i>kernel homotópico</i> , (e), <i>kernel de nivelamento</i> da imagem original, (f) mínimos do <i>kernel de nivelamento</i> . ....	41
Figura 18. Segmentação topológica: (a) imagem original, (b) resultado obtido com o método topológico apresentado por Bertrand et al. ....	41
Figura 19. Perfil unidimensional. Diversos mínimos locais e as respectivas bacias de captação. ....	42
Figura 20. Presença de ruído no interior de uma bacia regional: (a) perfil sem ruído, (b) mesmo perfil com ruído, vários mínimos [Grimaud-91].....	42
Figura 21. A profundidade <i>trivial</i> de uma bacia de captação não é adequada para quantificar o contraste das estruturas: (a) perfil sem ruído, (b) perfil com ruído [Grimaud-91].....	43
Figura 22. Definição da profundidade de um mínimo sobre um perfil arbitrário. A dinâmica de um mínimo $m$ é igual à menor das dinâmicas de todos os caminhos que levam a bacias cujas altitudes são mais baixas que a de $m$ [Grimaud-91]. ....	44
Figura 23. Dinâmicas para todos os mínimos do perfil [Grimaud-91].....	45
Figura 24. Limiarização das dinâmicas da Figura 23 [Grimaud-91].....	45
Figura 25. Seleção das bacias mais significativas por limiarização das dinâmicas [Grimaud-91].....	46
Figura 26. A presença de ruído no interior de uma bacia altera o valor da sua dinâmica: (a) vista topográfica, (b) vista em perfil unidimensional. ....	47
Figura 27. Variações locais de intensidade sobre as bordas da bacia produzem valores de dinâmica errôneos: (a) borda ideal com dinâmica normal, (b) borda com perfil rebaixado e dinâmica reduzida, (c) borda interrompida e dinâmica nula.....	47
Figura 28. Bacia regional marcada por mais de um mínimo de dinâmica importante [Grimaud-91]. ....	48
Figura 29. Imersão realizada a partir de todos os mínimos da imagem. ....	49
Figura 30. Cálculo de dinâmicas para as bacias vizinhas $b_4$ e $b_6$ . A dinâmica da bacia $b_6$ , cujo mínimo é mais alto, é calculada como a diferença entre o nível corrente da água e a altitude do mínimo $m_6$ [Grimaud-91]. ....	49
Figura 31. Cálculo de dinâmica para bacias de mesma altitude. Se as águas de duas bacias entram em contato, a bacia de menor área (lâmina d'água) é absorvida e a dinâmica do seu mínimo calculada [Grimaud-91].....	50
Figura 32. Segmentação a partir da transformação dinâmicas: (a) imagem original, (b) negativo da filtragem alternada sequencial da imagem original, (c) mínimos da imagem filtrada, (d) dinâmicas de cada mínimo, (e)	

limiarização das dinâmicas para obtenção de marcadores, (f) segmentação obtida com o algoritmo watershed de Meyer. ....	51
Figura 33. Resultado da aplicação direta da transformação <i>watershed</i> à função <i>f</i> . ....	53
Figura 34. Resultado da aplicação direta da transformação <i>watershed</i> à função <i>f</i> , considerando-se apenas os marcadores $m_1$ , $m_3$ e $m_4$ [Beucher-94]. ....	53
Figura 35. Mínimos significativos e respectivas bacias de captação [Beucher-94]. ....	54
Figura 36. Preservação de bacias de importância secundária pela transformação <i>waterfall</i> . ....	56
Figura 37. Segmentação a partir da transformação <i>waterfall</i> : (a) imagem original, (b) imagem obtida após a aplicação da Equação 3-3, (c) reconstrução geodésica da imagem a partir de (b), (d) segmentação obtida com a transformação <i>waterfall</i> sem filtragem, (e) segmentação obtida com a transformação <i>waterfall</i> e filtragem ASF. ....	57
Figura 38. Segmentação obtida a partir da transformação <i>h-convexa</i> : (a) imagem original, (b) resultado da filtragem seqüencial alternada de tamanho 3, (c) domos extraídos com o parâmetro $h = 30$ , (d) limiarização de c, (e) rotulação de d, (f) resultado da segmentação. ....	60
Figura 39. Segmentação interativa realizada a partir de funções de extinção e árvores de fusão [Vachier-95]. ....	62
Figura 40. Procedimento de segmentação com o método ABA. ....	67
Figura 41. Profundidade de uma bacia de captação: (a) imagem e uma linha arbitrária, (b) perfil de linha. Informalmente, a profundidade de uma bacia de captação é a diferença de altitude entre o nível corrente de inundação e a altitude do seu mínimo. ....	68
Figura 42. A marcação do fundo de uma bacia é postergada até que sua área ultrapasse o limiar de área. ....	69
Figura 43. Bacias vistas como superposição de limiares sucessivos no complemento da imagem em níveis de cinza. ....	70
Figura 44. Perfil arbitrário da imagem de óxido de urânio da Figura 3. ....	71
Figura 45. Segmentação com método ABA. Resultado, ao final da imersão, para o atributo área. ....	71
Figura 46. Segmentação com método ABA. Resultado, ao final da imersão, para o atributo profundidade. ....	72
Figura 47. Segmentação com método ABA. Resultado, ao final da imersão, para os atributos área e profundidade. ....	72
Figura 48. Seqüência de absorções para diversos níveis $h$ do atributo profundidade. ....	73
Figura 49. A imagem em níveis de cinza vista como uma superposição de seus limiares sucessivos. ....	74
Figura 50. Distância geodésica. ....	78
Figura 51. Zonas de influencia geodésica dos $C_i$ em $A$ . ....	79
Figura 52. As bacias da imagem como uma superposição de limiares sucessivos. ....	80
Figura 53. Relações de inclusão entre $Y$ e $Y \cap X_{h_{\min}}$ durante a imersão [Adaptada de Vincent-90]. ....	81
Figura 54. Relações recursivas entre os níveis de imersão sucessivos $h$ e $h+1$ [Adaptada de Vincent-90]. ....	82
Figura 55. Agregação de: (a) pontos, (b) componentes conexos no nível $X_{h+1}$ . ....	84
Figura 56. Possíveis seqüências de absorções das bacias de captação numa imagem com 256 níveis de cinza. ....	89
Figura 57. Comparação entre os resultados obtidos com as transformações: (a) imagem original, (b) segmentação realizada a mão, (c) união de bacias por atributos, (d) <i>dinâmicas</i> , (e) transformação <i>h-convexa</i> , (f) <i>waterfall</i> . ....	93
Figura 58. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 1 (URA2.BMP): (a) imagem original de óxido de urânio, (b) negativo da imagem original, grãos representados como bacias de captação isoladas por linhas de separação de águas, (c) mínimos locais da imagem negativo, (d) supersegmentação resultante da aplicação direta da transformação <i>watershed</i> à imagem bruta. Esta situação equívale a segmentar a imagem com atributos <i>área</i> = 0 e <i>profundidade</i> = 0, no método ABA. Cada mínimo local produz uma bacia de captação própria, (e) superposição da segmentação obtida considerando-se apenas o atributo <i>área</i> = 60 sobre a imagem original. Bordas tênues corretamente detectadas e áreas menores eliminadas, (f) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ....	97
Figura 59. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 2 (DU1006.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos <i>área</i> = 6 e <i>profundidade</i> = 12, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ....	99
Figura 60. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 3 (DU1003.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos <i>área</i> = 8 e <i>profundidade</i> = 8, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ....	100
Figura 61. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 4 (DU356.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos, <i>área</i> = 30 e <i>profundidade</i> = 15, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ....	101

Figura 62. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 5 (DU1261.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 12 e *profundidade* = 10, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ..... 102

Figura 63. Segmentação realizada com método ABA para a amostra 6 (UGD098.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 20 e *profundidade* = 5, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ..... 103

Figura 64. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 7 (URANGADO.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 4 e *profundidade* = 8, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ..... 104

Figura 65. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 8 (UO2.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 17 e *profundidade* = 37, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ..... 105

Figura 66. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 9 (UGD106.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 12 e *profundidade* = 8, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho). ..... 106

Figura 67. (a), micrografia de liga metálica. (b), negativo da imagem original. (c), gradiente da imagem original. (d), segmentação obtida a partir da imagem negativo. As áreas dos poros intersticiais são repartidas entre os grãos. (e), segmentação obtida a partir da imagem gradiente. Os poros intersticiais são preservados..... 109

Figura 68. Segmentação realizada com o método ABA: (a) células do endotélio da córnea humana, (b) superposição do resultado para os atributos *área* = 55 e *profundidade* = 5 , sobre imagem original (c) segmentos em excesso (vermelho) e segmentos em falta (azul)..... 113

Figura 69. Segmentação realizada com o método ABA: (a) imagem radiográfica de um dedo, (b) gradiente morfológico da imagem original, (c) superposição do resultado para o atributo *área* = 60 sobre a imagem original, (d) resultado para o atributo *área* = 60. .... 113

Figura 70. Segmentação realizada com o método ABA: (a) amostra de fibras vegetais, (b) resultado para os atributos *área* = 30 e *profundidade* = 7, (c) amostra de fibras vegetais, (b) resultado para os atributos *área* = 444 e *profundidade* = 0. .... 114

Figura 71. Segmentação realizada com o método ABA: (a) imagem de fibras musculares [Micromorph-96], (b) superposição do resultado para o atributo *profundidade* = 30 sobre a imagem original, (c) erros para o atributo *profundidade* = 30, (d) superposição do resultado para o atributo *área* = 2000 sobre a imagem original e (e) erros para o atributo *área* = 2000..... 115

Figura 72. Dilatação de um conjunto X por elementos estruturantes diferentes. .... 123

Figura 73. Abertura morfológica de um conjunto X. .... 126

Figura 74. Abertura por reconstrução de um conjunto X. .... 126

Figura 75. Exemplo de abertura conexa binária. (a), imagem original X e o ponto de coordenada p, indicado pela interseção das linhas tracejadas. (b), resultado da abertura conexa  $\Gamma_p(X)$  . Somente o componente marcado por p é preservado. .... 129

## Índice de Tabelas

Tabela 1. Pseudo-código para a função agregação das bacias de captação. ....	86
Tabela 2. Pseudo-código para a transformação <i>watershed</i> [Vincent-90].....	87
Tabela 3. Custo computacional experimental da função agrega para o conjunto de nove micrografias de óxido de urânio, apresentado no Capítulo 5. ....	89
Tabela 4. Paralelo entre os principais métodos de segmentação do capítulo 3.....	94
Tabela 5. Tempo de execução para as amostras de material cerâmico. ....	107
Tabela 6. Segmentos incorretamente detectados pelo método ABA. ....	108
Tabela 7. Propriedades das classes de transformações morfológicas para conjuntos e funções. ....	120
Tabela 8. Convenção utilizada neste texto.....	120
Tabela 9. Notações e definições para operações básicas com conjuntos.....	121
Tabela 10. Notações e definições para operações geodésicas com conjuntos.....	121
Tabela 11. Notações e definições para transformações morfológicas básicas com funções.....	121
Tabela 12. Notações e definições para transformações geodésicas com funções.....	122
Tabela 13. Endereços eletrônicos de pesquisadores consultados.....	140
Tabela 14. Endereços eletrônicos de instituições consultadas.....	140

## RESUMO

Esta tese apresenta um novo método topológico de segmentação de imagens digitais por agregação de bacias a partir de seus atributos geométricos, denominado *método ABA (agregação baseada em atributos)*. O método inspira-se nas transformações *watershed* e *dinâmicas*. Sua base teórica fundamenta-se na Topologia Digital e na Morfologia Matemática. Possui aplicação geral e está orientado à segmentação em *regiões de interesse*. Trata as *imagens em tons de cinza* como um *relevo topográfico* gradualmente imerso. Segmenta imagens por simulação discreta de um processo de imersão que origina um conjunto de *bacias de captação*. As bacias são seletivamente agregadas através de regras elementares, baseadas nos seus atributos geométricos: *profundidade, área e volume*. A agregação é realizada hierárquicamente através de duas operações topológicas básicas sobre os *componentes conexos* da imagem. A completa imersão do relevo produz a imagem segmentada. Apresentam-se aplicações do método à segmentação de imagens visando-se a quantificação microestrutural de combustíveis nucleares e de células do endotélio da córnea.

## ABSTRACT

This thesis presents a new topological image segmentation method based on the geometric attributes of catchment basins, the *ABA method (attribute based absorption)*. The method was inspired on the *watershed* and *dynamics* transformations. Its theoretical background is based on Digital Topology and Mathematical Morphology. It has broad application and is oriented to *segmentation into regions of interest*. It treats *gray level images* as a *topographic relief* which is gradually filled with water. The image segmentation is achieved by discrete flooding simulation which gives rise to a set of *catchment basins*. These basins are selectively merged by a set of elementary rules, based on their geometric attributes: *depth, area and volume*. Merging is accomplished through a hierarchical process by applying two basic topological operations on the *connected components* of the image. The complete relief immersion produces the segmented image. Some applications of the ABA method emphasizing the segmentation of images aiming the quantification of the microstructure of nuclear fuel and corneal endothelial cells are presented.

# Capítulo 1

## Introdução

A partir de 1991, a Supervisão de Física Aplicada e Técnicas Especiais do CDTN<sup>1</sup> deu início ao desenvolvimento de analisadores de imagens [Pujol-92], [Andrade-93] e [Pinto-96] que dispusessem de recursos não oferecidos nos analisadores comerciais, principalmente, código fonte aberto, visando atender suas necessidades presentes e futuras.

Esse projeto motivou a elaboração de um método de *segmentação*<sup>2</sup> de imagens dirigido, inicialmente, ao controle de qualidade de materiais nucleares. Entretanto, a possibilidade de se aplicar técnicas de quantificação de materiais nucleares a outros tipos de imagem, que requerem uma etapa de segmentação com problemas semelhantes, representou um incentivo adicional.

Este estudo deu origem a um novo método de segmentação de imagens em níveis de cinza [Andrade-96], [Andrade-97], denominado *método topológico de segmentação de imagens por agregação de bacias de captação com base em seus atributos geométricos, ou resumidamente, transformação ABA*<sup>3</sup>.

A transformação ABA inspira-se nas metodologias do Centre de Morphologie Mathematique [CMM] e da École Supérieure d'Ingénieurs en Électroctonique et Électronique [ESIEE]. Tem seus fundamentos estabelecidos na Topologia Digital [Kong-89] e na Morfologia Matemática [Serra-82], [Serra-88] e deriva, em particular, das transformações *watershed* [Vincent-90] e *dinâmicas* [Grimaud-91].

A transformação ABA concentra-se na segmentação de imagens em *regiões de interesse*, ou seja, regiões da imagem que representam objetos significativos do ponto de vista da aplicação. Nas aplicações que ilustram este texto, por exemplo, as regiões de interesse podem representar

---

<sup>1</sup> CDTN - Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear.

<sup>2</sup> A segmentação é definida na seção 2.1.

<sup>3</sup> ABA é a sigla para agregação de bacias por atributos.

as *células* de um tecido ou seus *componentes* individuais, as *fases* de uma liga metálica, os *grãos* ou *poros* de uma cerâmica, *etc.* Aplica-se a transformação ABA a quaisquer classes de imagens onde se procure extrair regiões de interesse, sem restrições quanto ao seu tipo, à sua escala ou aos seus objetos. Exemplos significativos de *micrografias*<sup>4</sup> utilizadas nesta tese estão disponíveis nas páginas: <http://urano.cdtm.br/~mca>, <http://www.npd.dcc.ufmg.br>.

Para segmentar imagens, a transformação ABA simula um processo discreto de imersão. A simulação de imersão, por sua vez, trata a *imagem digital em tons de cinza* como um *relevo topográfico*<sup>5</sup> gradualmente imerso a partir dos seus mínimos, que se supõem *perfurados*.

A imersão produz diversas *bacias de captação*, cada uma das quais associada a um mínimo local do relevo. Em geral, os objetos que se procura segmentar estão associados a regiões de interesse que contêm um excessivo número de mínimos locais e, portanto, de bacias não significativas. A transformação ABA emprega um mecanismo de agregação seletiva de bacias que suprime as bacias não significativas enquanto preserva as que representam objetos relevantes.

Durante a imersão são monitoradas as áreas, as profundidades e os volumes das bacias de captação. A supressão das bacias não significativas é obtida alterando-se a topologia da imagem que sofre modificações sucessivas e seletivas<sup>6</sup> com base nos limiares impostos aos atributos *área, profundidade e volume* das bacias. A modificação homotópica, conduzida por um conjunto de regras elementares, impõe uma hierarquia ao processo de agregação de bacias, que preserva apenas a topologia das regiões de interesse. Duas operações topológicas básicas são empregadas para esse fim:

- agregação de *pixels (pontos)* às bacias (*componentes conexos*) do nível precedente e;
- agregação das próprias bacias (*componentes conexos*) em função de seus atributos geométricos. Neste caso, a agregação ocorre seletivamente. Somente os componentes conexos não relevantes, selecionados em função dos seus atributos, sofrem o processo de agregação.

---

<sup>4</sup> Micrografias são imagens obtidas a partir de um microscópio.

<sup>5</sup> Veja-se exemplo na página 24.

<sup>6</sup> Veja-se exemplo na página 72.

Um conjunto adicional de regras é utilizado para modificar o cálculo da profundidade de uma bacia e retardar a marcação do seu fundo até que o valor corrente da sua área ultrapasse um dado limiar. Esta solução reduz a dispersão da distribuição de profundidades e provê, ao método, capacidade simultânea de filtragem.

Após a completa imersão do relevo as regiões não significativas da imagem terão sido agregadas em torno de regiões significativas, produzindo uma imagem segmentada.

A segmentação requer o ajuste explícito de parâmetros e, por essa razão, o método ABA é classificado com *paramétrico*. Cabe ao usuário realizar o ajuste fino dos parâmetros, de forma interativa, e decidir pela combinação que produza os melhores resultados. Para as imagens que exibem um bom contraste entre as regiões de interesse e o fundo, incluiu-se a opção de seleção automática dos parâmetros, pelo algoritmo, em função de histogramas baseados nos atributos das bacias.

Para implementação e teste dos algoritmos, fez-se uso intensivo do ambiente de desenvolvimento Khoros [[Khoral-96](#)] sob o sistema operacional LINUX [[LINUX](#)]. As operações morfológicas básicas ficaram a cargo da *toolbox* MMACH [[Barrera-91](#)], [[Banon-95](#)]. A preparação das imagens foi realizada com o *software* PaintShop Pro [[JASC](#)]. A imagem em relevo exibida na Figura 4 foi produzida com o *software* MATLAB [[MATWORKS](#)].

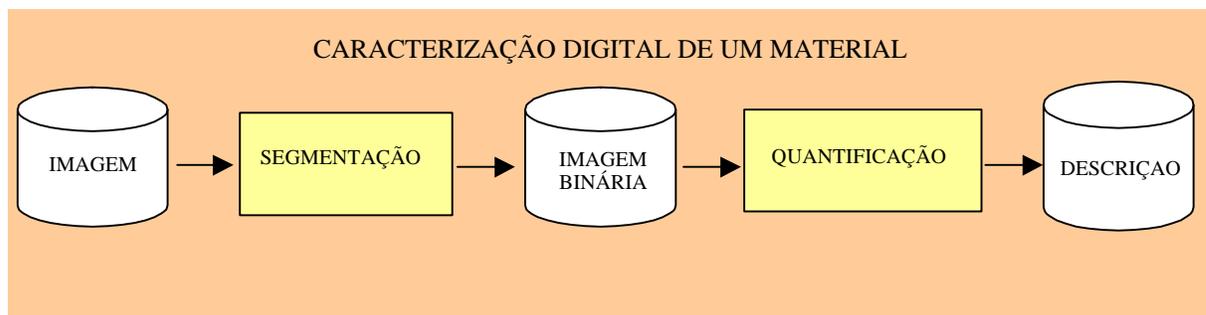
Alguns exemplos de aplicação da transformação ABA são apresentados no Capítulo 5. As Seções 5.1 e 5.2 apresentam, respectivamente, aplicações do método à segmentação de materiais nucleares e às células do endotélio da córnea humana. Esta última aplicação vem sendo desenvolvida em cooperação com o Instituto Hilton Rocha de Belo Horizonte e visa quantificar as células endoteliais com fins de transplante.

Nos exemplos que ilustram este texto, a transformação ABA foi diretamente aplicada sobre imagens *brutas* (sem quaisquer filtrações prévias), produzindo taxas de erro abaixo de 1%, quando comparadas à segmentação realizada à mão. Este resultado reveste-se de importância se for considerado que o controle de qualidade de materiais pode requerer o processamento diário de um grande número de imagens.

## 1.1. A caracterização de materiais.

O procedimento de caracterização de um dado material, a partir de imagens digitais, requer a determinação de parâmetros geométricos, que permitam quantificar sua microestrutura. Em geral, procura-se determinar a distribuição tridimensional (3D) de tamanhos das estruturas que compõem o material, representadas na imagem como grãos, células, fases, etc. O conhecimento desta distribuição é de grande importância na avaliação das propriedades físicas do material e no estudo da evolução da sua microestrutura.

A caracterização digital de um material a partir de imagens digitais, como ilustra a Figura 1, requer uma seqüência de operações das quais, a etapa de segmentação é a mais importante.



**Figura 1.** A etapa inicial de um procedimento de caracterização digital é a segmentação.

A etapa de segmentação é a responsável pela *correta*<sup>7</sup> identificação das diversas regiões que compõem a imagem. Os erros aí cometidos se propagam inevitavelmente aos tratamentos subsequentes. O sucesso da etapa de segmentação depende não só do material mas, também, dos cuidados na preparação da amostra e na sua digitalização, fatores que podem interferir significativamente na qualidade das imagens.

A Figura 2 apresenta micrografias de materiais diversos (cerâmicos, biológicos, geológicos e metálicos) que, a despeito de sua gênese distinta, apresentam notável semelhança, não apenas física mas, sobretudo, quanto aos problemas de segmentação. A Figura 2a mostra uma micrografia de óxido de urânio contendo grãos (material cerâmico). A Figura 2b exibe um conjunto de células do endotélio da córnea humana (material biológico). As Figuras 2c, 2d, 2e

<sup>7</sup> Aceitável para os propósitos tencionados.

e 2f apresentam, respectivamente, a imagem de uma amostra de inonel (liga metálica), de bolhas em domínios magnéticos, de um óxido metálico e de uma amostra de albitito (material geológico). Em alguns casos, a similaridade morfológica é tão grande, em particular, entre as imagens das Figuras 2a e 2b que um leigo poderia confundí-las.

Nestas imagens, as regiões de interesse assumem formas aproximadamente poligonais cuja textura e qualidade das bordas variam de um material para outro. As bordas se apresentam com poucos *pixels* de espessura e, em alguns casos, se mostram tênues ou interrompidas. Seu interior apresenta mínimos locais, imperceptíveis a olho nu<sup>8</sup>, que interferem no processo de segmentação.

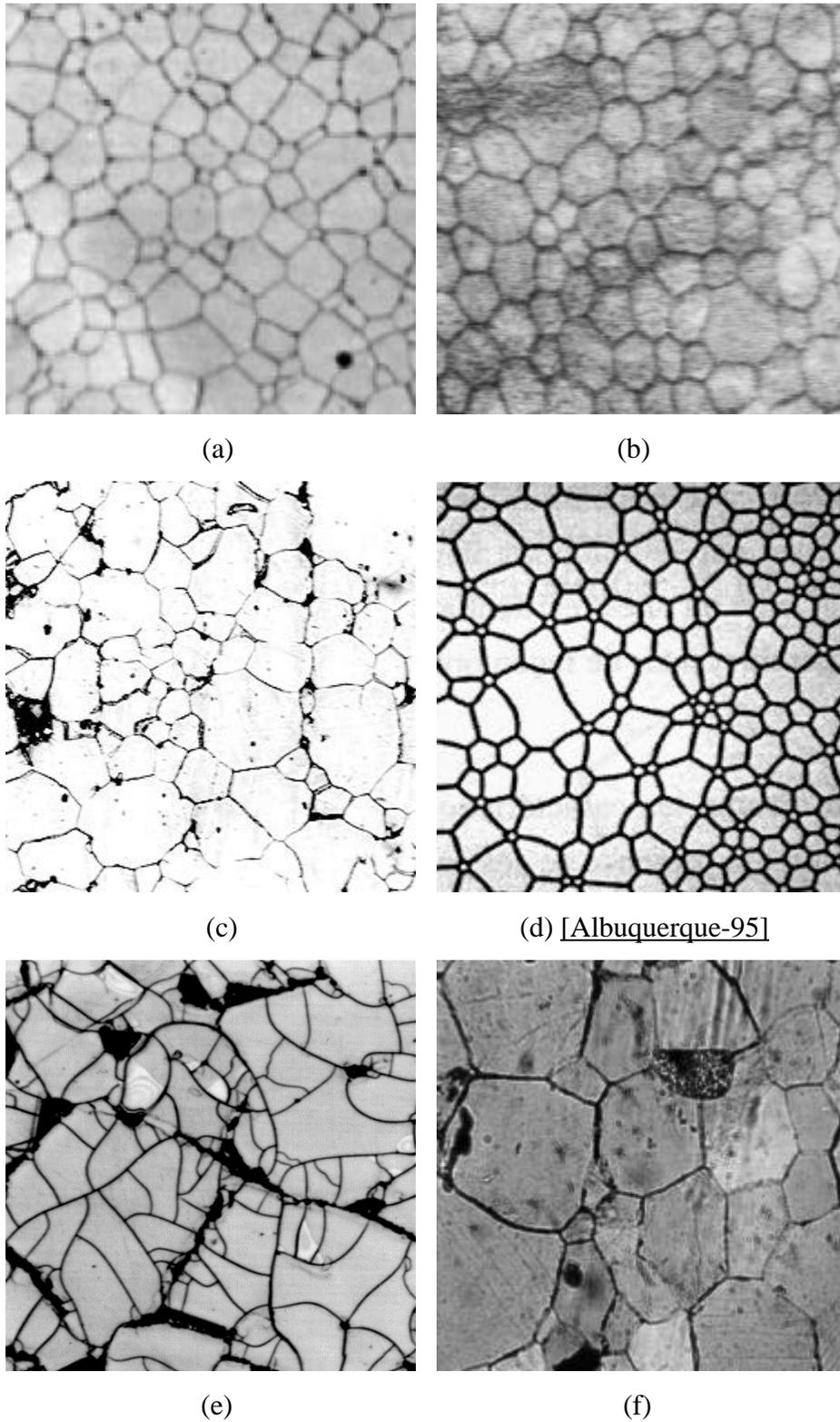
A presença de gradientes de iluminação também dificulta a segmentação. O uso de técnicas mais simples como a limiarização do histograma costuma não produzir bons resultados nestas imagens. A segmentação desta classe de imagens requer, portanto, métodos mais robustos como, por exemplo, os baseados na transformação *watershed*, descrita no Capítulo 3.

Os problemas concernentes a esta classe de imagens e suas implicações na elaboração de métodos de segmentação são amplamente consideradas nesta tese.

A elaboração desta tese contou com o apoio do Laboratoire Signal, Parole et Image do Departamento de Informática da École Supérieure d'Ingénieurs en Électrotechnique et Électronique – ESIEE, na França, onde o autor realizou seu *doutorado sanduíche*, de junho de 1995 a junho de 1996, sob orientação do Prof. Gilles Bertrand.

---

<sup>8</sup> Um exemplo é mostrado na página 31.



**Figura 2. Exemplos de micrografias: (a) grãos de óxido de urânio, (b) células do endotélio da córnea humana, (c) inonel (metal), (d) bolhas em domínios magnéticos, (e) liga metálica, (f) amostra geológica de albitito.**

### 1.3. Organização do trabalho

O Capítulo 1 apresenta, em linhas gerais, o método ABA, o procedimento de caracterização de materiais a partir de imagens digitais, motivação para o presente estudo e a estrutura do texto.

O Capítulo 2 apresenta as principais técnicas de segmentação de imagens de relevância no contexto desta tese, seus problemas e particularidades.

O Capítulo 3 explora, detalhadamente a transformações morfológicas: *watershed*, *dinâmicas* e *waterfall*, nas quais o presente estudo está fundamentado. Apresenta, também, as técnicas de extração de marcadores *h-extrema*, as *funções de extinção* e as *aberturas por atributos*.

O Capítulo 4 apresenta o método topológico de segmentação de imagens por agregação de bacias de captação com base em seus atributos geométricos (ABA) e sua implementação. Mostra como o método ABA é derivado das transformações *watershed* e *dinâmicas*.

O Capítulo 5 estabelece um paralelo entre algumas das transformações discutidas no Capítulo 3. Agrupa-as de acordos com características comuns.

O Capítulo 6 apresenta alguns exemplos de aplicação do método ABA. Mostra que o erro cometido pelo método ABA, para um dado conjunto de micrografias de material cerâmico, apresentou número de segmentos incorretos abaixo de 1%, se comparado à segmentação realizada à mão. Apresenta superficialmente uma aplicação à oftalmologia.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões e perspectivas. Mostra que os resultados já obtidos com a segmentação de materiais nucleares são promissores e permite antever sua aplicação a outros tipos de imagem. Mostra que uma implementação do método permite que as imagens possam ser segmentadas, sem qualquer tratamento prévio, em tempo diretamente proporcional ao número de pixels da imagem.

O Apêndice apresenta a notação e as definições utilizadas nesta tese.



## Capítulo 2

### *Técnicas de segmentação de imagens: problemas e particularidades*

Este capítulo descreve técnicas de segmentação de imagens seus problemas e suas particularidades. Enfatiza as transformações topológicas e morfológicas que serviram de base para o método ABA apresentado no Capítulo 4. Ilustra o problema da supersegmentação e o das bordas tênues e interrompidas.

#### 2.1. Introdução

A segmentação de imagens [Cocquerez-95] é definida como um tratamento que visa particionar uma *imagem*  $f$  em um subconjunto composto de  $n$  regiões  $R_i$  tais que:

$$\left. \begin{array}{l} \forall i \ R_i \neq \emptyset, \\ \forall i, j; \ i \neq j; \ R_i \cap R_j = \emptyset \\ f = \bigcup_i R_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 < i \leq n, \ n \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2-1$$

Uma *região* é vista como um *conjunto conexo*<sup>9</sup> de *pontos* que possuem propriedades comuns (intensidade, textura, etc.) que os diferenciam dos pontos das regiões vizinhas. Estas regiões, denominadas *regiões de interesse*, dependem da aplicação e do escopo.

A segmentação é a primeira fase da análise de imagens e desempenha um papel crítico na seqüência de tratamento porque os erros, aí cometidos, são propagados nas fases subseqüentes [Albuquerque-95].

A segmentação de imagens é um problema orientado à aplicação. Uma boa segmentação requer o conhecimento prévio da natureza da imagem, dos tipos de objetos nela contidos e,

<sup>9</sup> Definição no Capítulo 4.

freqüentemente da avaliação de um observador humano, sem os quais torna-se difícil obter resultados satisfatórios [Cocquerez-95].

É importante ressaltar que *não há um método único de segmentação de imagens* [Cocquerez-95]. Há um conjunto de técnicas e a escolha de uma técnica em particular depende de fatores diversos como:

- Natureza da imagem
  - iluminação heterogênea, reflexos, presença de ruído, zonas texturizadas, contornos tênues ou parcialmente oclusos,
- Operações realizadas após a segmentação
  - localização, medidas e cálculos 3D,
  - reconhecimento de formas e interpretação,
  - diagnóstico e controle de qualidade
- Primitivas a extrair
  - contornos, segmentos de reta, ângulos,
  - regiões, formas e texturas
- Restrições do sistema
  - complexidade algorítmica, funcionamento em tempo real,
  - tamanho da memória disponível, etc.

Dada esta diversidade, é difícil definir, de maneira absoluta, o que constitui uma *boa* segmentação. A segmentação não é um fim em si, sua qualidade é função dos tratamentos realizados *a posteriori* que utilizam as primitivas extraídas [Cocquerez-95].

Como a segmentação faz referência às noções de *diferença* e *similaridade* como as percebe o sistema visual humano, os métodos de segmentação são informalmente separados em duas classes: a dos *métodos baseados em fronteiras* e a dos *métodos baseados em regiões* [Cocquerez-95]. Em última análise, o que se faz é considerar a *continuidade* ou a *descontinuidade* dos níveis de cinza da imagem. A detecção de contornos, por exemplo, explora propriedades relacionadas à sua descontinuidade, enquanto a limiarização concerne às propriedades relacionadas à sua similaridade [Albuquerque-95].

A noção de *fronteira*<sup>10</sup> está associada a uma descontinuidade entre as propriedades de dois conjuntos conexos de pontos. A classe *fronteiras* agrupa as técnicas de detecção de contornos. Esta classe não conduz diretamente a uma segmentação da imagem tal como definida previamente, pois os contornos obtidos são raramente conexos. É necessário, então, proceder a um fechamento de contornos se uma partição completa da imagem é desejada. De fato, após o fechamento dos contornos a dualidade contorno região aparece claramente. As regiões são definidas topologicamente como o interior de uma linha fechada [Cocquerez-95].

A noção de *região* faz referência a *grupos* de pontos que possuam propriedades similares. Os métodos da classe *região* conduzem diretamente a uma partição da imagem, onde cada pixel é atribuído a uma região única.

Freqüentemente, sob o enfoque *contorno*, a segmentação produz contornos desconexos<sup>11</sup>. Para que os tratamentos subseqüentes à segmentação possam extrair, a partir da imagem segmentada, os perímetros, as áreas e a distribuição de tamanho destas regiões é necessário garantir que os contornos das regiões estejam fechados.

Sob a perspectiva *região*, a preocupação volta-se para o excessivo número de sub-regiões não significativas que está associado ao elevado número de mínimos locais da imagem. O excesso de mínimos locais pode levar à supersegmentação da imagem, como ilustra a Seção 2.2.1.

Entre as técnicas de *detecção de contornos*, destaca-se a proposta por Canny que realiza uma limiarização por histerese [Canny-86], um avanço sobre as técnicas convencionais mas que, em geral, não produz contornos conexos. Já entre as técnicas de crescimento de regiões, merecem destaque as técnicas de segmentação baseadas no cálculo de *watersheds*, por simulação de imersão. Estas técnicas apresentam um conjunto de características importantes. Por exemplo, se mostram bem adaptadas para segmentação de uma ampla gama de imagens, produzem intrinsecamente regiões delimitadas por contornos conexos, permitem adaptações mais facilmente e têm implementações cujo tempo de execução é diretamente proporcional ao número de *pixels* da imagem.

---

<sup>10</sup> *Fronteira* ou *borda* ou *contorno*.

<sup>11</sup> Contornos não completamente fechados

Estas questões têm suscitado a concepção de vários métodos de segmentação de imagens. O livro “Analyse d’images: filtrage et segmentation” [Cocquerez-95], apresenta uma compilação recente dos diversos métodos de segmentação de imagens digitais disponíveis na literatura técnica especializada.

Concentra-se, nesta tese, nos métodos de segmentação de imagens baseados na Topologia Digital e na Morfologia Matemática, descritos no Capítulo 3. A Morfologia Matemática deu origem a técnicas de segmentação poderosas, como as baseadas em *watersheds* [Vincent-90], [Beucher-90], [Meyer-91a], [Meyer-91b], [Grimaud-91], [Vincent-92a], [Beucher-94], [Breen-96], [Najman-96] e [Vachier-95], e as filtragens com base na *reconstrução geodésica* [Beucher-79]. Técnicas de segmentação baseadas em redes neurais [Lin-96], em lógica difusa [Sinha-96] ou híbridas [Wilson-94], [Pratikakis-96], [Sacha-96] também estão disponíveis.

A literatura recente apresenta técnicas de segmentação baseadas na Topologia Digital [Bertrand-96], [Couprie-97], [Everat-97], [Rodenacker-96a], [Rodenacker-96b] e [Rodenacker-96c]. Couprie e Bertrand [Couprie-97] propuseram um método original, baseado na topologia, para o problema do *watershed* que explora a noção de *ponto simples*. Everat et. al. [Everat-96], [Everat-97] propuseram operações topológicas básicas para imagens 2D em níveis de cinza que estendem a topologia clássica das imagens 2D binárias ao considerar diferentes seções (limiares) do relevo que corresponde à imagem. Everat apresentou a noção de *kernel* que corresponde a uma simplificação da imagem enquanto preserva sua topologia. Rodenacker apresentou a transformação *ricefield* que permite segmentar imagens em níveis de cinza utilizando operadores topológicos básicos.

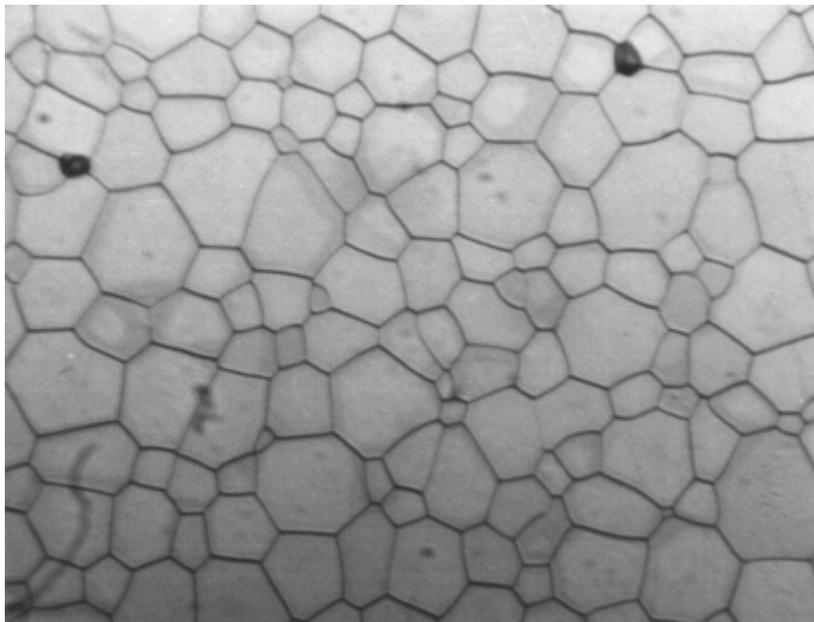
Em razão das facilidades e da riqueza de possibilidades que oferece à implementação de novos algoritmos, muitas das técnicas recentes de segmentação utilizam como suporte a técnica de simulação de imersão, descrita a seguir.

## 2.2. Segmentação de imagens por simulação de imersão

A Figura 3 apresenta a imagem de uma amostra de óxido de urânio ( $\text{UO}_2$ ) contendo diversos grãos (regiões mais claras) separados por bordas de pequena espessura (regiões mais escuras).

A técnica de *simulação de imersão*<sup>12</sup> interpreta uma imagem em níveis de cinza, como a da Figura 3, na forma do relevo topográfico exibido na Figura 4. A cada nível de cinza atribui-se uma *altitude* proporcional ao valor do seu nível de cinza. O resultado é uma imagem 3D composta de vales, montanhas, crateras e divisores (ou linhas de partição) de águas. Nesta imagem, os grãos são vistos como bacias separadas entre si por montanhas.

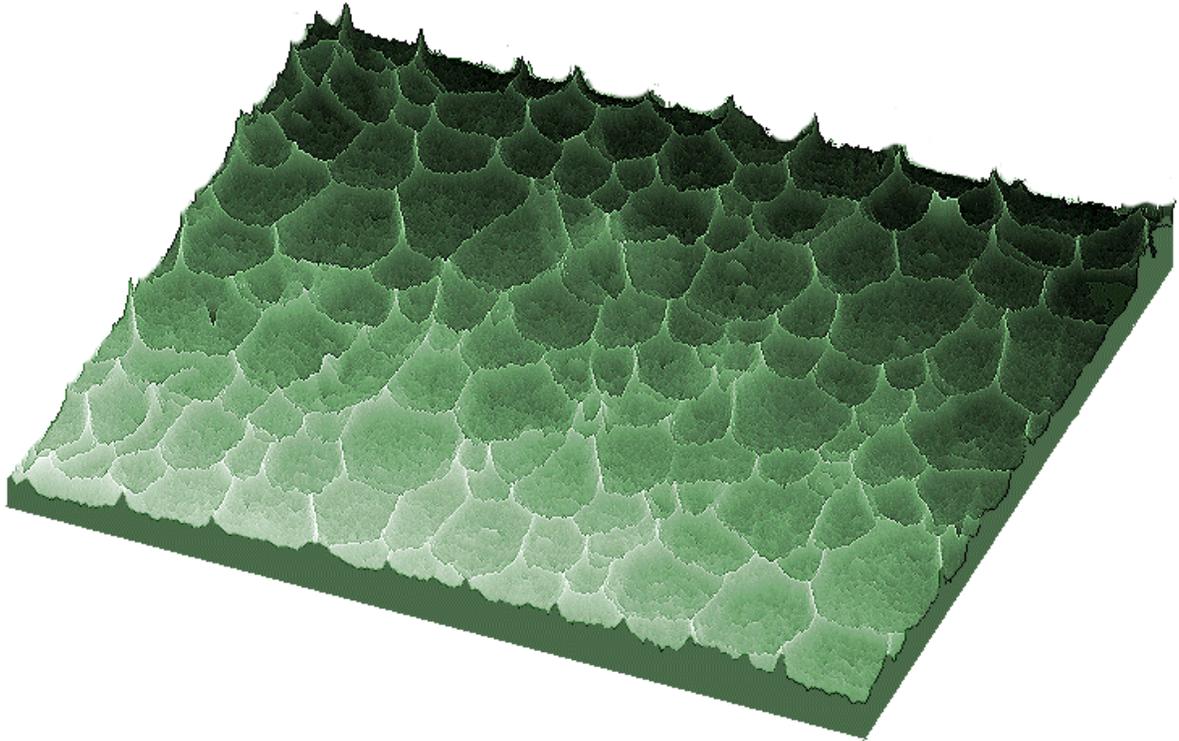
O procedimento de simulação força a imersão gradual da imagem que inicia-se pelas regiões mais baixas do relevo, em geral, mas não necessariamente, pelos seus mínimos. O *relevo* é gradualmente imerso, a partir de *perfurações previamente realizadas*, tendo-se a preocupação de manter constante o nível das águas, em todas as *bacias*, como ilustra a Figura 5.



**Figura 3. Amostra de óxido de urânio. A imagem original, em níveis de cinza, exibe diversos grãos (regiões mais claras) separados por bordas de pequena espessura (regiões mais escuras).**

---

<sup>12</sup> A operação dual é o esvaziamento gradual de um relevo completamente inundado.



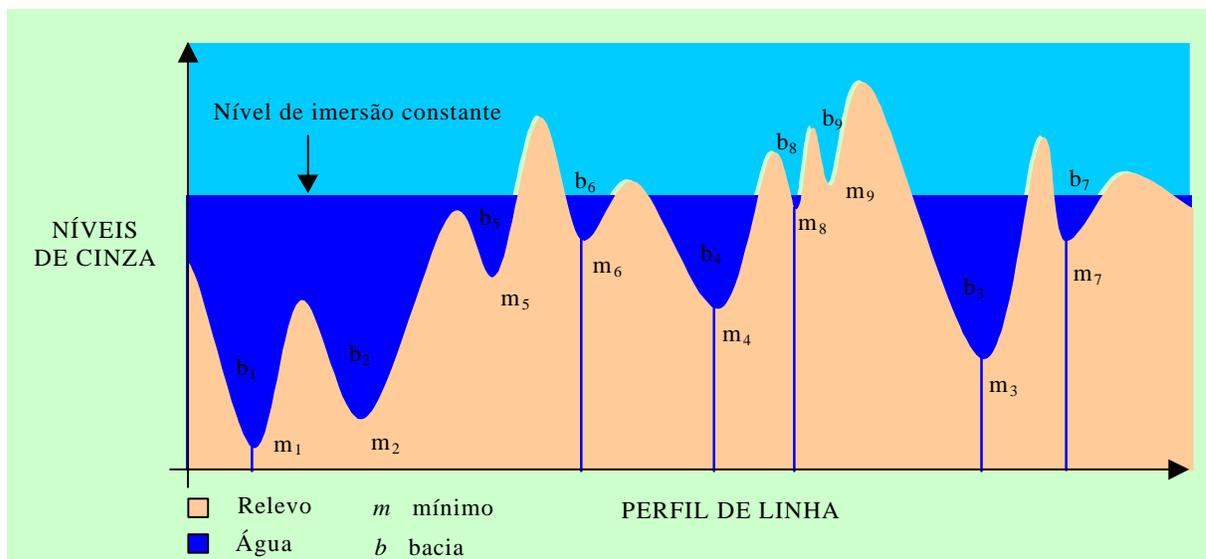
**Figura 4. Imagem vista como relevo topográfico<sup>13</sup>. Representação tridimensional da imagem da Figura 3.**

Como a imersão ocorre de forma discreta, torna-se possível, à medida que as *águas* sobem, detectar novos mínimos e fazer-se crescer as regiões em torno daqueles já existentes. A cada passo, as bacias, guiadas pela topografia da imagem, são preenchidas. Quando as águas provenientes de duas bacias vizinhas entram em contato, decide-se pela construção de um dique. A transformação watershed constrói, incondicionalmente, um dique. No caso do método ABA, a decisão de construir-se ou não o dique é tomada com base nos atributos geométricos das bacias, conforme descrito no Capítulo 4. Ao final do processo, quando a imersão atinge seu nível máximo, obtém-se o conjunto das *linhas de partição de águas* (L.P.A.) da imagem.

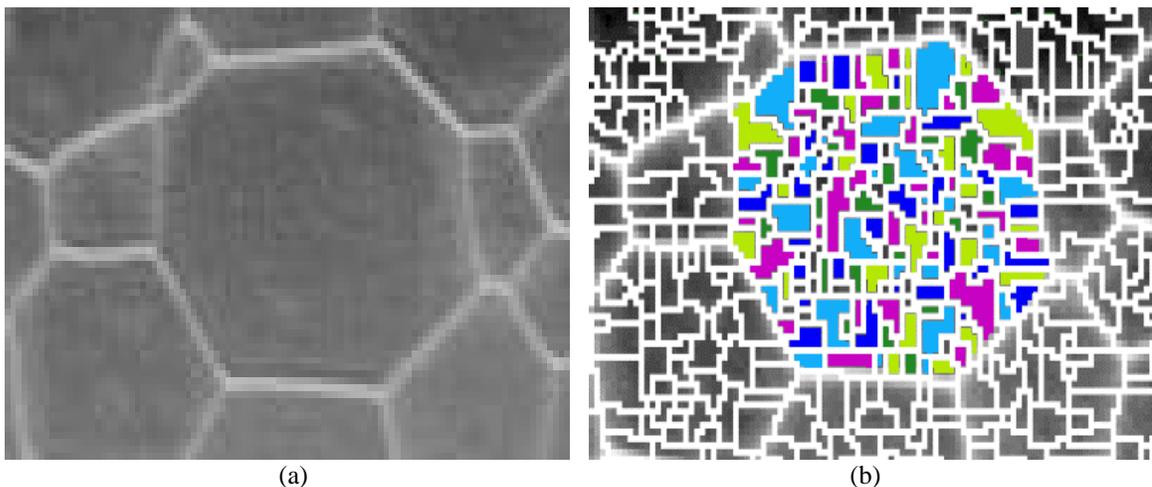
Com algumas adaptações, a técnica de imersão permitiu várias implementações eficazes. O algoritmo serial não hierárquico proposto por Vincent [Vincent-90], [Vincent-92a] e o algoritmo hierárquico *ótimo* proposto por Meyer [Meyer-91a] deram origem a uma versão paralela [Meister-95a], [Meister-95b], [Meister-95c] e a uma versão modificada *split-and-merge* [Viero-94], respectivamente. Grimaud [Grimaud-91], [Grimaud-92], Najman [Najman-

96] e Vachier [Vachier-95] apresentaram algoritmos de seleção de marcadores que também operam com simulação de imersão e se inspiram nos algoritmos de Vincent e Meyer.

As Figuras 5 e 6 ilustram o procedimento de simulação de imersão para imagens em níveis de cinza. A Figura 5 representa uma seção transversal de uma imagem, imersa a partir de pontos preferenciais, indicados pelos canais na base das bacias. A Figura 6 mostra que a imersão dá origem a diversas bacias de captação no interior de uma região de interesse. Uma região de interesse, formada por um conjunto de pequenas bacias, é ilustrada em diferentes cores.



**Figura 5. Imagem representada como relevo. Seção transversal (perfil unidimensional) de uma imagem em níveis de cinza, imersa a partir de pontos preferenciais.**



**Figura 6. Imagem representada como relevo: (a) imagem em níveis de cinza vista como um relevo inundado a partir de seus mínimos, (b) conjunto de bacias de captação resultante da imersão.**

O sucesso da técnica de imersão se deve à utilização de filas de espera, do tipo First-In-First-Out (FIFO), com ou sem hierarquia, que tem permitido a implementação de algoritmos com tempo de execução linear.

As transformações baseadas na simulação de imersão são sensíveis tanto às irregularidades presentes nas bordas das regiões (que podem permitir *vazamentos*) quanto ao excesso de mínimos locais (que freqüentemente levam a supersegmentação). Estes fatores interferem negativamente na qualidade da segmentação, como mostrado a seguir.

### 2.2.1. Irregularidades nas bordas das regiões

A micrografia da Figura 7 mostra uma imagem típica de óxido de urânio contendo *grãos*<sup>14</sup> representados pelas regiões mais claras cuja forma é aproximadamente poligonal. Os grãos (bacias) apresentam-se separados por bordas (linhas de partição) de poucos pixels de espessura. Para obter-se os parâmetros geométricos relativos aos grãos é necessário determinar-se, o mais fielmente possível, suas fronteiras. Observe-se que muitas destas fronteiras apresentam-se *tênuas* ou mesmo *interrompidas*. Trechos ampliados da imagem, contendo exemplos de bordas *tênuas*, são exibidos na Figura 8.

A qualidade das bordas das regiões de interesse influencia, decisivamente, a qualidade da segmentação. A situação ideal, do ponto de vista da extração de contornos, ocorre quando as bordas se apresentam fechadas e com perfis de altitude regular, como ilustra a Figura 9a. Na prática, entretanto, as bordas podem se mostrar *tênuas* como resultado do rebaixamento de parte do seu perfil, como ilustra a Figura 9b, ou mesmo *interrompidas*, com trechos cuja *altitude*<sup>15</sup> é nula relativamente ao mínimo da bacia, como mostra a Figura 9c.

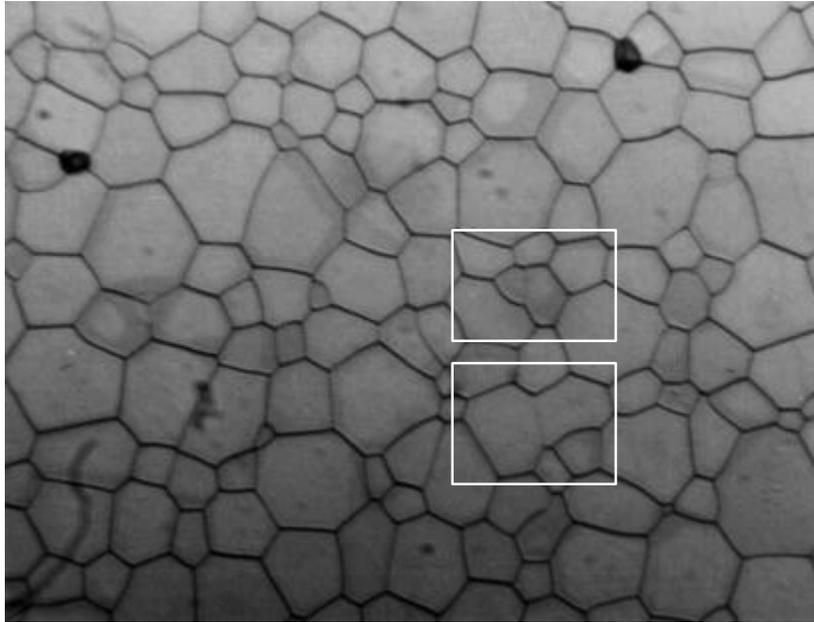
O rebaixamento de parte do perfil de uma borda interfere na medida da profundidade da bacia associada e tem conseqüências importantes na *transformação dinâmicas*, como apresenta o Capítulo 3.

O método de ABA permite contornar as dificuldades induzidas pela presença de perfis rebaixados ao considerar, não apenas a profundidade das bacias mas, também, sua área ou seu

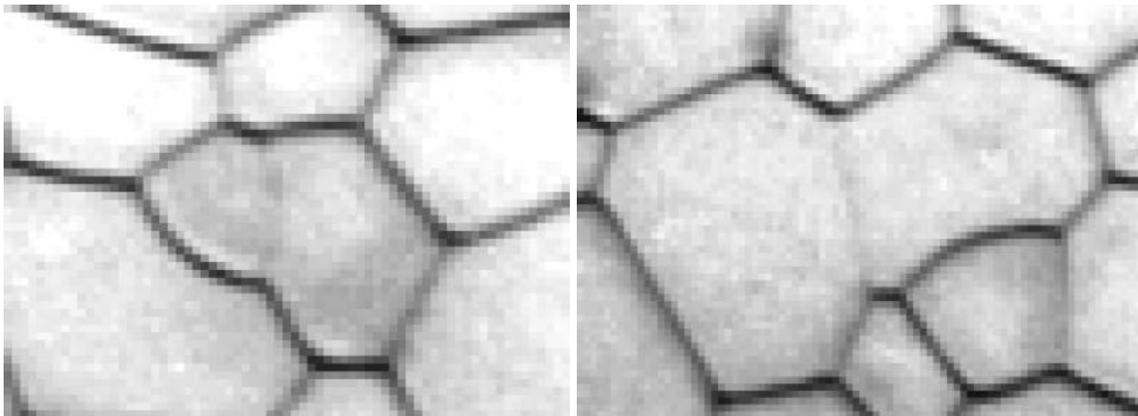
---

<sup>14</sup> Regiões relativamente homogêneas de um cristal.

volume como será visto no Capítulo 4. Entretanto não previu-se qualquer solução para o caso das bordas interrompidas.



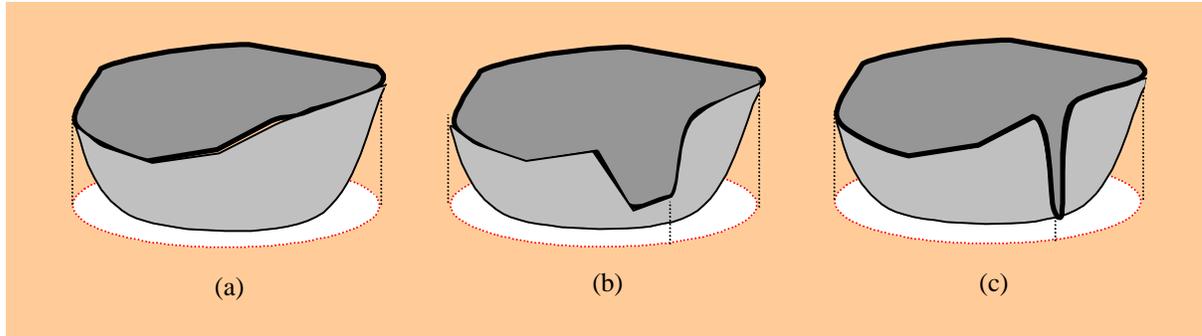
**Figura 7. Exemplos de bordas tênues nas área demarcadas.**



**Figura 8. Vista em detalhe da Figura 7. Bordas tênues, resultantes do rebaixamento de parte do seu perfil, separam os grãos no centro da imagem.**

---

<sup>15</sup> A definição de *altitude* de uma bacia é feita no Capítulo 3.



**Figura 9. Bacias, suas bordas e seus possíveis perfis: (a) situação ideal, (b) perfil com trecho rebaixado, (c) perfil com trecho de altitude nula.**

### 2.2.2 Mínimos locais e supersegmentação.

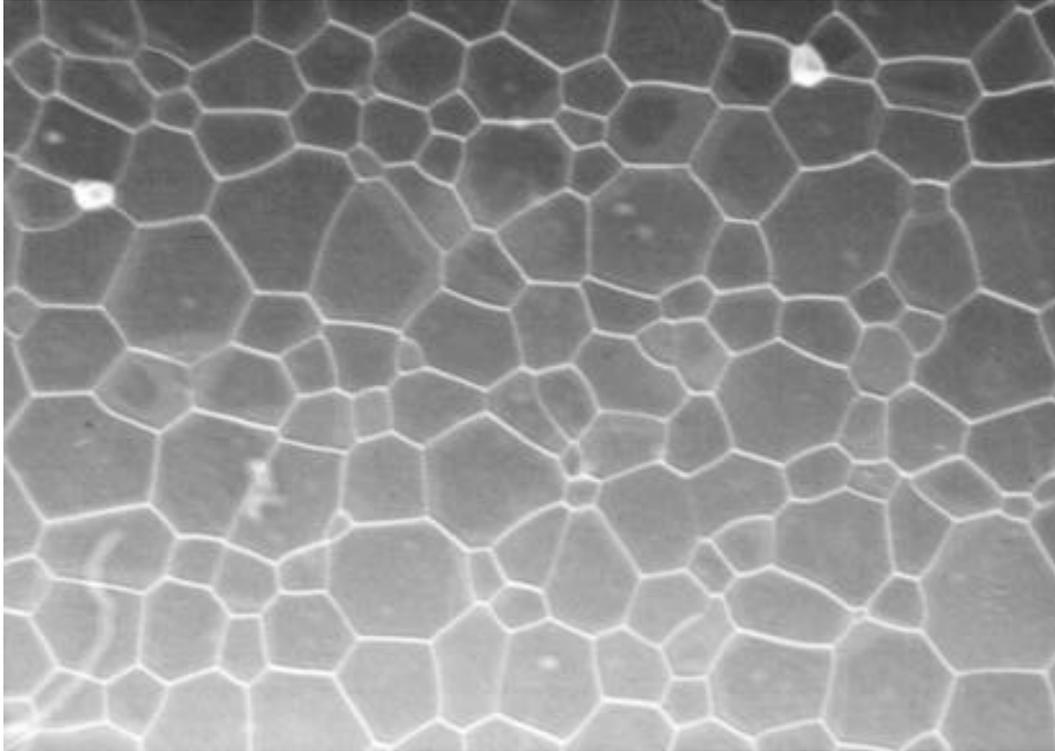
Outro fator determinante na qualidade da segmentação é a presença de ruído nas imagens reais. O ruído pode aparecer na forma de extremos<sup>16</sup> com conseqüências importantes na etapa de tratamento. Considere-se, por exemplo, a imagem da Figura 10, que é o negativo da Figura 7. Seus mínimos, não perceptíveis a olho nu, estão representados como pontos brancos nas Figuras 11 e 12. Note-se o elevado número de mínimos no interior das bacias. Do ponto de vista da segmentação por uma técnica de imersão, é desejável obter-se apenas um mínimo por bacia, ou um único marcador, como será visto na seção 3.1.

Apenas para ilustrar o problema da supersegmentação, aplicou-se a transformação *watershed*, sem filtragem, diretamente sobre o negativo da imagem original. Cada mínimo presente produziu uma bacia de captação, como exibe a Figura 13. Como são muitos, cada região de interesse aparece supersegmentada, como ilustram as Figuras 13 e 14.

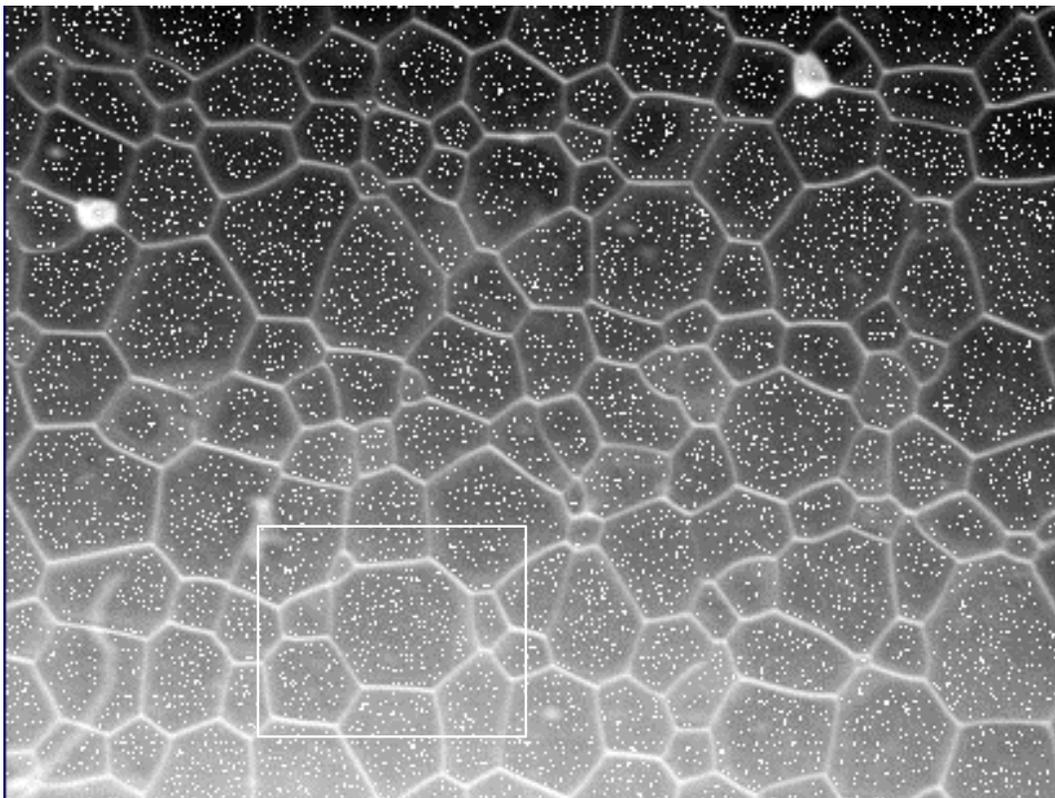
Para suprimir a supersegmentação, faz-se necessário, portanto, reduzir os mínimos locais e, conseqüentemente, as bacias de captação correspondentes. O procedimento usual, quando se faz uso da transformação *watershed*, é filtrar a imagem e, a partir dela, extrair um conjunto de *marcadores*<sup>17</sup> que irá conduzir o processo de segmentação. A obtenção de um único marcador por região significativa dificilmente ocorre na prática. A escolha do conjunto de marcadores é delicada e feita de forma interativa como mostra o Capítulo 3.

<sup>16</sup> Máximos ou mínimos da imagem.

<sup>17</sup> Componentes conexos por onde se inicia o processo de imersão



**Figura 10.** Negativo da imagem original. Os grãos (*bacias*) aparecem como regiões mais escuras delimitadas por bordas (*linhas de partição de águas*) mais claras.



**Figura 11.** Superposição dos mínimos locais (pontos brancos) sobre o negativo da imagem negativo.

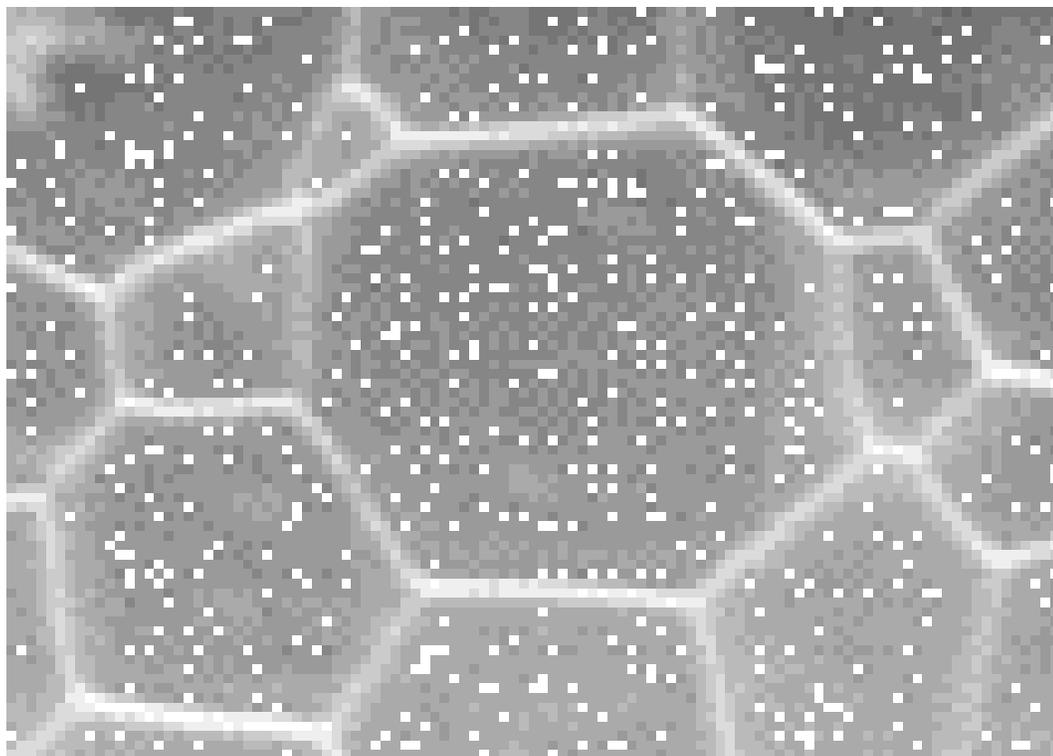


Figura 12. Superposição dos mínimos locais sobre um trecho da imagem negativo.

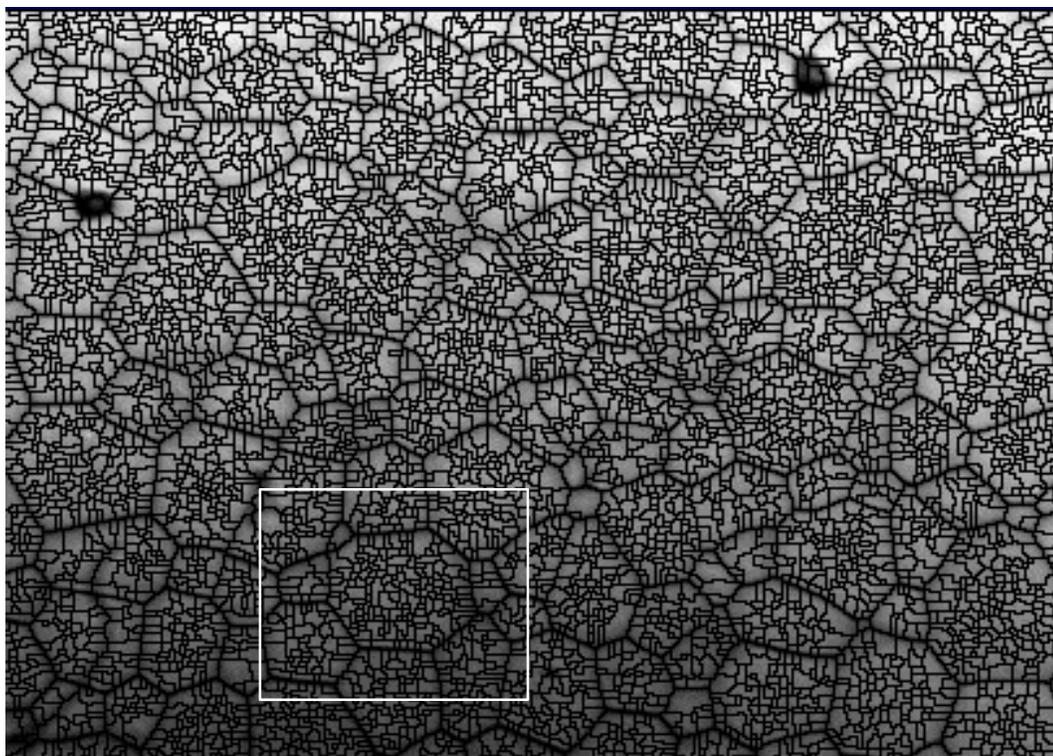
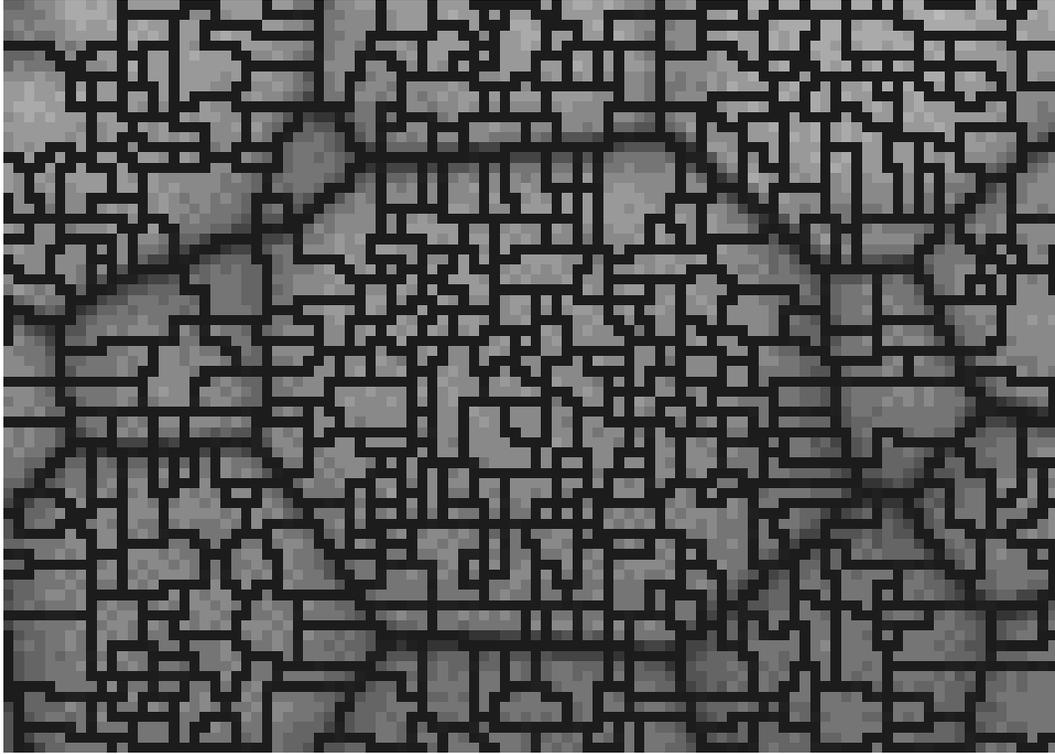


Figura 13. Segmentação excessiva. Resultado da aplicação direta da transformação *watershed* sobre o negativo da imagem original.



**Figura 14. Vista em detalhe da Figura 13. Excesso de mínimos locais e as respectivas bacias de captação, no interior de cada região de interesse.**

A redução da supersegmentação a partir da transformação *dinâmicas* [Grimaud-91], apresentada na Seção 3.4, seleciona as regiões significativas da imagem com base no seu contraste, o que equivale a selecionar os mínimos locais de maior importância relativa.

A alternativa desenvolvida nesta tese para a questão da supersegmentação é promover a eliminação dos mínimos não significativos e das respectivas bacias, agregando-os à medida que ocorre a imersão. Para isso, empregam-se não apenas a dinâmica, como medida de profundidade mas, também, medidas de superfície e volume de cada bacia associada ao respectivo mínimo.

O procedimento de segmentação é realizado diretamente sobre a imagem bruta, sem filtragens prévias.

### 2.3. Sumário e Conclusões

Mostrou-se que a segmentação é um tratamento que visa particionar uma imagem em regiões significativas. A noção de região significativa é dependente da aplicação. Viu-se que a segmentação é a primeira etapa da análise de imagem e que esta desempenha um papel crítico nos tratamentos subsequentes. Uma boa segmentação requer o conhecimento antecipado da imagem e dos objetos nela contidos. A obtenção de resultados satisfatórios, freqüentemente, requer a avaliação de um observador humano e depende, também, dos tratamentos realizados *a posteriori*. Ressaltou-se que a segmentação não é um fim em si e que não há um método genérico de segmentação de imagens.

Mostrou-se, também, que os principais problemas que afetam a segmentação estão associados à detecção de bordas e à supressão da supersegmentação das regiões de interesse. Viu-se que a técnica de simulação de imersão é a base de importantes métodos de segmentação e que oferece um campo fértil para implementação de novos algoritmos.

Explorar as diferenças existentes entre os atributos das bacias significativas e as não significativas mostrou ser uma opção plausível para reduzir-se a supersegmentação. Pode-se, a partir de um mecanismo de agregação de bacias, unir aquelas não significativas usando-se regras baseadas nos seus atributos geométricos. Em termos práticos, a supressão ou a redução da supersegmentação, a partir de um método de imersão como a transformação watershed, significa eliminar, na imagem supersegmentada, os segmentos excedentes. A presença de bordas tênues, por outro lado, pode ser amenizada se forem considerados como critérios de agregação não apenas suas dinâmicas (profundidades) mas, também, suas áreas ou seus volumes.

Em suma, um método de segmentação por agregação de bacias de captação deve procurar incorporar algumas das boas propriedades das transformações existentes. O método ABA pode ser visto como uma sinergia entre as transformações *watershed* e *dinâmicas*.

# Capítulo 3

## *Segmentação,*

### *Transformações Morfológicas e Topológicas*

Este capítulo apresenta os principais métodos morfológicos e topológicos de segmentação de utilidade no contexto desta tese. Apresenta a transformação *watershed*, a *abertura por atributos*, a *segmentação topológica* e as técnicas morfológicas utilizadas para redução da supersegmentação: *waterfall*, *dinâmicas*, *h-extrema*, *rh-extrema* e as *funções de extinção*.

#### **3.1. A Transformação Watershed**

O conceito de *watershed* tem suas origens na Topografia e na Hidrogeologia [Vincent-92a], [Beucher-90] mas só ganhou impulso em segmentação de imagens a partir dos estudos realizados por Beucher e Lantuéjoul nos últimos anos no CMM [CMM].

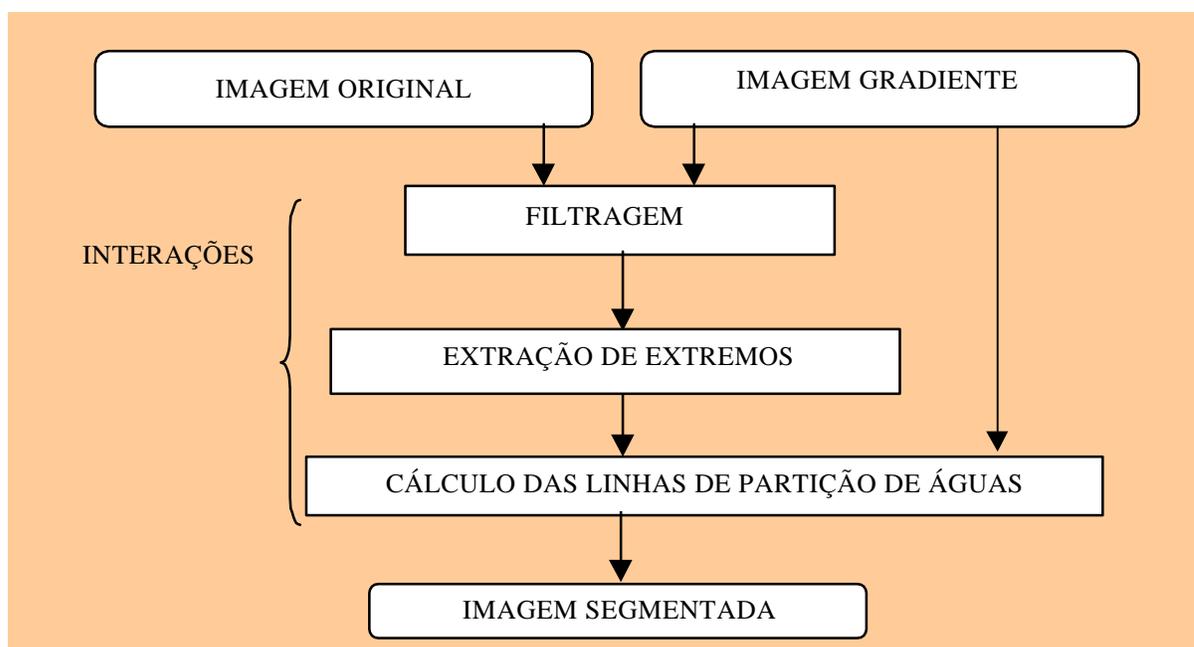
O conceito de *watersheds* formaliza o problema da partição de uma imagem em regiões e permite defini-lo, independentemente, de um outro problema subjacente que é o da *extração de marcadores* [Vachier-95]. A seleção de marcadores é uma etapa de fundamental importância.

Marcadores são componentes conexos que permitem localizar, mesmo que grosseiramente, as regiões que devam ser segmentadas na imagem. Diversos métodos existem para extração de marcadores. Tipicamente, filtra-se a imagem original ou a imagem gradiente e extraem-se os extremos da imagem filtrada. A escolha dos filtros depende do conhecimento que se tem das regiões procuradas. Tal escolha é delicada e se faz, geralmente, por tentativas [Vachier-95].

O problema de segmentação de imagens, a partir da transformação *watershed*, pode ser dividido em duas etapas independentes: uma parte inteligente, que visa extrair marcadores e utiliza conhecimentos *a priori* para obtenção das regiões de interesse e uma parte mecânica,

inteiramente automática, que é o cálculo das linhas de partição de águas propriamente dito. Esta primeira etapa é primordial porque influencia muito o resultado final. Em geral, o usuário dispõe das informações que permitem caracterizar as regiões procuradas segundo seu tamanho, sua forma, seu contorno, etc. [Vachier-95].

O procedimento de segmentação a partir da transformação *watershed*, ilustrado na Figura 15, consiste de uma filtragem, seguida da extração de marcadores (extremos) e do cálculo da linha de partição de águas. Este processo é iterativo sendo necessário ajustar os parâmetros aos poucos. O procedimento é explicado e ilustrado na página 99.



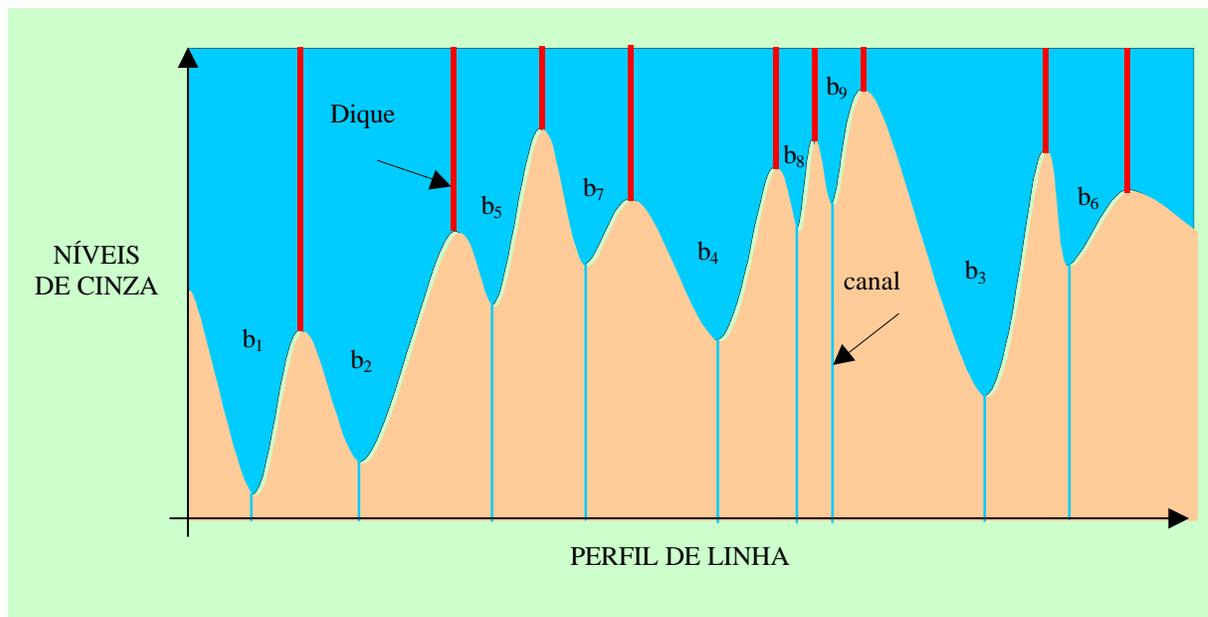
**Figura 15. Procedimento de segmentação com a transformação *watershed*.** [Vachier-95]

Para exemplificar a transformação *watershed*, considere-se, novamente, a analogia entre uma imagem digital e um relevo topográfico, como bem ilustram as Figuras 3 e 4. Há duas formas distintas de se considerar o cálculo das linhas de partição de águas: preencher o relevo a partir da chuva ou, alternativamente, da água que brota de minas que se supõem existir na base de cada bacia.

Considere-se, inicialmente, que o relevo seja inundado através da *chuva*. Uma *gota d'água* que caia sobre o *relevo* toma um caminho descendente no interior de uma *bacia de captação* até atingir seu ponto mais baixo, denominado ponto de altitude mínima dentro da bacia. As bacias de captação, como num relevo real, ficam isoladas umas das outras por *linhas de*

*partição de águas*. A transformação *watershed* de uma imagem, por definição, produz as linhas de partição de águas, daquela imagem.

Nas imagens digitais, onde não atuam forças gravitacionais, nenhuma regra permite determinar o caminho de uma gota d'água no caso geral. Por exemplo, uma gota que caia sobre um platô extenso pode escorrer para qualquer das bacias de captação vizinhas. De ponto de vista algorítmico a solução baseada no modelo chuva apresenta questões complexas e, além disso, pode produzir zonas de partição onde deveriam haver linhas de partição [Beucher-90]. Por esta razão, a noção intuitiva da linha de partição de águas, do modelo chuva, não é conveniente para implementações práticas. É preferível, então, recorrer à simulação de imersão. A imagem, neste caso, continua sendo tratada como um relevo topográfico. Contudo, a inundação não se dá mais pela chuva mas, a partir de *canais* ou *perfurações* previamente realizadas na base de determinadas bacias, tendo-se a preocupação de manter-se constante o nível das águas em todo o relevo. A inundação prossegue, dentro de cada bacia, até que as águas de duas bacias vizinhas entrem em contato. Nos pontos onde as águas provenientes de bacias vizinhas se encontram, denominados *pontos cela*, um dique é construído. Ao final do processo de imersão, cada bacia resta completamente circundada por diques, como ilustra a Figura 16.



**Figura 16.** Construção de diques entre as bacias de captação  $b_i$ , durante a imersão do relevo.

### 3.1.1. Implementações

Existem numerosos algoritmos para construção das linhas de partição de águas [Beucher-90]. Há, entretanto, duas implementações básicas da transformação *watershed* a partir da técnica de simulação de imersão [Vincent-90], [Meyer-91a].

A literatura apresenta diversos algoritmos que permitem calcular as linhas de partição de águas e não fazem uso da técnica de simulação de imersão [Friedlander-87], [Beucher-90]. No entanto, possuem custo computacional muito elevado e problemas ligados ao posicionamento das linhas de partição e, por esta razão, não são considerados nesta tese.

#### 3.1.1.1. O algoritmo não hierárquico proposto por Vincent [Vincent-90], [Vincent-92a]

Vincent apresentou duas variações do algoritmo não hierárquico: a primeira versão apresenta alguns problemas de precisão quanto a posição e espessura das linhas de partição que são minorados na segunda versão. Na maior parte dos casos práticos a primeira versão do algoritmo é amplamente suficiente [Vincent-92a]. De fato, as configurações que originam desvios importantes são muito raramente observadas na prática para imagens em níveis de cinza.

O algoritmo *watershed* não hierárquico executa dois passos distintos: ordenação dos pixels e inundação do relevo. A ordenação utiliza uma técnica de cálculo de endereços, cujo tempo de execução é linear e proporcional ao número de pixels a ser ordenado. Determina a distribuição cumulativa por níveis de cinza e calcula um endereço único para cada pixel [Isaac-56]. O passo de simulação de inundação do relevo considera cada nível de cinza uma vez. Em cada nível a inundação continua a partir dos novos mínimos locais ou das bacias de captação mais baixas para os dentro dos respectivos domínios geodésicos realizando uma *busca em largura*. Todos os novos mínimos do nível corrente são, então, descobertos e tratados separadamente. A eficácia do algoritmo de *watershed* não hierárquico advém de duas condições: todos os pixels da imagem podem ser aleatoriamente acessados e todos os vizinhos de um dado pixel também o podem ser. O algoritmo utiliza uma fila de espera não hierárquica [Noguét-95].

### 3.1.1.2. O algoritmo hierárquico proposto por Meyer

O algoritmo hierárquico ótimo [Meyer-91a], apresentado por Meyer calcula as linhas de partição a partir de um conjunto restrito de marcadores previamente selecionados. O algoritmo é ótimo pois considera cada pixel e sua vizinhança apenas uma vez. Duas versões deste algoritmo foram apresentadas. A segunda variante do algoritmo garante uma fronteira de espessura 1 pixel entre as bacias de captação [Meyer-91a].

O algoritmo hierárquico, como o apresentado por Vincent, também baseia-se na idéia de simulação de imersão. Neste caso, o relevo é inundado a partir de alguns marcadores previamente selecionados e não necessariamente de mínimos. Há uma dupla hierarquia no tratamento. No interior de um mesmo nível de cinza a inundação se faz segundo distâncias geodésicas crescentes com relação à borda dos platôs, o que constitui a primeira hierarquia. A inundação de um platô de altitude  $h$  se faz após a inundação completa de todos os platôs mais baixos, o que constitui o segundo nível hierárquico. Meyer utilizou uma fila de espera hierárquica [Noguet-95] para implementar a dupla hierarquia. Os pixels são processados em ordem de chegada, mas considerando-se sua importância hierárquica, cada um é tratado:

- Antes de todos de nível inferior;
- Antes de todos de mesmo nível que chegaram depois;
- Depois de todos de nível superior.

### 3.2. A abertura por atributos

Breen e Jones [Breen-96] propuseram a transformação *abertura por atributos* como uma extensão do método das aberturas por áreas [Vincent-93] apresentado por Vincent. As aberturas por atributos são filtros adaptativos que permitem remover ou selecionar componentes conexos com base em seus atributos geométricos e em descritores de forma. São similares às aberturas por reconstrução já que são transformações sobre componentes conexos [Breen-96]. Entretanto, são mais gerais porque podem descrever características de forma generalizadas.

Aberturas por atributos foram inicialmente propostas visando-se a remoção seletiva de componentes conexos em imagens binárias e, posteriormente, estendidas para imagens em níveis de cinza, vistas como empilhamentos de imagens binárias. Uma descrição sobre aberturas e fechamentos, suas propriedades e usos pode ser obtida dos trabalhos de Matheron, Serra, Ronse e Heijmans [Breen-96]. No caso geral, uma abertura é definida como uma transformação crescente, idempotente e anti-extensiva<sup>18</sup>.

Breen apresentou diversas implementações da abertura por atributos que fazem uso da técnica dual da simulação de imersão, ou seja, o esvaziamento gradual de um relevo completamente imerso. Para uma imagem em níveis de cinza a abertura inicia-se pelos máximos locais da imagem. A abertura conexa é obtida varrendo-se sucessivamente os níveis de cinza da imagem de cima para baixo. Faz-se crescer regiões em torno dos máximos locais. Em cada um níveis de cinza coletam-se todos os pixels que possuam valor igual ou maior que o nível corrente e que estejam conectados ao máximo através de algum caminho. Se esta região conexa satisfizer ao atributo escolhido, mudam-se todos os níveis de cinza para o valor corrente; senão, continua-se descendo através dos níveis até que a região satisfaça ao atributo. Como resultado obtém-se uma imagem onde as regiões foram selecionadas segundo um certo atributo.

---

<sup>18</sup> Veja definições no Apêndice

### 3.3. O método topológico de segmentação de imagens proposto por Bertrand, Couprie e Everat.

Bertrand et. al. [Bertrand-96] propuseram um método de segmentação de imagens a partir de noções topológicas básicas. Para isto, definiram uma *topologia por seções de corte*. As transformações homotópicas relativas àquela topologia preservam as principais informações de uma imagem em níveis de cinza. Foram introduzidos alguns *números topológicos* que levam à completa classificação dos pontos da imagem, de acordo com suas características topológicas. Foram definidos o *kernel homotópico* e o *kernel de nivelamento* de uma imagem, a partir das definições de *ponto simples*, *ponto destrutível*, *ponto construtível* e *ponto irregular*.

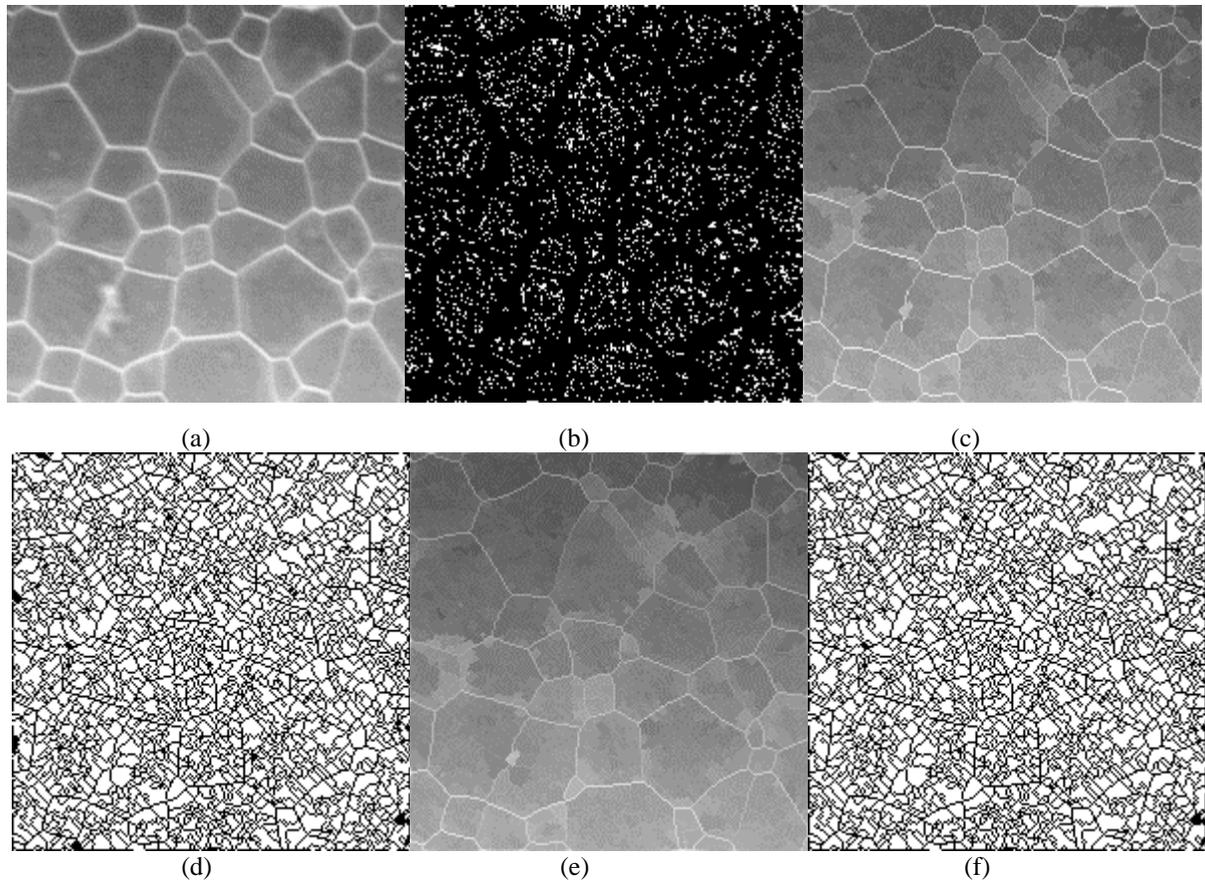
Estas noções topológicas básicas são usadas para segmentar uma imagem. O método também trata a imagem como um relevo topográfico. A segmentação é vista como um processo de extração de bacias significativas neste relevo. A aplicação do *kernel homotópico* à imagem simplifica-a bastante mas ainda preserva todas as suas bacias, quer sejam significativas ou não.

Dois *operadores de regularização* foram definidos que permitem alterar a topologia da imagem, eliminando diferentes partes das regiões não significativas. Após a aplicação destes operadores, obtém-se uma imagem binária que corresponde topologicamente ao resultado desejado.

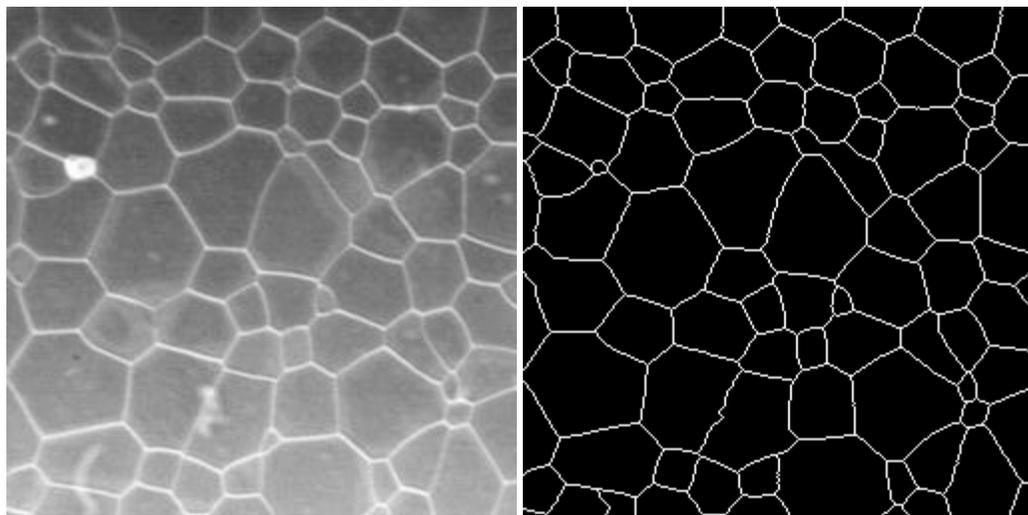
A Figura 17<sup>19</sup> exibe o efeito da aplicação dos *kernels* sobre a imagem. A Figura 17a mostra um trecho da imagem de óxido de urânio. Os mínimos desta imagem aparecem na Figura 17b. A Figura 17c exibe o resultado da aplicação do *kernel homotópico* sobre a imagem original. Na Figura 17d, aparecem os mínimos do *kernel homotópico* (regiões na cor branca). A Figura 17e mostra o resultado da aplicação do *kernel de nivelamento* sobre a imagem original. Os mínimos do *kernel de nivelamento* aparecem na Figura 17f. A Figura 18 exibe o resultado da segmentação com o método topológico proposto por Bertrand et. al.

---

<sup>19</sup> As Figuras 17 e 18 foram preparadas pelo Prof. Michel Couprie (ESIEE-Paris).



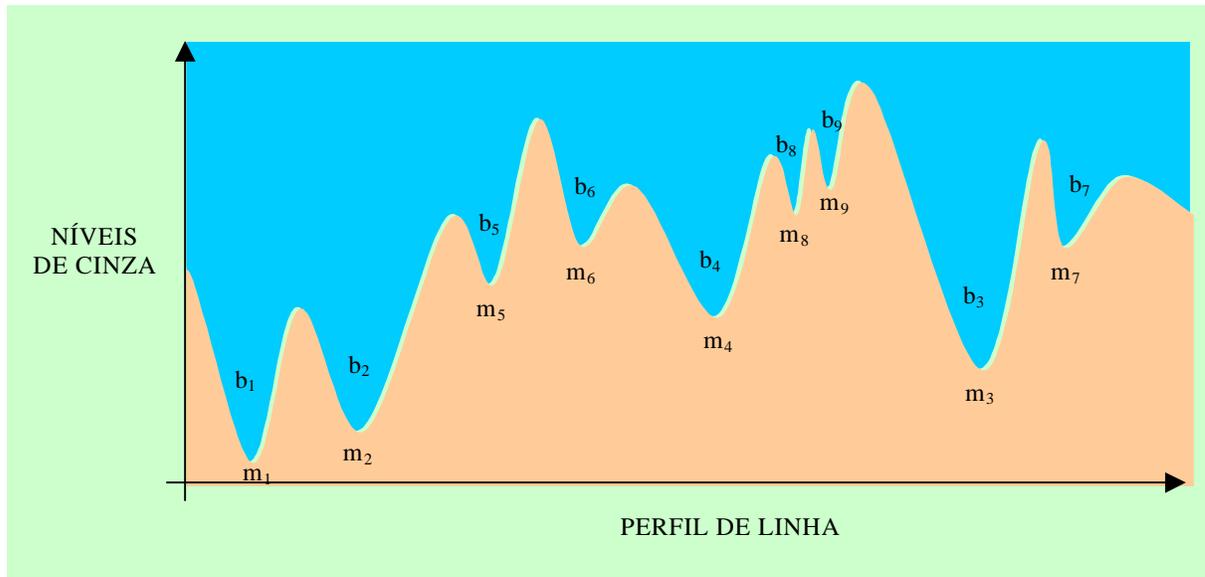
**Figura 17.** Resultado da aplicação dos *kernels*: (a) imagem original, (b) mínimos da imagem original, (c) *kernel* homotópico da imagem original, (d) mínimos do *kernel* homotópico, (e), *kernel* de nivelamento da imagem original, (f) mínimos do *kernel* de nivelamento.



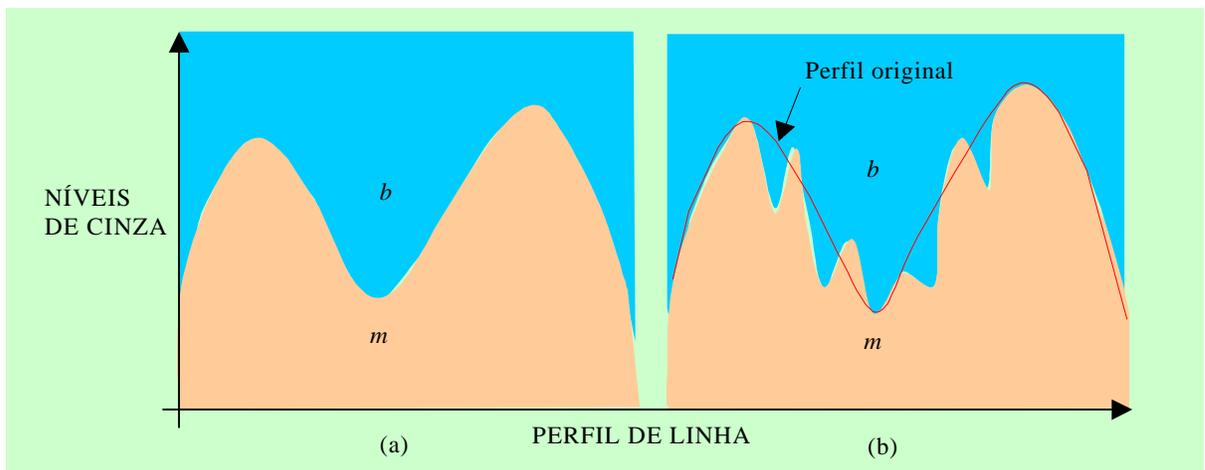
**Figura 18.** Segmentação topológica: (a) imagem original, (b) resultado obtido com o método topológico apresentado por Bertrand et al.

### 3.4. A transformação *dinâmicas* [Grimaud-91], [Grimaud-92]

A detecção de extremos, em particular dos mínimos regionais, é geralmente o primeiro passo no processo de segmentação quando se procura localizar, mesmo que grosseiramente, os objetos de interesse. A Figura 19 mostra um perfil contendo diversos mínimos ( $m_i$ ) e as respectivas bacias de captação ( $b_i$ ).



**Figura 19.** Perfil unidimensional. Diversos mínimos locais e as respectivas bacias de captação.



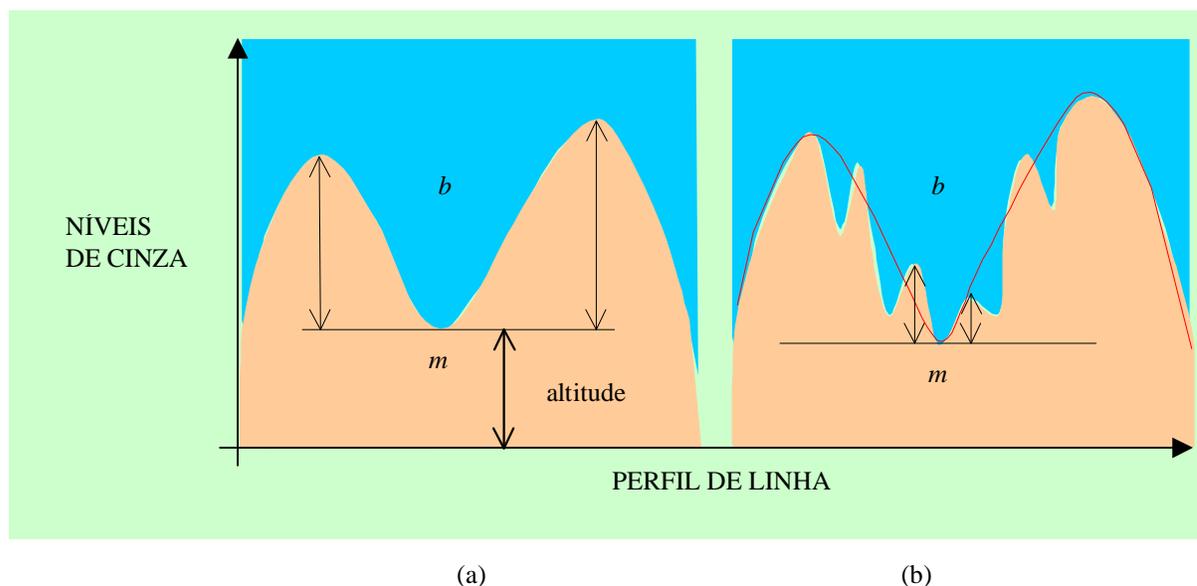
**Figura 20.** Presença de ruído no interior de uma bacia regional: (a) perfil sem ruído, (b) mesmo perfil com ruído, vários mínimos [Grimaud-91].

A maioria dos mínimos regionais apresenta, no seu interior, mínimos locais, como ilustra o perfil da Figura 20b. Apesar da sua presença, procura-se identificar, durante a segmentação, as regiões significativas da imagem. Para isso emprega-se uma técnica de

detecção de mínimos conveniente. Entretanto, sua grande sensibilidade ao ruído as torna difíceis de usar. Para amenizar este problema, Grimaud apresentou, em sua tese [Grimaud-91], uma técnica de localização de objetos de interesse, denominada *transformação dinâmicas*.

Grimaud propôs uma transformação que avalia os mínimos com base no contraste e permite selecionar mais facilmente aqueles que são de maior importância. O cálculo das dinâmicas é uma medida na escala das estruturas e não caracteriza o extremo propriamente dito ou sua bacia, mas a estrutura que o contém. O tamanho e a forma das estruturas também não são considerados. Uma variação da transformação dinâmicas, denominada *dinâmicas de contornos* foi recentemente apresentada por Najman e Schmitt [Najman-96].

O propósito da transformação dinâmicas é apenas o de localizar os objetos de interesse e não o de diretamente segmentar a imagem [Grimaud-91]. Uma vez localizados os objetos, aplica-se um segmentador como, por exemplo, o algoritmo *watershed* hierárquico. A implementação da transformação dinâmicas, como originalmente apresentada por Grimaud em sua tese, emprega o algoritmo hierárquico de Meyer.



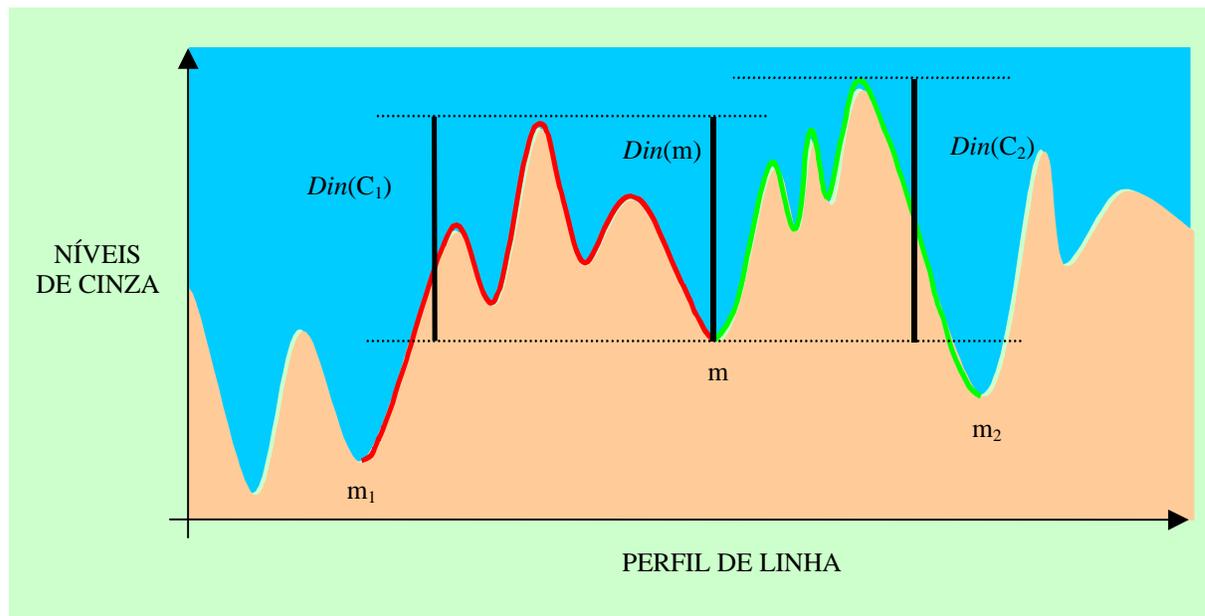
**Figura 21.** A profundidade *trivial* de uma bacia de captação não é adequada para quantificar o contraste das estruturas: (a) perfil sem ruído, (b) perfil com ruído [Grimaud-91].

A noção de *profundidade de uma bacia* é fundamental na transformação dinâmicas. A profundidade de uma bacia (sua dinâmica) pode ser tomada como a diferença entre a altitude

do mínimo e a do ponto de menor (ou maior) altitude na linha de partição que envolve o mínimo.

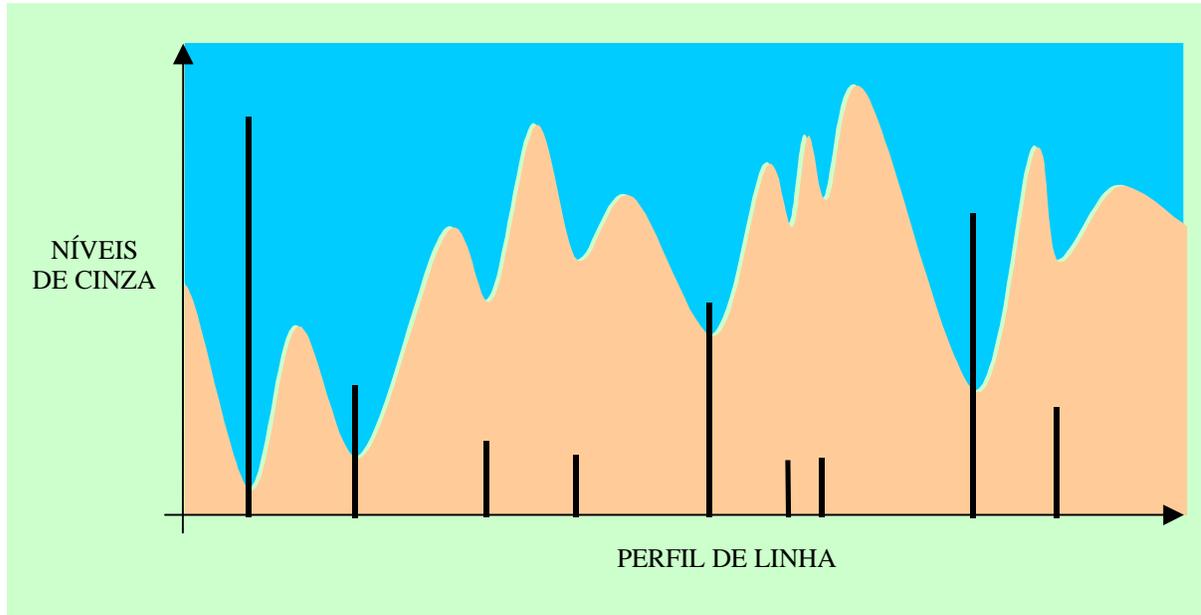
Para um mínimo como o da Figura 21a, ambas definições produzem uma estimativa satisfatória da profundidade, mas o mesmo não pode ser dito para o perfil, com ruído, da Figura 21b. Nenhuma das estimativas, para quaisquer dos seus mínimos, produziria o resultado esperado. Faz-se necessário, portanto, obter uma medida do contraste das estruturas que não fique restrita ao interior da bacia de captação local.

A definição de dinâmica ilustrada na Figura 22 produz melhores resultados. A dinâmica de um mínimo  $m$  é igual à menor das dinâmicas que se pode obter, considerados todos os caminhos que levem às bacias de captação, cujos mínimos possuem altitudes menores que a de  $m$ . Por exemplo, no perfil unidimensional da Figura 22, há dois caminhos que levam a mínimos de altitudes mais baixas que a de  $m$ . O caminho  $C_1$ , indicado pela cor vermelha, que leva a  $m_1$  produz a dinâmica do mínimo  $m$  (a menor possível).



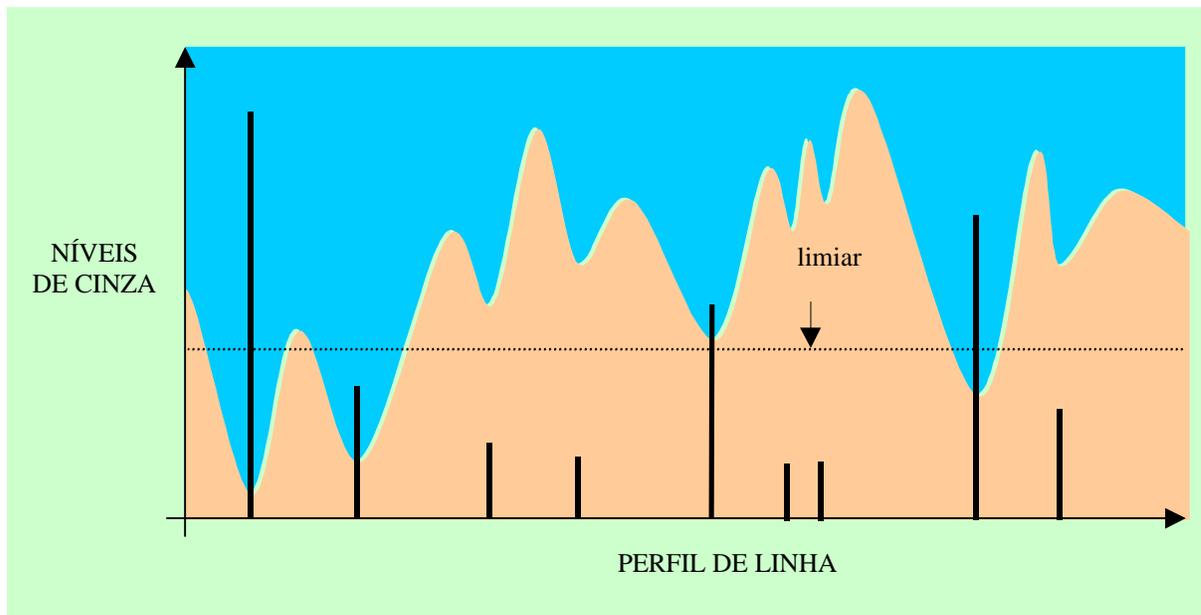
**Figura 22.** Definição da profundidade de um mínimo sobre um perfil arbitrário. A dinâmica de um mínimo  $m$  é igual à menor das dinâmicas de todos os caminhos que levam a bacias cujas altitudes são mais baixas que a de  $m$  [Grimaud-91].

A Figura 23 mostra as dinâmicas para cada um dos mínimos do perfil, medidas pela última definição.

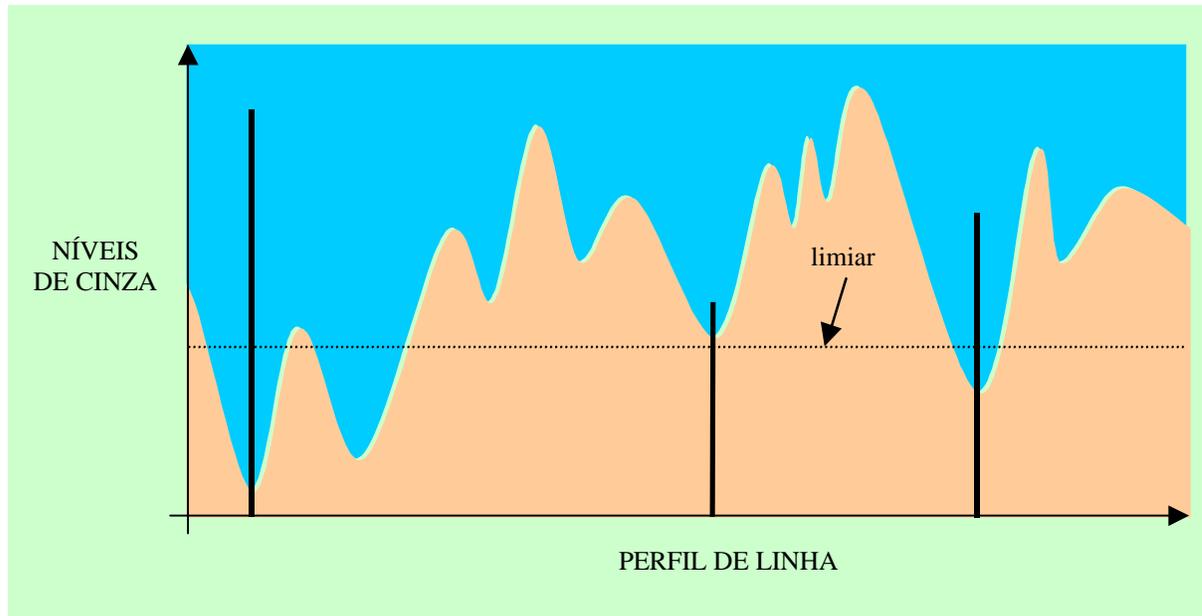


**Figura 23. Dinâmicas para todos os mínimos do perfil [Grimaud-91].**

A seleção das bacias mais importantes é feita por limiarização das dinâmicas, como ilustram as Figuras 24 e 25.



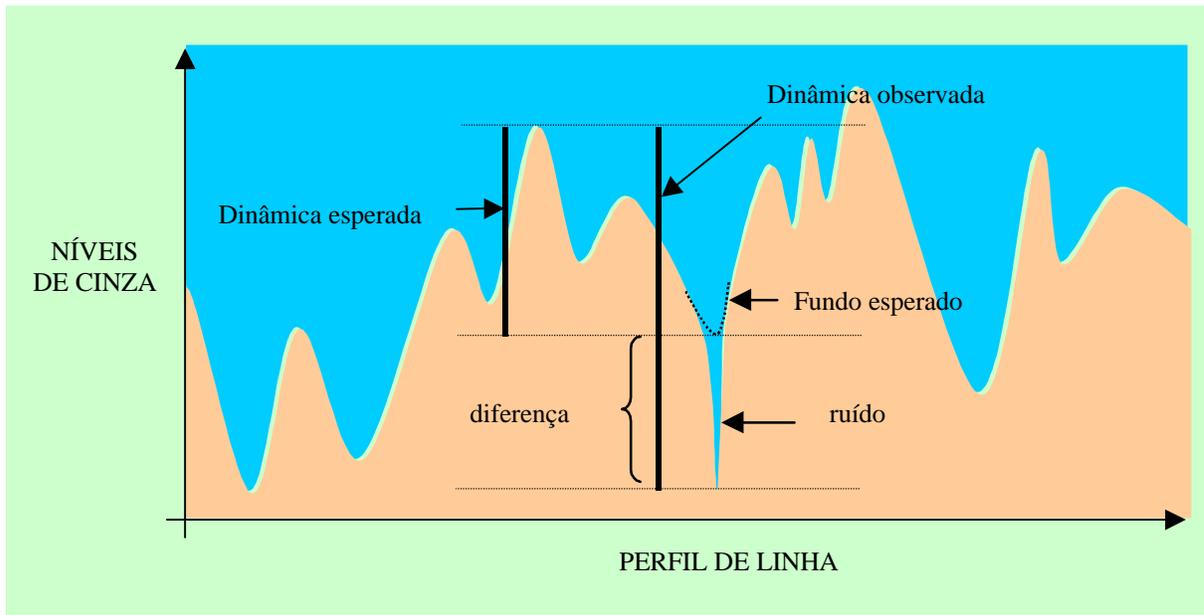
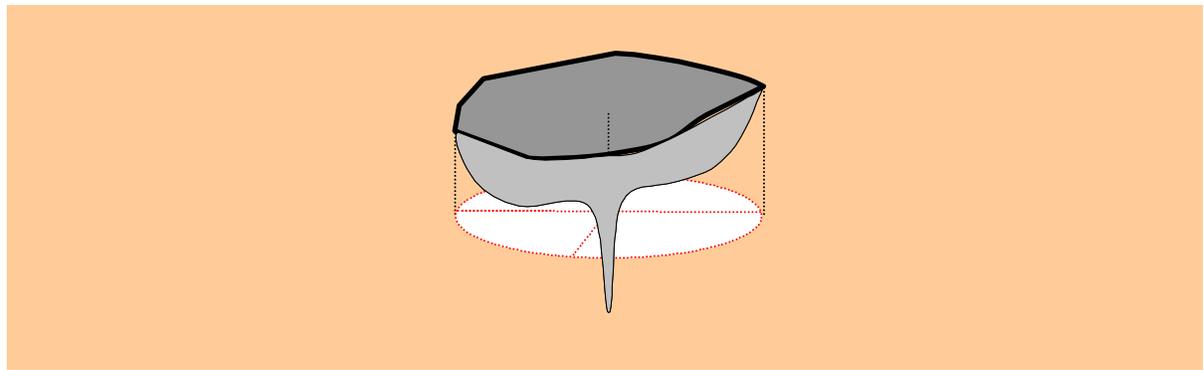
**Figura 24. Limiarização das dinâmicas da Figura 23 [Grimaud-91].**



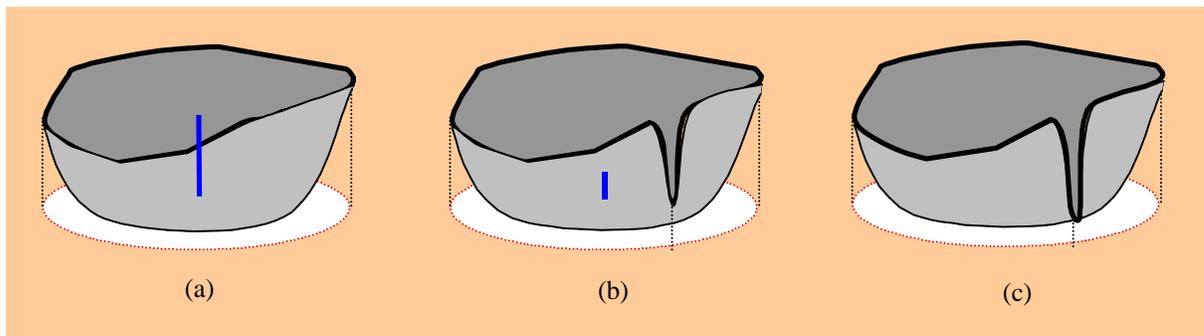
**Figura 25.** Seleção das bacias mais significativas por limiarização das dinâmicas [Grimaud-91].

Há situações onde o cálculo das dinâmicas produz resultados insatisfatórios. Por exemplo, quando um ou poucos pixels no interior de uma bacia rebaixam seu fundo, como mostra a Figura 26, o valor da dinâmica desta bacia é erroneamente avaliado para maior. Neste caso, o problema pode ser amenizado, se o ruído não for muito grande, realizando-se uma filtragem espacial. Podem ocorrer situações em que fortes variações fotométricas, na zona de transição entre duas bacias, rebaixam o *relevo*, reduzindo os valores das dinâmicas das bacias associadas, ou mesmo anulando-os, como mostra a Figura 27.

Uma terceira situação indesejável ocorre quando vários mínimos locais, de mesma altitude, estão presentes no interior de uma bacia regional como  $b_4$ , na Figura 28. Neste caso, todos estes mínimos possuem dinâmicas de mesmo valor. Se as dinâmicas fossem usadas como marcadores, ter-se-ia mais de um marcador por bacia regional, como pode ser visto na Figura 28.

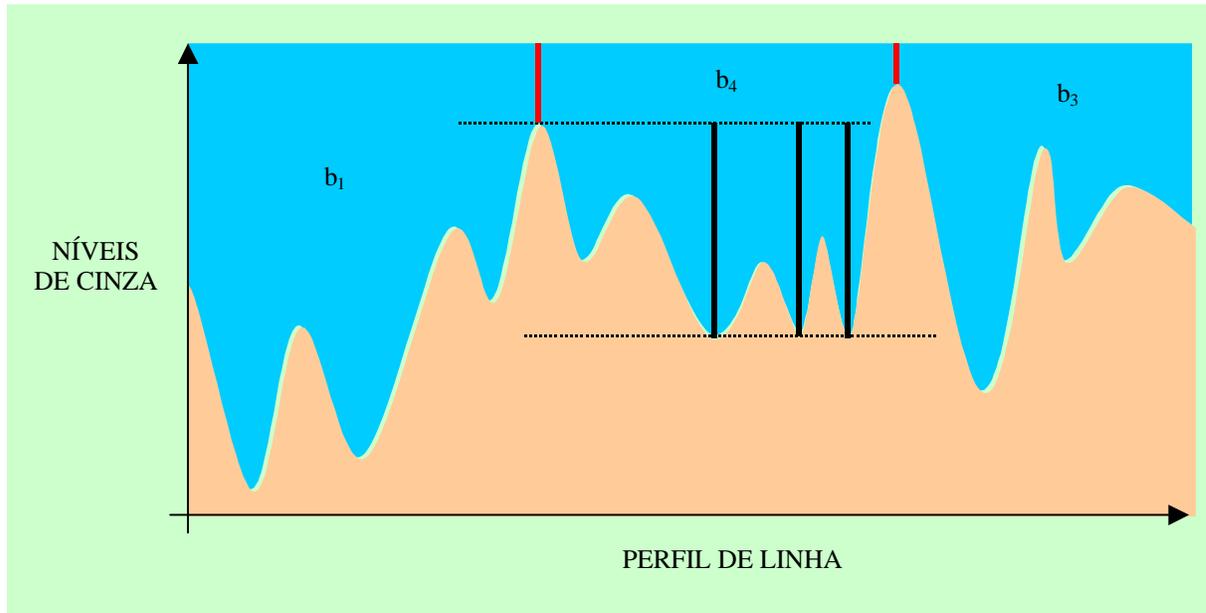


**Figura 26.** A presença de ruído no interior de uma bacia altera o valor da sua dinâmica: (a) vista topográfica, (b) vista em perfil unidimensional.



**Figura 27.** Variações locais de intensidade sobre as bordas da bacia produzem valores de dinâmica errôneos: (a) borda ideal com dinâmica normal, (b) borda com perfil rebaixado e dinâmica reduzida, (c) borda interrompida e dinâmica nula.

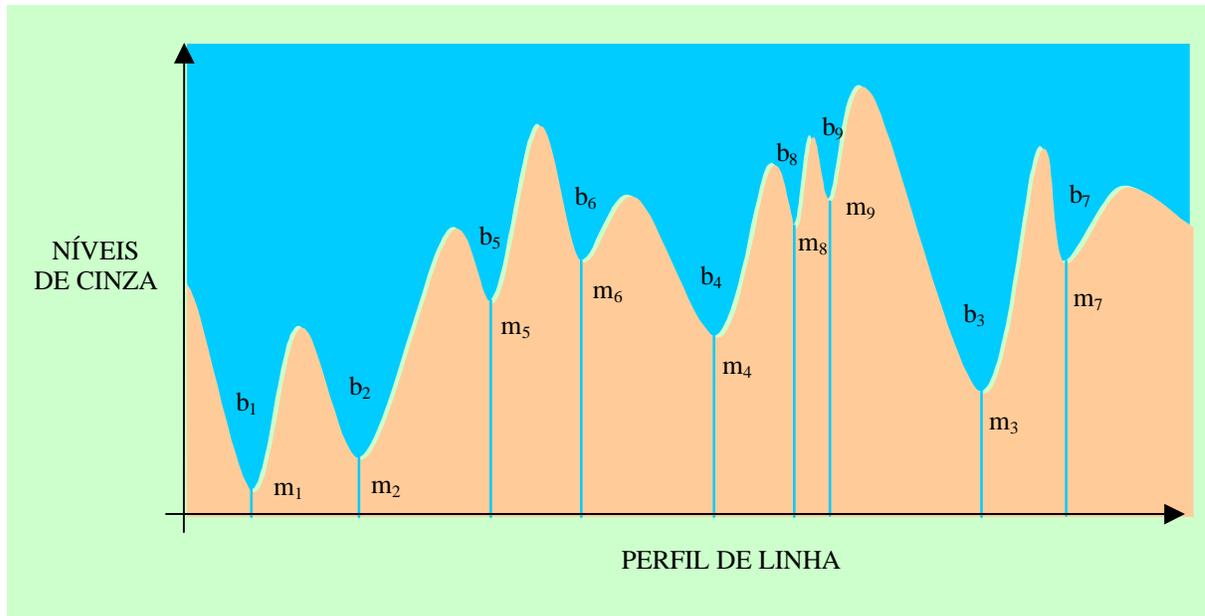
Para atender a esta situação, dever-se-ia alterar a definição original de dinâmicas. Entretanto, resolver este problema e ao mesmo tempo manter a generalidade da definição não é uma questão trivial [Grimaud-91]. Grimaud propôs, então, um algoritmo que, embora não se atenha à definição original de dinâmica, corrige, na prática, este comportamento.



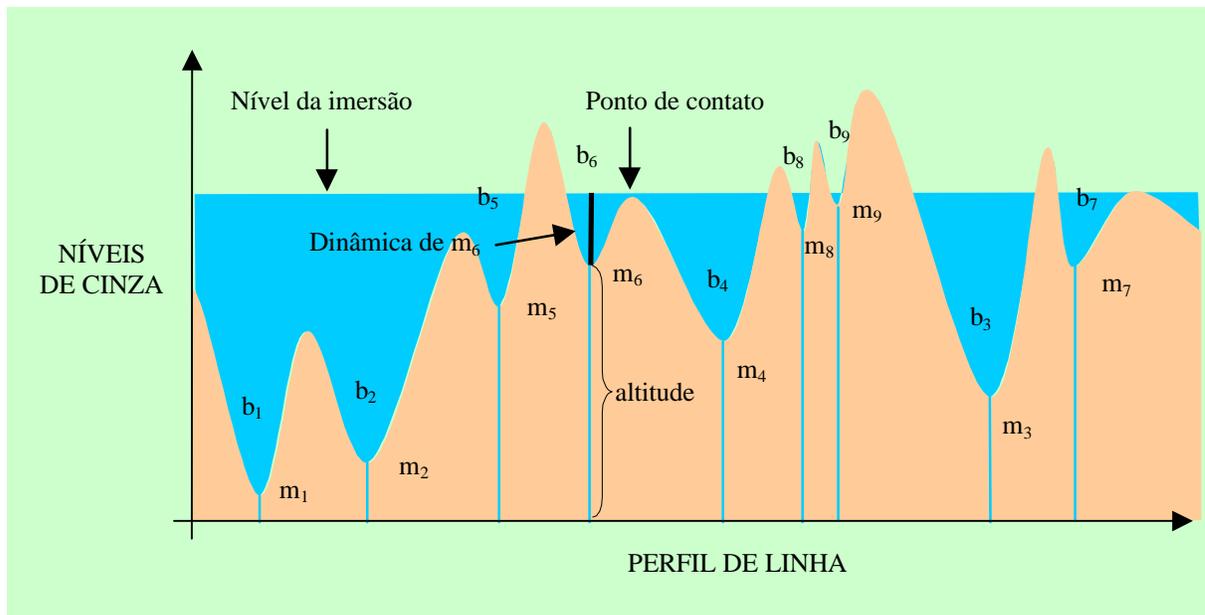
**Figura 28. Bacia regional marcada por mais de um mínimo de dinâmica importante [Grimaud-91].**

Pela definição original, o cálculo das dinâmicas exigiria a determinação de todos os caminhos que, partindo de um mínimo, levassem a outros mínimos de altitudes mais baixas. Tarefa complexa numa imagem 2D vista como um relevo, já que inúmeros caminhos ligam dois mínimos entre si. Além disso, o cálculo deveria ser feito para cada mínimo isoladamente, o que implicaria um tempo de execução proibitivo.

O algoritmo apresentado por Grimaud diverge da definição original das dinâmicas, permitindo que as bacias de captação tenham suas dinâmicas calculadas em paralelo. Para isso, o relevo passa a ser inundado a partir de todos os mínimos da imagem e não mais a partir dos mínimos mais baixos em relação ao mínimo para o qual a dinâmica está sendo calculada, como propõe a definição. A Figura 29 mostra a imersão do relevo feita a partir de todos os mínimos da imagem.



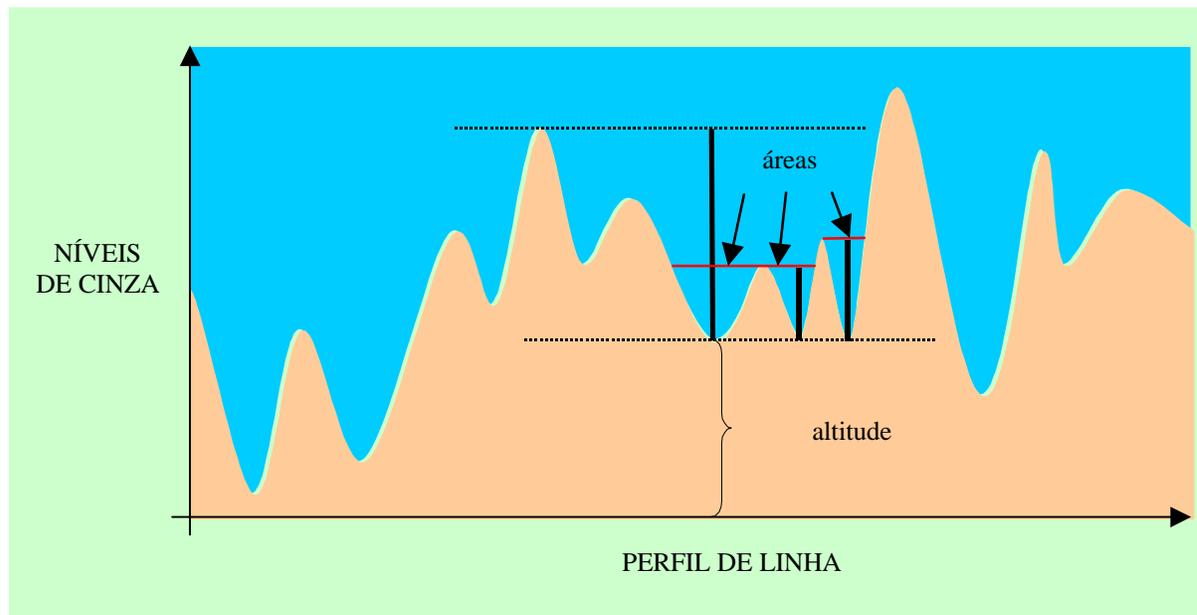
**Figura 29. Imersão realizada a partir de todos os mínimos da imagem.**



**Figura 30. Cálculo de dinâmicas para as bacias vizinhas  $b_4$  e  $b_6$ . A dinâmica da bacia  $b_6$ , cujo mínimo é mais alto, é calculada como a diferença entre o nível corrente da água e a altitude do mínimo  $m_6$  [Grimaud-91].**

Para garantir a presença de apenas uma dinâmica importante por bacia, quando vários mínimos de mesma altitude coexistem no seu interior, Grimaud adotou a seguinte estratégia: quando as águas de duas bacias de mesma altitude entram em contato, a bacia que possui a menor lâmina d'água é absorvida pela outra. Sua dinâmica é, então, calculada conforme ilustra a Figura 30. A dinâmica da bacia de maior lâmina d'água é calculada posteriormente, quando um mínimo de menor altitude relativa for encontrado, utilizando-se o procedimento

convencional. A Figura 31 mostra o resultado da estratégia. Apenas uma dinâmica predomina no interior da bacia, em oposição ao que ocorre na Figura 28.



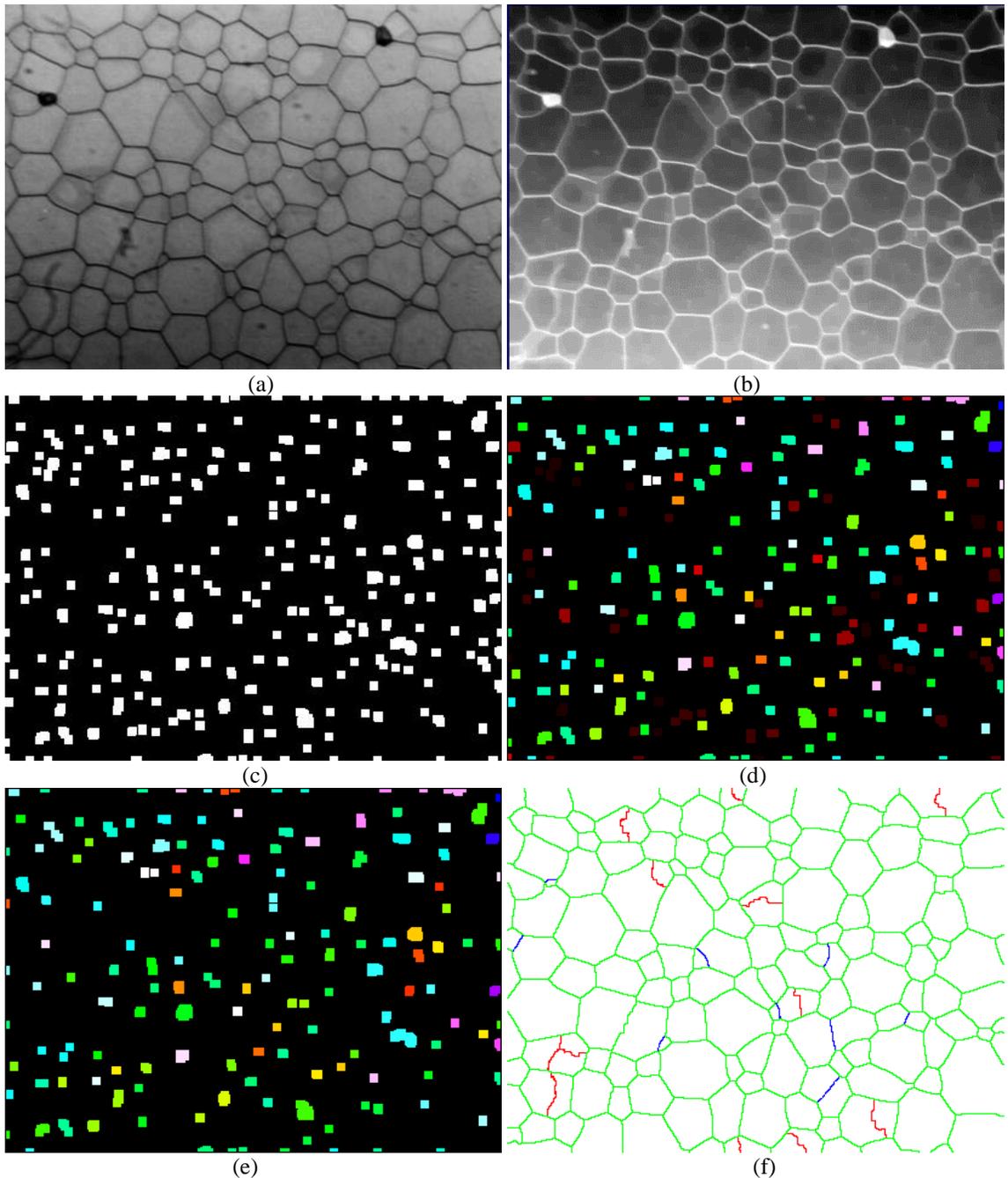
**Figura 31. Cálculo de dinâmica para bacias de mesma altitude. Se as águas de duas bacias entram em contato, a bacia de menor área (lâmina d'água) é absorvida e a dinâmica do seu mínimo calculada [Grimaud-91].**

A transformação dinâmicas avalia os mínimos de uma imagem com base numa medida de contraste. Esta avaliação de contraste não é local mas regional, na escala das estruturas mais importantes. Os mínimos mais significativos são marcados por dinâmicas mais fortes enquanto os demais têm dinâmicas menos importantes. A aplicação de um limiar simples às dinâmicas permite discriminar os mínimos mais importantes.

Esta transformação é utilizada como uma ferramenta para determinação de marcadores e não diretamente como um procedimento de segmentação. Após a obtenção dos marcadores, emprega-se um algoritmo *watershed*, para que se obtenha a imagem segmentada.

A Figura 32 ilustra a transformação dinâmicas sobre uma imagem de óxido de urânio. A imagem original da amostra de óxido de urânio é reproduzida na Figura 32a. A Figura 32b exibe o negativo de uma filtragem alternada sequencial<sup>20</sup>, de tamanho 3, aplicada à imagem original. A Figura 32c mostra os mínimos obtidos após a filtragem da imagem. A Figura 32d mostra os valores das dinâmicas para cada um dos mínimos. Para obtenção dos marcadores, aplicou-se um limiar à imagem da Figura 32d, cujo resultado é mostrado na Figura 32e. A

Figura 32f apresenta o resultado da segmentação realizada com a transformação *watershed* a partir dos marcadores selecionados.



**Figura 32. Segmentação a partir da transformação dinâmicas: (a) imagem original, (b) negativo da filtragem alternada seqüencial da imagem original, (c) mínimos da imagem filtrada, (d) dinâmicas de cada mínimo, (e) limiarização das dinâmicas para obtenção de marcadores, (f) segmentação obtida com o algoritmo watershed de Meyer.**

<sup>20</sup> Definição no Apêndice.

Para amenizar os problemas enfrentados pela transformação dinâmicas, o método ABA introduz uma mudança no cálculo das dinâmicas. A dinâmica de uma bacia passa então a depender não só da sua profundidade mas, também, da sua área, como descreve o Capítulo 4.

### **3.5. A transformação *Waterfall***

A transformação *waterfall*, apresentada por Beucher em sua tese [Beucher-90], é uma técnica de seleção de mínimos significativos que visa eliminar a supersegmentação produzida pelo excessivo número de mínimos locais. A transformação *waterfall* procura agregar as bacias de captação da imagem segundo um critério de homogeneidade. Há diversos algoritmos para a transformação *waterfall*. O mais eficiente deles, descrito na Seção 3.5.2, utiliza a transformação *watershed* e a *reconstrução geodésica*<sup>21</sup> da imagem.

#### **3.5.1. O Princípio da transformação *waterfall***

A segmentação de imagens através da transformação *waterfall* também requer, como os demais métodos morfológicos, a determinação de marcadores para as regiões significativas da imagem.

Considere-se a função  $f$  ilustrada na Figura 33. A aplicação direta da transformação *watershed* à função  $f$  produziria tantas bacias de captação quantos mínimos houvessem na imagem. Dos diversos mínimos da função  $f$ , três deles,  $m_1$ ,  $m_3$  e  $m_4$ , são significativos porque marcam regiões de maior importância na imagem. Se apenas estes mínimos,  $m_1$ ,  $m_3$  e  $m_4$  fossem utilizados como marcadores, haveriam apenas três bacias de captação, como mostra a Figura 34.

---

<sup>21</sup> Definição no Apêndice.

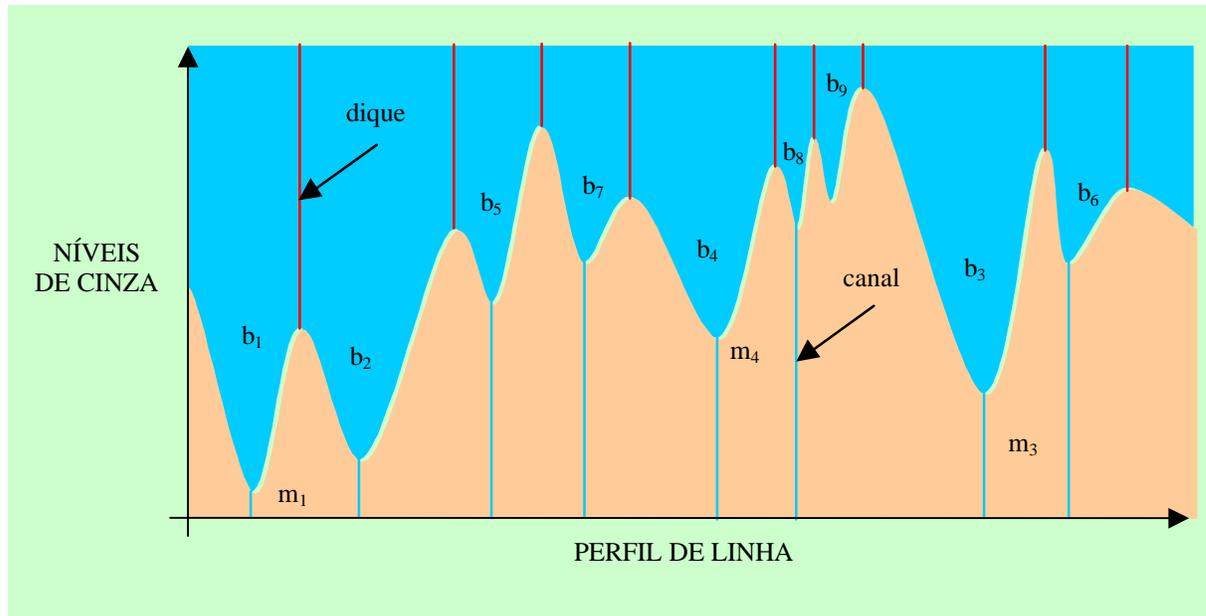


Figura 33. Resultado da aplicação direta da transformação *watershed* à função  $f$ .

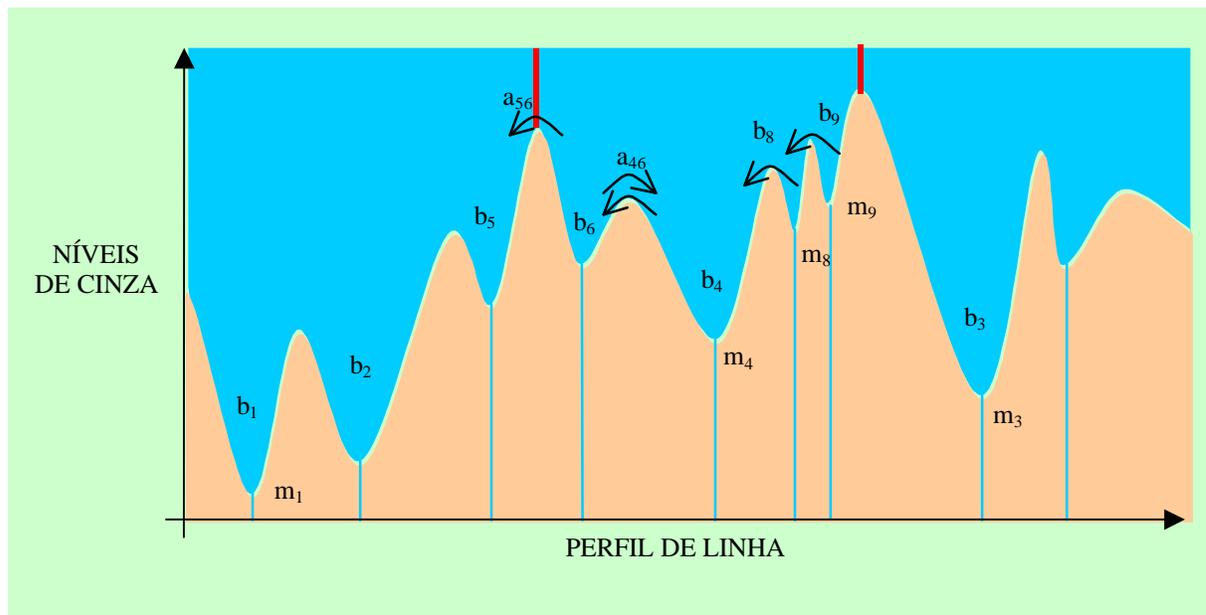
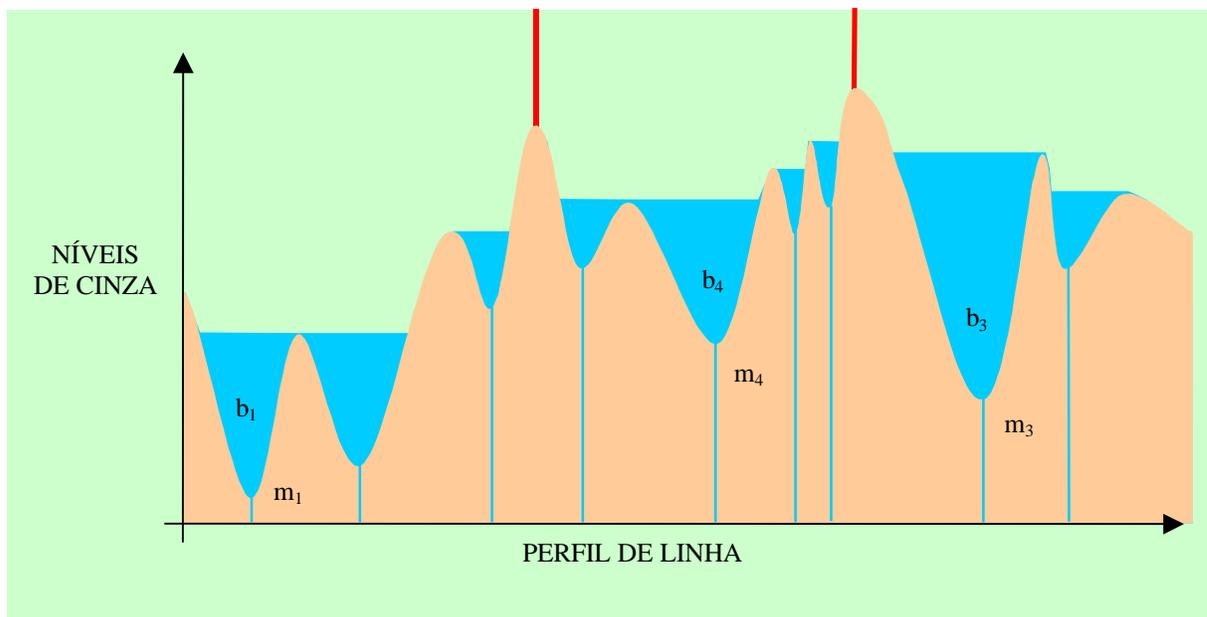


Figura 34. Resultado da aplicação direta da transformação *watershed* à função  $f$ , considerando-se apenas os marcadores  $m_1$ ,  $m_3$  e  $m_4$  [Beucher-94].

À primeira vista, pode parecer que o mínimo mais profundo no interior de uma bacia regional é o mais significativo. Contudo, considere-se o mínimo  $m_9$ , por exemplo, na Figura 34. Se a bacia à qual pertence for inundada a partir de  $m_9$ , as águas irão verter sobre a bacia  $b_8$  quando atingirem a linha que as separa, de  $b_8$  verterão sobre  $b_4$  e, de  $b_4$  sobre  $b_6$ . De  $b_6$  refluirão sobre  $b_4$ . Surgem, então duas situações: ou as águas vertem sobre uma bacia ainda não preenchida

ou refluem sobre uma já inundada. No primeiro caso, o mínimo não é significativo mas, no segundo, o é. Genericamente, um mínimo é significativo se a *waterfall* proveniente da sua bacia verte sobre uma bacia adjacente que, por sua vez, refluí sobre a bacia de origem. Por esta razão, um mínimo significativo não é único. Todos os mínimos ligados por *waterfall* simétricas são significativos. Além disso, o arco que liga dois mínimos significativos também pode ser considerado como um marcador significativo. Esse marcador é o arco de altitude mínima do *watershed* primário.

A transformação *waterfall* determina as bacias regionais associadas aos marcadores significativos correspondentes. Considerem-se as bacias  $b_4$  e  $b_6$  na Figura 34. O arco  $a_{46}$  que separa estas bacias pode ser considerado como o marcador significativo. Se estas bacias forem inundadas as águas verterão sobre  $b_8$ , mas se a imersão fosse feita a partir de  $b_8$ , suas águas verteriam sobre a união das bacias  $b_4$  e  $b_6$  ( $b_4 \cup b_6$ ). Como as *waterfalls* são simétricas, o arco  $a_{46}$  é removido e as três bacias são unidas. Continuando a imersão, as águas provenientes de  $b_4 \cup b_6 \cup b_8$  irão preencher  $b_9$ . As bacias  $b_4$ ,  $b_6$ ,  $b_8$  e  $b_9$  também serão unidas por causa das *waterfalls* simétricas. A seguir as águas verterão sobre  $b_5$ . Neste ponto, as linhas do *watershed* serão preservadas porque  $b_5$  inundará, a seguir, a bacia  $b_2$ , quebrando a simetria sobre o arco  $a_{56}$ . Ao final do processo, restarão apenas as linhas *watershed* que contornam as bacias associadas aos marcadores significativos, como ilustra a Figura 35.



**Figura 35. Mínimos significativos e respectivas bacias de captação [Beucher-94].**

**3.5.2 Um algoritmo eficaz baseado na reconstrução [Beucher-94]**

Sejam duas funções  $f$  e  $g$ , onde  $g \geq f$ . A reconstrução geodésica por erosões  $R_f^*(g)$  de  $g$  a partir de  $f$  por um elemento estruturante  $B$ , é definida como:

$$R_f^*(g) = e_f^\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} (e_f \circ e_f \circ \dots \circ e_f)(g) \tag{3-1}$$

Onde  $e_f(g)$  é a erosão definida por:

$$e_f(g) = \sup(g \circ B, f) \tag{3-2}$$

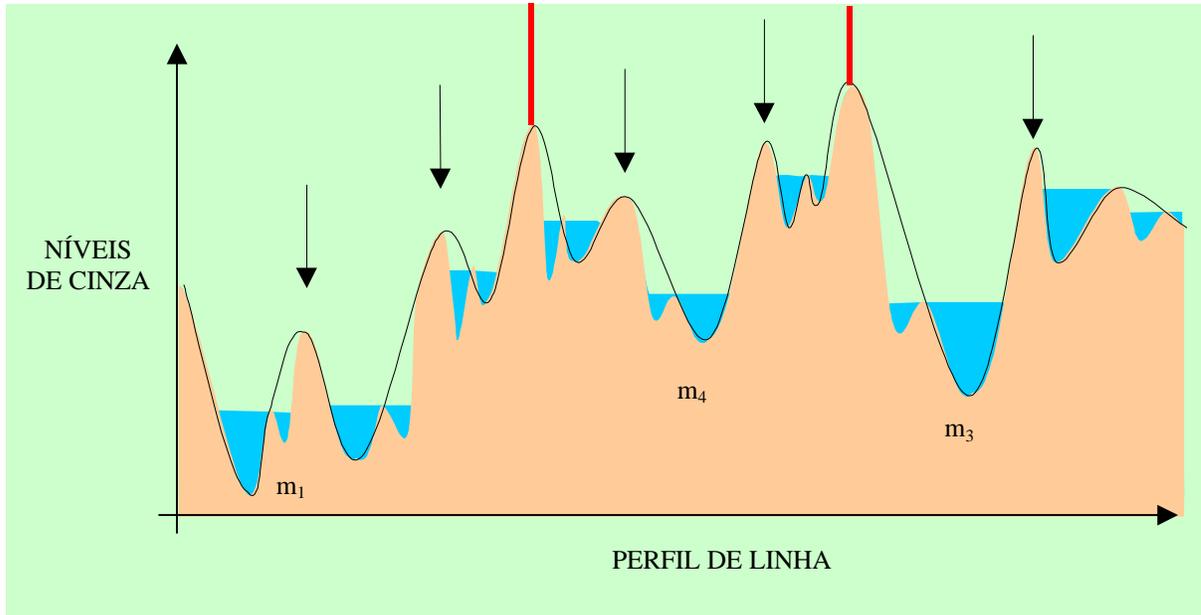
Sejam  $f$  uma função positiva e limitada ( $0 \leq f \leq m$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ) e  $W(f)$  sua transformação *watershed*.  $W(f)$  é o conjunto das linhas do *watershed* de  $f$ . Uma nova função  $g$  pode ser construída a partir de  $W(f)$ .

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= f(x) \text{ se } x \in W(f) \\ g(x) &= m \text{ se } x \in W^c(f) \end{aligned} \right\} \tag{3-3}$$

A função  $g$  é evidentemente maior que  $f$ . Considere-se a reconstrução geodésica de  $g$  a partir de  $f$ . Os mínimos da função resultante corresponderão aos marcadores da imagem original  $f$ .

A reconstrução preenche parcialmente cada bacia de captação com um platô cuja altitude é igual à altitude mínima do *watershed* que envolve cada bacia, como ilustra a Figura 35. Assim, se houver uma bacia adjacente, onde a altitude correspondente é mais baixa que a da antecedente, as *waterfall* não serão simétricas e o platô gerado nesta bacia não será um mínimo.

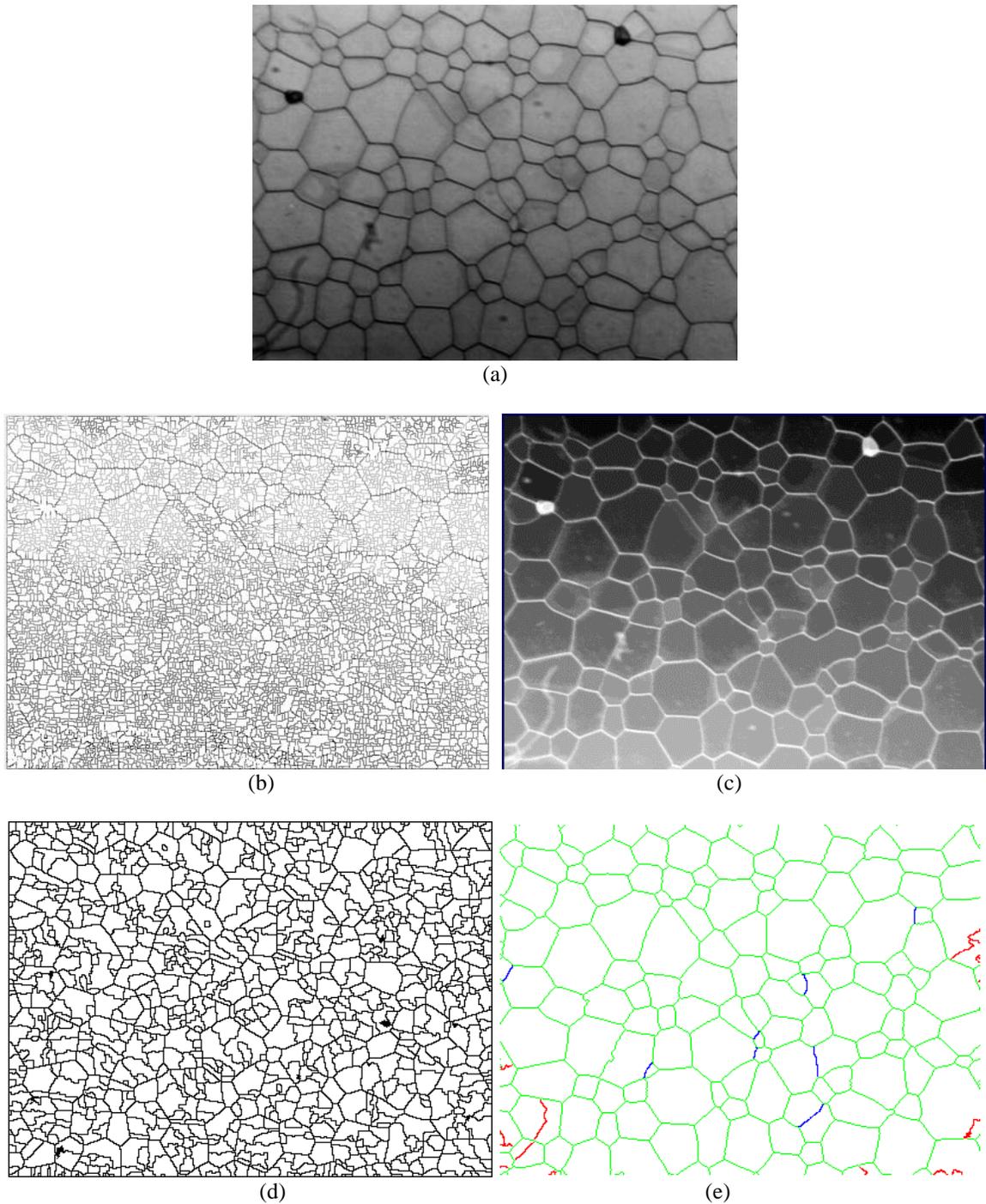
Há situações, como no caso das dinâmicas, onde a transformação *waterfall* produz resultados insatisfatórios. Considere-se, o perfil da Figura 36. Neste perfil, há bacias de captação em três níveis diferentes: pequenas, médias e grandes. A reconstrução preserva todas as linhas *watershed* que possuam vizinhas imediatas de altitude mais baixa. Como resultado, as bacias intermediárias também são preservadas. Uma solução parcial para este problema seria filtrar a imagem antes de aplicar a transformação *waterfall*. Outra solução seria aplicar a transformação *waterfall* uma segunda vez ao resultado da primeira. Neste caso, corre-se o risco de eliminar fronteiras que deveriam ser preservadas.



**Figura 36. Preservação de bacias de importância secundária pela transformação *waterfall*.**

A Figura 37 mostra o resultado da aplicação da transformação *waterfall* sobre a imagem de óxido de urânio. A amostra de óxido de urânio é reproduzida na Figura 37a. A Figura 37b exibe o resultado da aplicação da transformação 3-3 à imagem original. A Figura 37c mostra a imagem reconstruída a partir da imagem (b). A Figura 37d mostra o resultado da segmentação obtida com a transformação *waterfall*. A Figura 37e mostra que bacias de importância secundária podem aparecer, se a imagem não for filtrada.

Como nas demais figuras que ilustram resultados da segmentação, a Figura 37e mostra, em verde, os segmentos corretamente identificados, em vermelho os segmentos excedentes e, em azul, os segmentos não detectados. Observe-se que os grãos incompletos nas bordas das imagens não são considerados nas análises que se seguem a segmentação.



**Figura 37. Segmentação a partir da transformação *waterfall*: (a) imagem original, (b) imagem obtida após a aplicação da Equação 3-3, (c) reconstrução geodésica da imagem a partir de (b), (d) segmentação obtida com a transformação *waterfall* sem filtragem, (e) segmentação obtida com a transformação *waterfall* e filtragem ASF.**

### 3.6. As transformações h-mínima, h-máxima, h-convexa, h-côncava

Estas transformações foram introduzidas por Beucher e Bilodeau [Grimaud-91] para extração de marcadores e operam, também, sem considerar critérios de forma e tamanho, como a transformação dinâmicas. Estas transformações fazem uso das noções de máximo e mínimo de uma imagem em níveis de cinza e da sua reconstrução.

A reconstrução, por dilatação geodésica, da função  $(f - 1)$ , obtida da função  $f$  subtraindo-se 1 do valor de  $f$ , em cada ponto, é denotada:

$$f' = R_f(f - 1) \quad 3-4$$

Em  $f'$ , todos os platôs que possuam ao menos um vizinho de altitude superior recuperarão o nível de cinza que tinham em  $f$ . Mas os máximos que possuam apenas pontos de altitude inferior nas suas vizinhanças não serão reconstruídos. A diferença entre  $f$  e  $f'$  ressalta os máximos, representados pela função:

$$Max(f) = f - R_f(f - 1) \quad 3-5$$

A extração dos mínimos é obtida de maneira análoga, mas considerando-se a reconstrução por erosão:

$$Min(f) = R_f^*(f + 1) - f \quad 3-6$$

Usualmente, emprega-se uma etapa de filtragem antes da extração dos extremos como, por exemplo, uma filtragem alternada seqüencial que opera com critérios de tamanho e permite eliminar as estruturas menores que o elemento estruturante.

A função *h-máxima* é obtida subtraindo-se *h* em lugar de 1, na equação 3.2.

$$h\text{-máxima}(f) = R_f (f - h) \quad 3-7$$

Analogamente, define-se a transformação *h-mínima* como sendo:

$$h\text{-mínima}(f) = R_f^* (f + h) \quad 3-8$$

A diferença entre a imagem original e a *h-máxima* ressalta as estruturas que foram suprimidas pela *h-máxima*. Esta operação é denominada *h-convexa* e denotada:

$$h\text{-convexa}(f) = f - h\text{-máxima}(f) = f - R_f (f - h) \quad 3-9$$

A transformação *h-convexa* permite extrair os domos, ou partes mais claras da imagem, cujas altitudes são uma medida de seu contraste na imagem. As transformações baseadas em *h-extremos* (*h-mínima* e *h-máxima*) ressaltam com níveis de cinza idênticos as estruturas que possuam contraste variável. A imagem resultante de uma transformação *h-convexa*, por exemplo, tem todos os seus *pixels* na faixa de níveis de cinza compreendida entre 0 e *h*.

A Figura 38 mostra o resultado da aplicação da transformação *h-convexa* sobre a imagem de óxido de urânio da Figura 3. A imagem original da amostra de óxido de urânio é reproduzida na Figura 38a. A Figura 38b exibe o resultado da aplicação de uma filtragem alternada seqüencial, de tamanho 3, à imagem original. A Figura 38c mostra os domos obtidos após uma reconstrução geodésica da imagem com um parâmetro  $h = 30$ . Para obtenção dos marcadores aplicou-se um limiar à imagem da Figura 38c, cujo resultado é mostrado na Figura 38d. A Figura 38e apresenta o resultado da operação de *rotulação* dos marcadores que serão utilizados na transformação *watershed*. Aplicando-se a transformação *watershed*, obteve-se a imagem segmentada mostrada na Figura 38f.

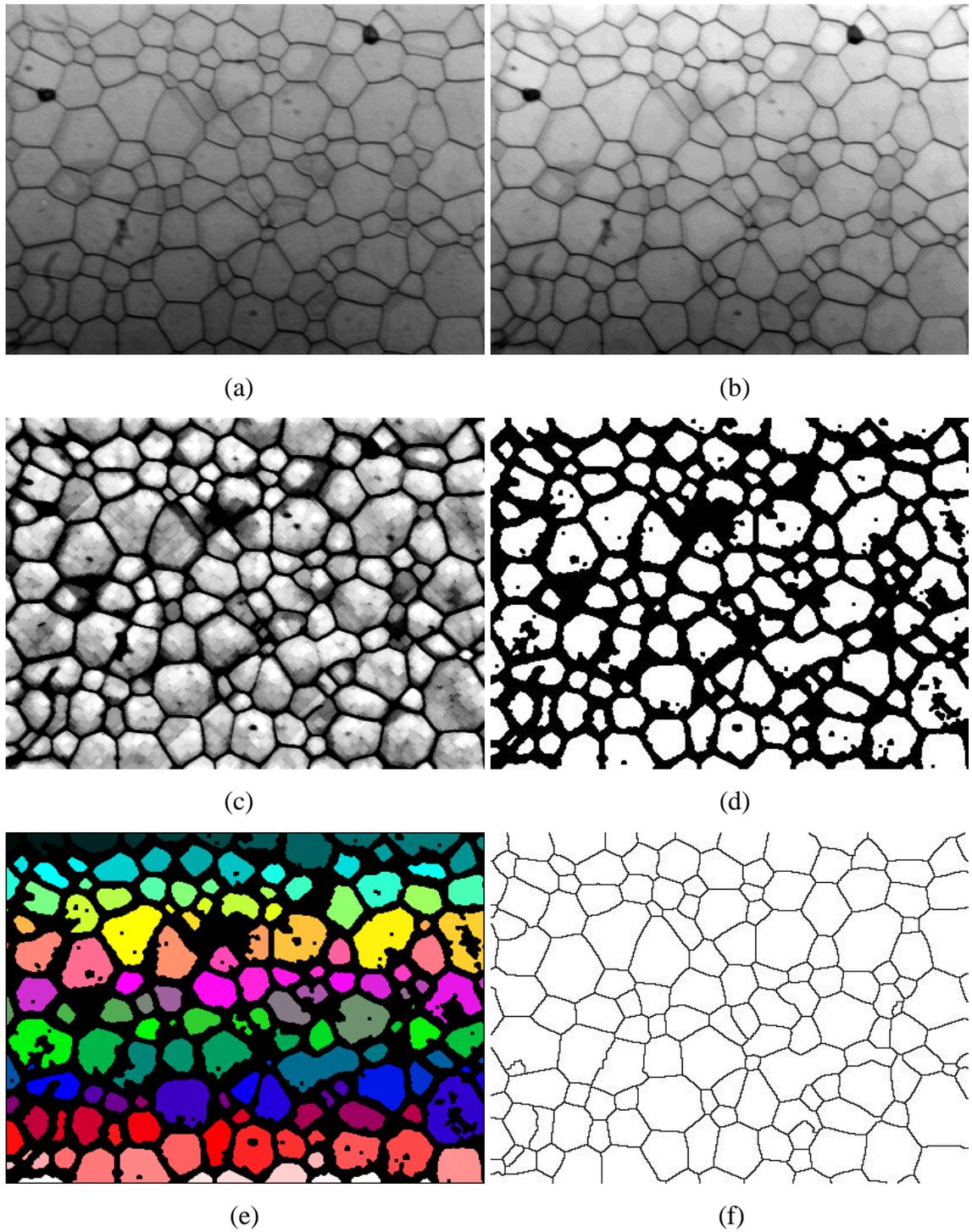


Figura 38. Segmentação obtida a partir da transformação  $h$ -convexa: (a) imagem original, (b) resultado da filtragem seqüencial alternada de tamanho 3, (c) domos extraídos com o parâmetro  $h = 30$ , (d) limiarização de c, (e) rotulação de d, (f) resultado da segmentação.

A transformação análoga para o caso dos mínimos é chamada de *h-côncava*:

$$h\text{-côncava}(f) = h\text{-mínima}(f) - f = R_f^*(f + h) - f \quad 3-10$$

Em suma, as transformações *h-convexa* e *h-côncava* apresentam as seguintes características:

- Não fazem intervir qualquer critério de forma ou tamanho;
- São muito pouco sensíveis ao ruído;
- A limiarização de suas imagens pode levar à extração de estruturas desconexas;
- São dependentes do parâmetro *h*.

As transformações *h-extremos*, antecedidas de uma filtragem alternada seqüencial, podem produzir bons resultados. Entretanto, estes resultados dependem da escolha criteriosa de elementos estruturantes e do número de passos do filtro alternado seqüencial. Além disso, o tempo de filtragem é relativamente alto.

### 3.7. A Transformação *rh-extrema*

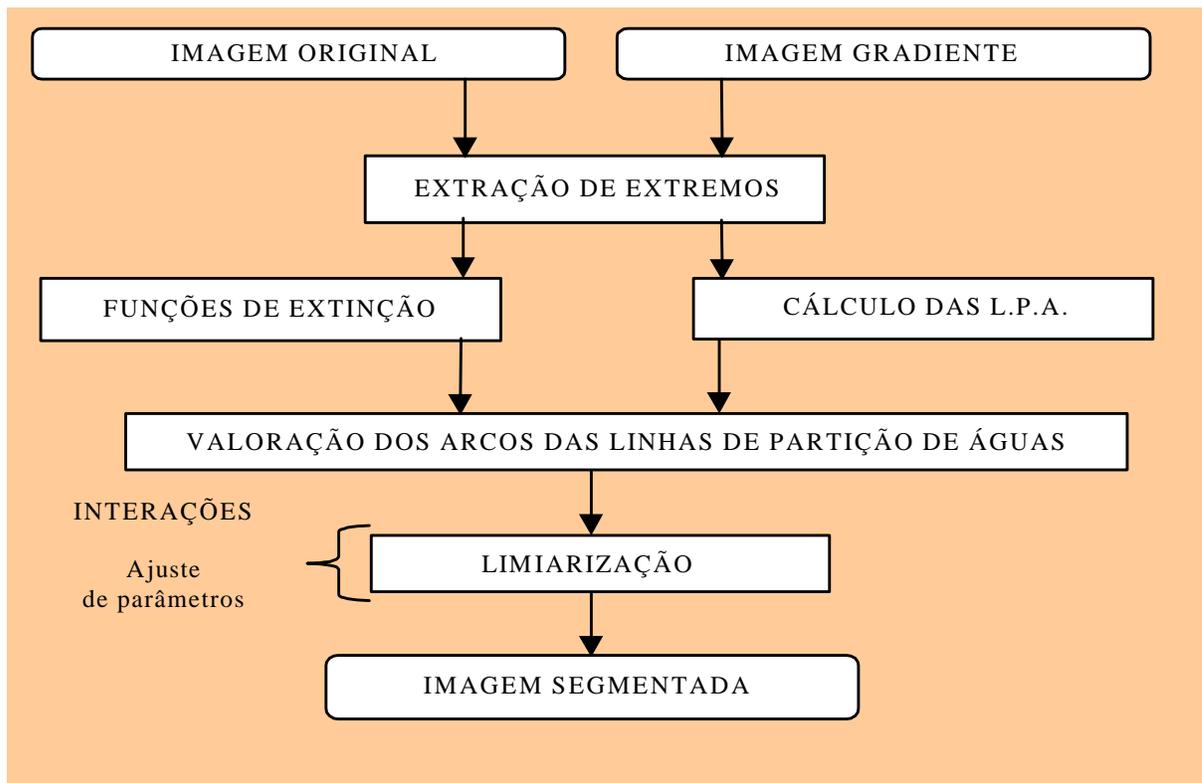
A transformação *rh-extrema* é um detetor de picos ou vales em que são impostas restrições sobre suas alturas e larguras. A transformação foi proposta por Schmitt e Prêteux [Schmitt-86] com o intuito de selecionar máximos ou mínimos, com base no seu contraste relativo. Para o caso dos máximos, por exemplo, a transformação extrai todos pontos situados a uma distância *r* e os rebaixa de um valor *h*. A transformação *rh-extrema* pode, no entanto, extrair estruturas que não correspondem aos extremos da imagem. Além disso, os máximos insuficientemente profundos (parâmetro *h*) ou que marcam uma estrutura muito larga (parâmetro *r*) não são selecionados [Grimaud-91]. A transformação é, também, fortemente sensível ao ruído. Em vista disso, esta transformação requer, em geral, uma etapa de filtragem para amenizar estes problemas. Esta transformação é uma das raras a utilizar a geodesia com um número determinado de passos<sup>22</sup>. Como relatou Grimaud, “Os problemas encontrados com esta transformação ilustram bem as dificuldades de se estimar a profundidade de um vale ou de um pico”.

<sup>22</sup> A reconstrução geodésica itera o processo até a idempotência

### 3.8. As funções de extinção e as árvores de fusão

Vachier [Vachier-95] propôs operadores morfológicos denominados *funções de extinção* em níveis de cinza. As funções de extinção introduzem um método geral que permite avaliar os extremos de uma imagem, segundo características das regiões marcadas por eles. Para cada região da imagem, mede-se sua persistência quando se aplicam transformações morfológicas de tamanho crescente. Vachier definiu funções de extinção para superfícies e volumes como uma extensão da noção de dinâmica apresentada por Grimaud. Estas funções introduzem uma hierarquização das regiões da imagem, segundo seu contraste, seu tamanho ou seu volume, sendo de grande utilidade na marcação de regiões, visando-se sua segmentação.

Árvores de fusão de extremos de uma imagem são deduzidas a partir das funções de extinção e permitem a construção de algoritmos de segmentação iterativos, como mostra a Figura 39. Uma árvore de fusão deve ser construída para cada função de extinção (área, profundidade, volume). Após o cálculo da função de extinção e das linhas de separação, seus arcos (segmentos entre dois pontos triplos) são valorados. A limiarização interativa da imagem dos arcos valorados produz uma imagem segmentada para cada valor do limiar.



**Figura 39. Segmentação interativa realizada a partir de funções de extinção e árvores de fusão [Vachier-95].**

### 3.9 Sumário e Conclusões

As principais técnicas morfológicas e topológicas de segmentação de imagens descritas na literatura corrente foram apresentadas neste capítulo. Viu-se que a obtenção de resultados satisfatórios depende de diversos fatores, que embora variem de um método a outro, em geral, incluem algumas das seguintes operações:

- filtragem da imagem (para redução das variações fotométricas que induzem sub-regiões);
- seleção de elementos estruturantes (tamanho, forma, planaridade, etc.);
- seleção dos tipos de filtros e do número de vezes em que devam ser aplicados;
- seleção de parâmetros (implícitos, explícitos, externos).

Mostrou-se que, nos métodos morfológicos, a obtenção de marcadores é delicada e que a obtenção de um único marcador por região significativa pode ser, na prática, muito difícil.

## Capítulo 4

### *Um método topológico de segmentação de imagens por atributos*

Este capítulo apresenta um novo método de segmentação de imagens. A imagem, em níveis de cinza, é tratada como um relevo topográfico, imerso a partir de todos os seus mínimos. A imersão produz um excessivo número de bacias que passam a ser agregadas em função dos seus atributos *área*, *profundidade* e *volume*, através de um conjunto de regras. A aplicação seletiva das regras de agregação sobre *pixels* e *componentes conexos* da imagem leva à sua segmentação em regiões significativas.

#### 4.1. Introdução

Esta tese foi desenvolvida a partir do estudo pormenorizado dos diversos métodos de segmentação com ênfase para a metodologia do CMM [CMM]. Uma comparação destes métodos mostrou que as transformações baseadas na simulação de imersão, como a *watershed* apresentam destaques importantes:

- uma vez bem selecionados os marcadores, obtêm-se regiões delimitadas por contornos fechados em decorrência do processo de crescimento de regiões;
- os extremos (máximos ou mínimos) podem ser detectados de forma automática. O algoritmo apresentado por Vincent [Vincent-90], por exemplo, detecta os mínimos à medida que ocorre o processo de imersão (característica explorada no método ABA);
- existem implementações baseadas em filas de espera cujo tempo de execução é diretamente proporcional ao número de pixels da imagem;
- as implementações existentes possibilitam a inserção de regras que permitem modificar seletivamente a topologia da imagem, segundo critérios diversos.

A transformação dinâmicas, por sua vez, discrimina as regiões de interesse com base no contraste. Trata-se de uma medida *regional* (em contraposição às medidas locais) de grande valia num método de segmentação, uma vez que as regiões de interesse pertencem, em geral, a escala regional.

O estudo da transformação dinâmicas sugeriu duas importantes alterações que viriam permitir a introdução de novos critérios de agregação de bacias na transformação ABA:

- modificar o cálculo das dinâmicas, através da inclusão de uma regra de retardo na marcação do fundo das bacias, permitindo reduzir o ruído aleatório e a dispersão da distribuição de profundidades.
- considerar outros atributos de uma bacia e incluí-los, na transformação watershed, como critérios adicionais de agregação.

## 4.2. O método proposto

A transformação ABA, ou *método topológico de segmentação de imagens por agregação de bacias de captação com base em seus atributos geométricos* [Andrade-97], [Andrade-96], surgiu da necessidade de se quantificar materiais, a partir de suas micrografias. Seus fundamentos teóricos estão baseados na Topologia Digital [Kong-89] e na Morfologia Matemática [Serra-82], [Serra-88].

Concentra-se na segmentação da imagem em *regiões de interesse*<sup>23</sup> que representam as estruturas que compõem o material como as células de uma amostra biológica, os grãos de um material cerâmico, etc.

Como nas demais técnicas de simulação de imersão, a imagem digital em tons de cinza é tratada como um relevo topográfico, gradualmente imerso, a partir de pontos preferenciais<sup>24</sup>. A imersão do *relevo*, a partir desses pontos, dá origem a um conjunto de *bacias de captação* que passam a ser seletivamente agregadas, à medida que o nível da *água* sobe. Um conjunto

---

<sup>23</sup> Regiões da imagem que representam objetos significativos, do ponto de vista da aplicação.

<sup>24</sup> Neste método os pontos preferenciais são *sempre* todos os mínimos da imagem.

de regras simples, livremente combinadas e baseadas nos atributos das bacias: *profundidade*, *superfície da lâmina d'água*, *volume*, etc. conduz o processo de agregação das bacias.

A segmentação é obtida modificando-se seletivamente a topologia da imagem, em função dos limiares impostos aos atributos *área*, *profundidade* e *volume* das suas bacias de captação. As alterações ocorrem de forma a preservar apenas a topologia das regiões de interesse. A agregação das bacias é realizada, para cada um dos níveis de cinza da imagem, segundo uma hierarquia, empregando-se duas operações topológicas básicas:

- agregação de *pontos* aos *componentes conexos* do nível precedente e,
- agregação dos próprios componentes conexos em função de seus atributos geométricos. Neste caso a agregação ocorre seletivamente. Somente os componentes conexos não relevantes, selecionados em função dos seus atributos, sofrem o processo de agregação.

A união das bacias menos significativas do relevo constitui um importante mecanismo de supressão da supersegmentação, descrita no Capítulo 2. Um mecanismo adicional é utilizado para retardar a marcação do fundo de cada bacia, em função da sua área, e prover ao método capacidade simultânea de filtragem.

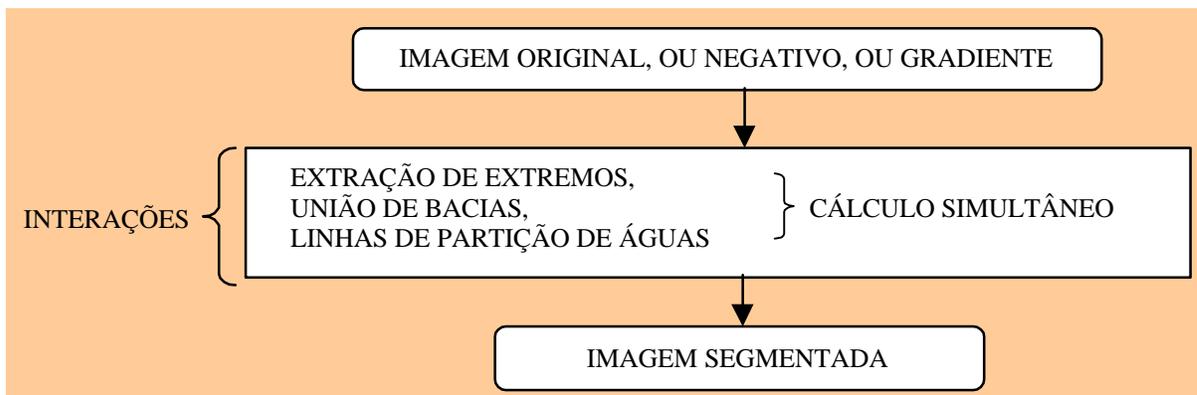
O método é derivado das transformações *watershed* [Vincent-90] e *dinâmicas* [Grimaud-91]. A agregação em dois níveis hierárquicos é a principal modificação introduzida na transformação *watershed*. O método apresenta as seguintes características:

- extrapola o cálculo da *dinâmica* (profundidade) de uma bacia a outros de seus atributos: área da sua lâmina d'água, volume, perímetro, etc.;
- modifica o cálculo da *dinâmica* de uma bacia com base no valor da sua lâmina d'água;
- incorpora à transformação *watershed* mecanismos para:
  - cálculo destes atributos,
  - agregação das bacias de captação com base nestes atributos,
  - filtragem com base no atributo *área*.

Por razões de ordem prática, o método ABA foi concebido e implementado tendo-se em mente: permitir a livre combinação dos atributos, utilizar imagens *brutas*, sem qualquer

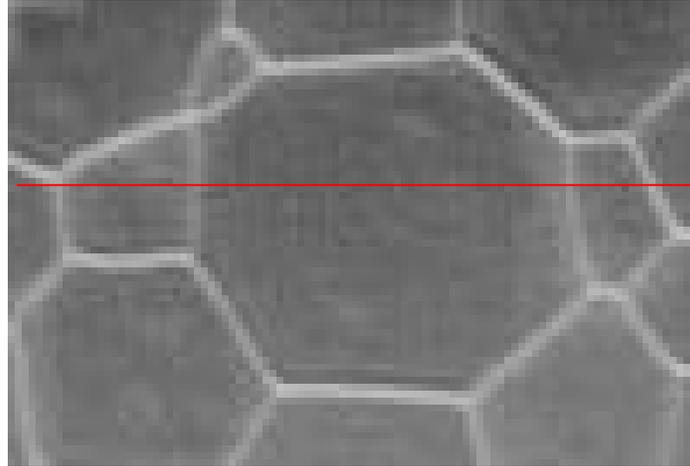
filtragem prévia, selecionar marcadores de forma automática e realizar a segmentação em tempo linear. Em contrapartida, o método requer o ajuste de parâmetros. Cabe ao usuário realizar o ajuste fino dos parâmetros, de forma interativa, e decidir pela combinação que produza os melhores resultados. Para algumas classes de imagem, em particular as que exibem um bom contraste entre as regiões de interesse e o fundo, incluiu-se a opção de seleção automática dos parâmetros que, neste caso, fica a cargo do próprio algoritmo.

O procedimento de segmentação com o método ABA está ilustrado na Figura 40. As etapas de extração de extremos, união de bacias de captação e cálculo das linhas de partição de águas são realizadas em paralelo, durante o processo de imersão.

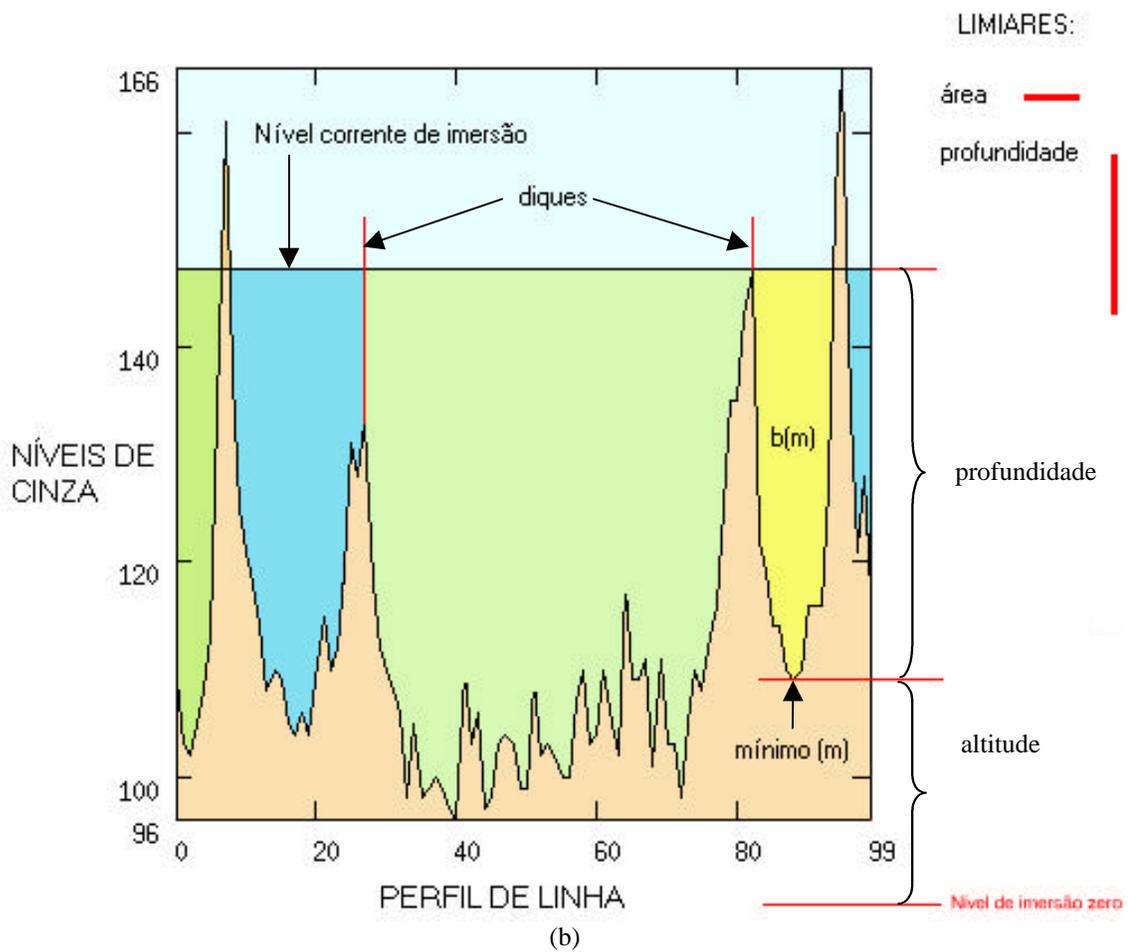


**Figura 40. Procedimento de segmentação com o método ABA.**

A Figura 41 mostra uma imagem em níveis de cinza e uma de suas linhas, arbitrariamente escolhida, para ilustrar como é calculada a profundidade de uma bacia. A linha arbitrária, representada em vermelho, é destacada na Figura 41a. A Figura 41b exhibe, em corte transversal, o perfil desta linha. Na representação em corte, os picos proeminentes representam as fronteiras dos grãos, enquanto os menores se devem às irregularidades da superfície do material ou ao ruído, introduzido na fase de aquisição da imagem. As regiões entre dois picos importantes, ou seja, as bacias de captação *regionais*, representam os grãos de óxido de urânio, cujas fronteiras deseja-se determinar.



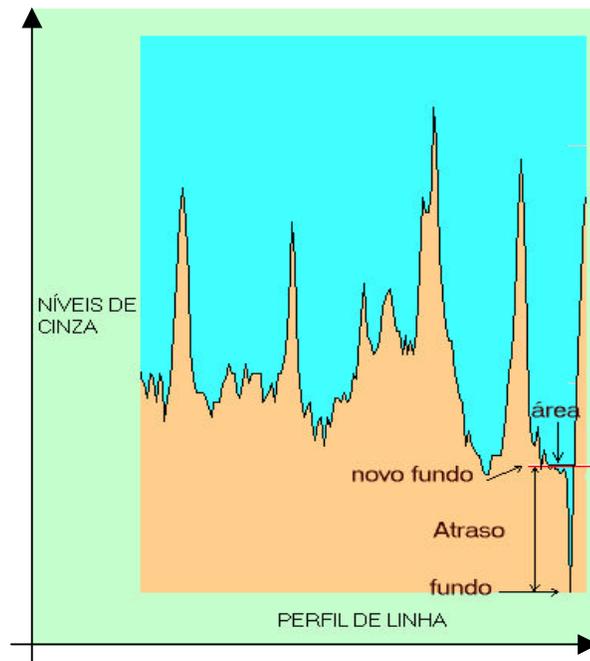
(a)



**Figura 41. Profundidade de uma bacia de captação: (a) imagem e uma linha arbitrária, (b) perfil de linha. Informalmente, a profundidade de uma bacia de captação é a diferença de altitude entre o nível corrente de inundação e a altitude do seu mínimo.**

A diferença relativa entre os atributos das bacias *locais* e *regionais* sugere uma maneira eficaz de segmentar imagens a partir da técnica de imersão. Agregando-se todas as pequenas bacias com base em suas áreas, profundidades ou volumes, relativamente menores, obtém-se uma imagem segmentada na qual permanecem apenas as bacias regionais. O efeito deste procedimento pode ser visualizado na Figura 41b que exhibe, em cores diferentes, para dado nível de imersão, as bacias regionais que sobreviveram ao processo de agregação.

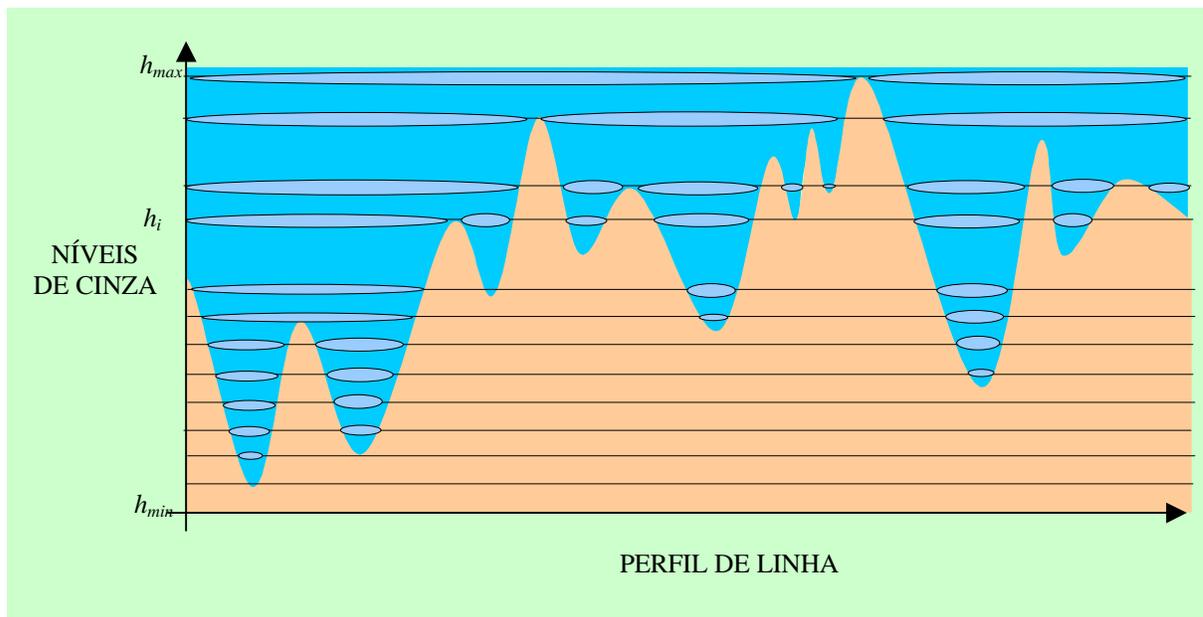
A agregação das bacias por imersão requer, como pode ser depreendido do exemplo gráfico, que a profundidade das bacias sejam avaliadas segundo algum critério preestabelecido. Informalmente, define-se a profundidade de uma bacia de captação como a diferença de altitude entre o nível corrente de imersão e a altitude do mínimo que lhe deu origem. As profundidades de duas bacias vizinhas são calculadas quando suas águas entram em contato. Neste ponto a bacia mais rasa é absorvida.



**Figura 42.** A marcação do fundo de uma bacia é postergada até que sua área ultrapasse o limiar de área.

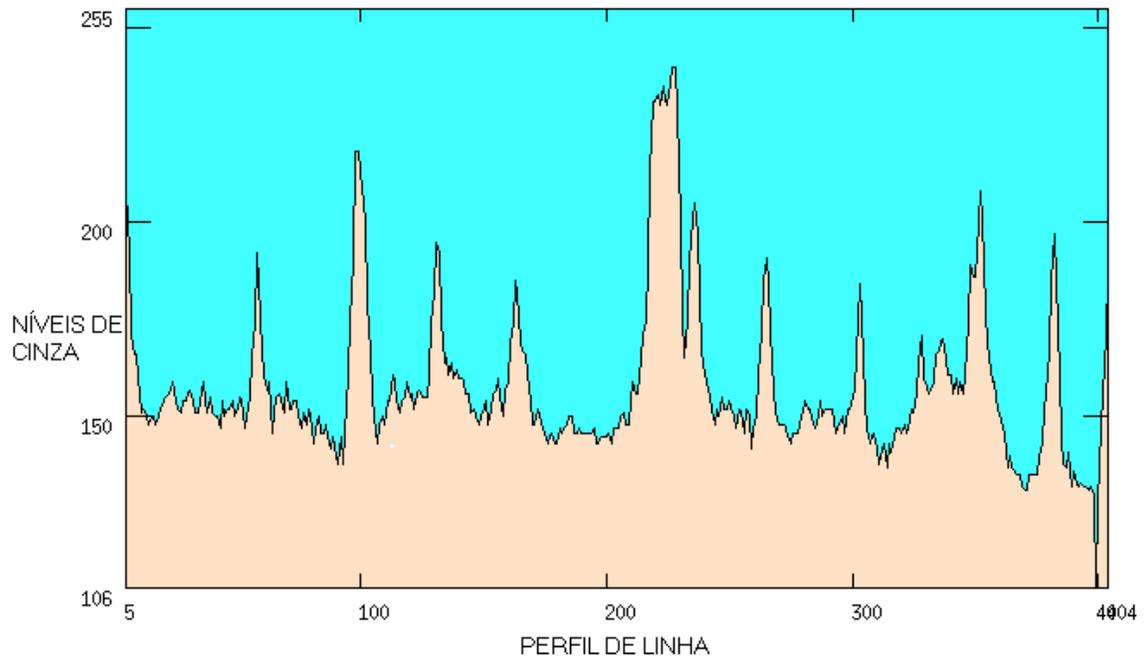
A Figura 42 mostra como a marcação do fundo de uma bacia é postergada até que sua lâmina d'água atinja o valor limiar do atributo área, permitindo que sua dinâmica assumira valor mais apropriado. Enquanto a área da bacia estiver abaixo de seu limiar sua área e sua profundidade são consideradas nulas para efeito de agregação.

A Figura 43 mostra que uma imagem em níveis de cinza, ou seu complemento, podem ser tratados, durante a imersão, como uma superposição de cortes sucessivos. Dada a natureza discreta e sequencial do processo de imersão, a cada nível  $h_i$ , as bacias de captação são expandidas no interior de seus domínios geodésicos, obedecendo a um processo de crescimento de regiões. Dessa forma, é possível reavaliar, em paralelo, a cada passo, suas áreas, profundidades e volumes.

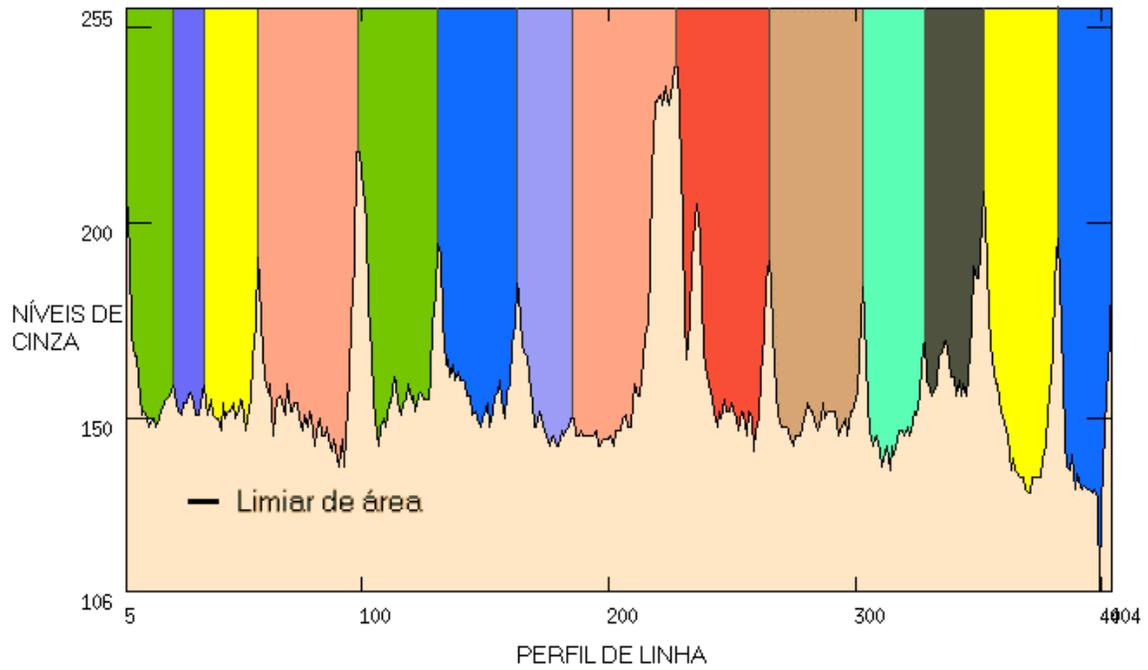


**Figura 43. Bacias vistas como superposição de limiares sucessivos no complemento da imagem em níveis de cinza.**

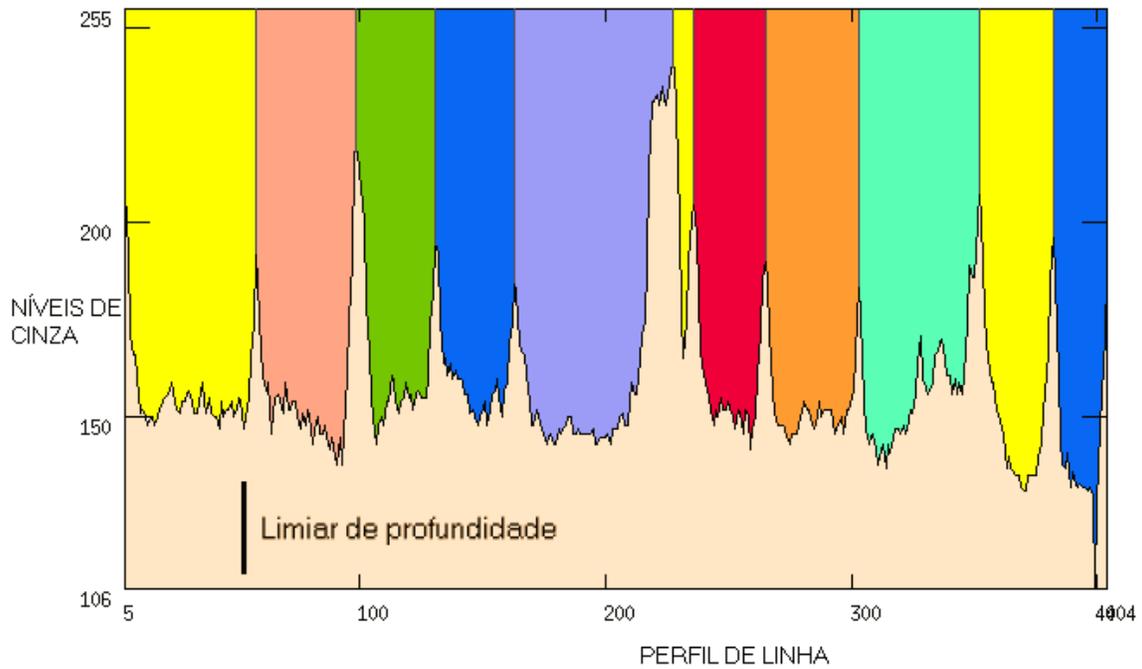
As Figuras 44 a 47 mostram, sobre um perfil unidimensional, o efeito de se considerar, combinada ou isoladamente, os atributos *área* e *profundidade*. A Figura 44 mostra um perfil de linha arbitrário da imagem da Figura 3. Se este relevo for imerso a partir de todos os seus mínimos e as bacias formadas forem agregadas, considerando-se apenas o atributo *área*, obtém-se o resultado mostrado na Figura 45. Note-se que as bacias *regionais* recebem cores distintas. Observe-se que a agregação das bacias é interrompida quando as bacias regionais ultrapassaram o limiar correspondente. Se, apenas o atributo *profundidade* for levado em conta, obtém-se o resultado da Figura 46. Observe-se que restam apenas as bacias regionais cujas profundidades são superiores ao limiar. Se, por outro lado, as bacias forem agregadas combinando-se ambos os atributos, obtém-se o resultado mostrado na Figura 47, que representa a segmentação esperada.



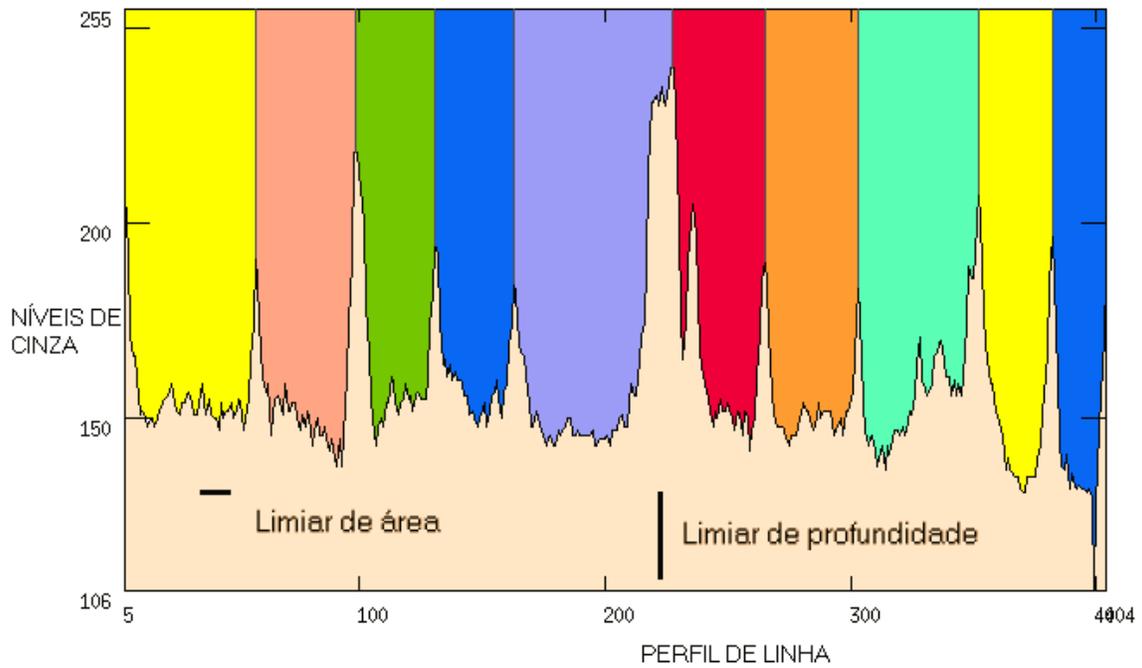
**Figura 44. Perfil arbitrário da imagem de óxido de urânio da Figura 3.**



**Figura 45. Segmentação com método ABA. Resultado, ao final da imersão, para o atributo área.**



**Figura 46. Segmentação com método ABA. Resultado, ao final da imersão, para o atributo profundidade.**



**Figura 47. Segmentação com método ABA. Resultado, ao final da imersão, para os atributos área e profundidade.**

A Figura 48 mostra uma seqüência de absorções das bacias de captação, em duas dimensões, para diferentes valores do atributo profundidade.

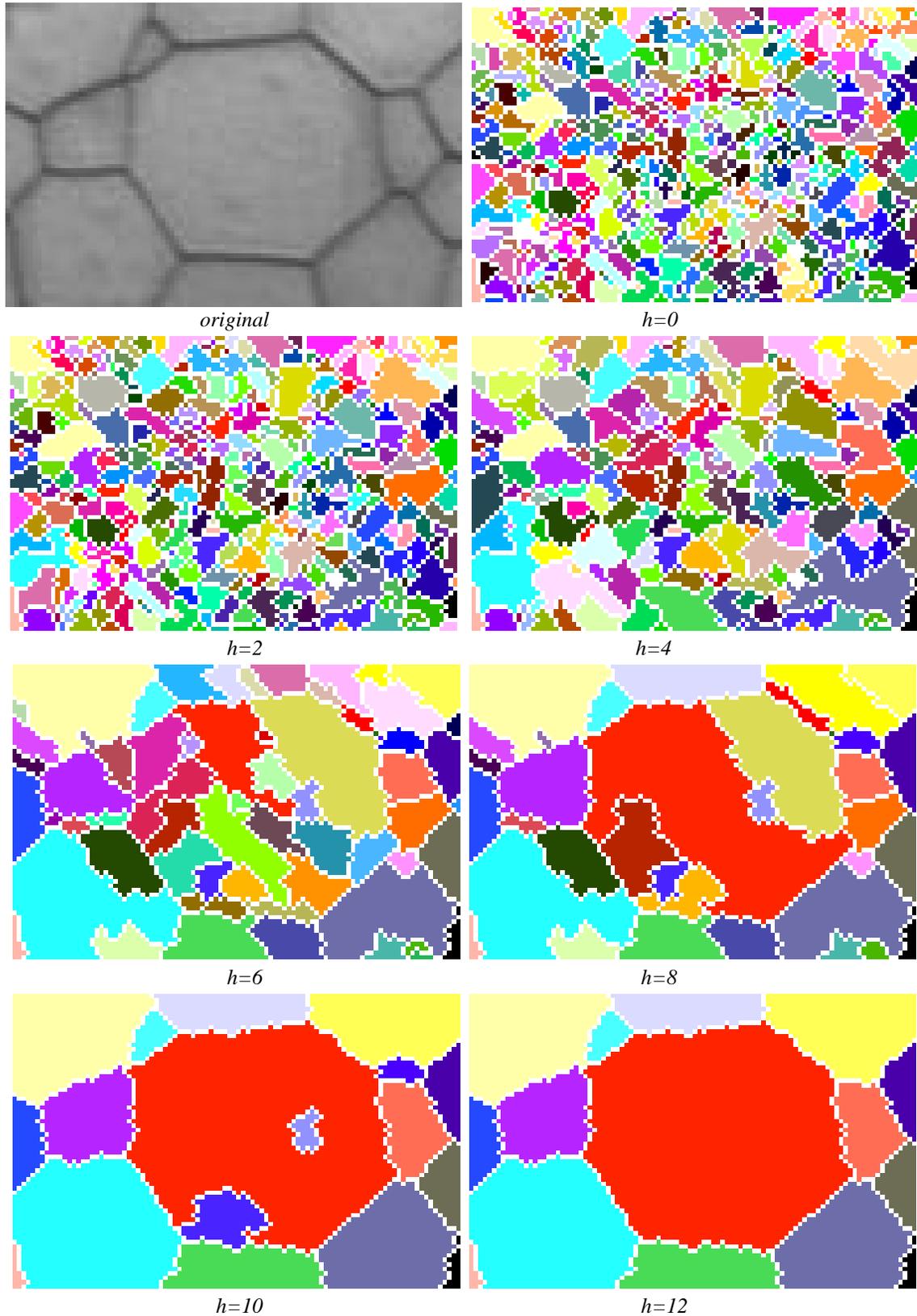
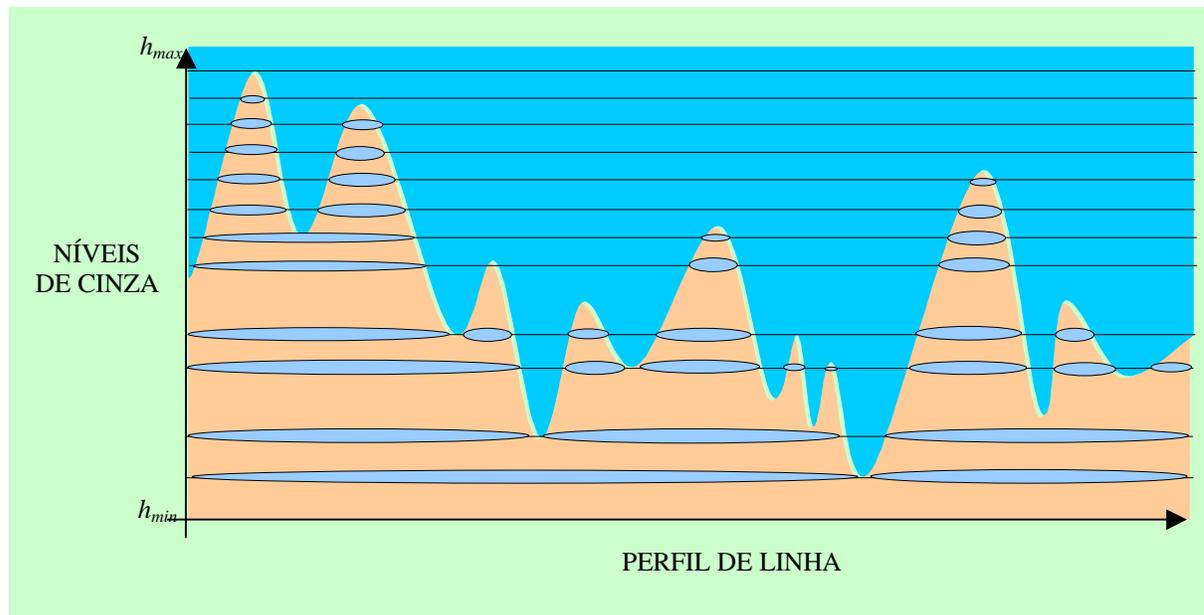


Figura 48. Seqüência de absorções para diversos níveis  $h$  do atributo profundidade.

### 4.2.1. Fundamentos teóricos

A formalização do processo de agregação das bacias de captação requer algumas definições básicas, apresentadas a seguir.

Uma imagem digital pode ser tratada tanto como uma função quanto como um relevo topográfico. Neste último caso, a imagem em níveis de cinza pode ser interpretada como um empilhamento de imagens binárias resultantes da aplicação de diversos limiares a cada um dos níveis de cinza da imagem, como ilustra a Figura 49. Algumas vezes, como no caso das imagens de óxido de urânio, pode ser conveniente considerar o complemento da imagem, já que as regiões de interesse devem estar delimitadas por bordas topograficamente mais altas, como ilustra a Figure 52.



**Figura 49.** A imagem em níveis de cinza vista como uma superposição de seus limiares sucessivos.

Nas definições a seguir, considera-se uma imagem digital bidimensional em níveis de cinza, como uma função  $f$  cujo domínio de definição é denotado  $D_f \subseteq Z^2$ . Supõe-se que  $f$  assuma valores discretos (tons de cinza) num dado intervalo  $[0, N]$ , onde  $N$  é um inteiro positivo. Nas imagens em níveis de cinza, usualmente,  $N$  assume o valor 255.

**Definição 1. Domínio de definição de uma função  $f$ .**

O conjunto de pontos  $p, D$ , é denominado *domínio* sobre o qual a função  $f$  é definida

$$D = \{ p \in Z^2 \mid \forall p \in D, \exists f(p) \} \tag{4-11}$$

Denomina-se  $D_{fg}$  o domínio sobre o qual são definidas duas função  $f$  e  $g$  simultaneamente.



**Definição 2. Imagem digital em níveis de cinza.**

Uma imagem digital em níveis de cinza é uma função:

$$f : D_f \rightarrow N \mid D_f \subseteq Z^2 \tag{4-12}$$

onde  $D_f$  é o domínio da função (imagem). Para um ponto  $p \in D$ , o valor  $f(p)$  representa o valor da função neste ponto. Se a imagem for interpretada como um relevo,  $f(p)$  representa a altitude do ponto  $p$  (seu nível de cinza).



**Definição 3. Grade de uma imagem digital.**

$G$  é definido como a *grade* subjacente de uma imagem digital.  $G$  é um subconjunto de  $Z^2 \times Z^2$ .

$$G \subset Z^2 \times Z^2$$



**Definição 4. Caminho.**

Um *caminho*  $P$  de comprimento  $\ell$  entre os pixels  $p$  e  $q$  é uma  $\ell + 1$ -tupla  $(p_0, p_1, \dots, p_{\ell-1}, p_\ell)$  tal que:

$$p_0 = p, p_\ell = q \text{ e}$$

4-13

$$\forall i \in [0, \ell - 1] : (p_i, p_{i+1}) \in G.$$



**Definição 5. Vizinhança de um ponto.**

A vizinhança de um ponto  $p$ ,  $N_G(p)$ , é o conjunto dos vizinhos de  $p$  com relação à grade  $G$ .

$$N_G(p) = \{q \in Z^2 \mid (p, q) \in G\}, \quad (p, q) \in G \quad 4-14$$

Definem-se as seguintes vizinhanças para um ponto  $p$  de coordenadas  $(p_x, p_y)$ :

$$N_4(p) = \{q \in Z^2 \mid |p_x - q_x| + |p_y - q_y| \leq 1\} \quad 4-15$$

$$N_8(p) = \{q \in Z^2 \mid \max(|p_x - q_x|, |p_y - q_y|) \leq 1\} \quad 4-16$$

$$N_4^*(p) = N_4(p) \setminus \{p\} \quad 4-17$$

$$N_8^*(p) = N_8(p) \setminus \{p\} \quad 4-18$$

◆

**Definição 6. Adjacência de um ponto.**

O ponto  $q$  é dito  $n$  adjacente ao ponto  $p$  se:

$$q \in N_n^*(p), \quad n = \{4, 8\}$$

◆

**Definição 7. Componente conexo.**

Considere um conjunto de pixels  $C \subset D$ . O conjunto  $C$  é dito *conexo*, se para cada par de pixels  $p, q \in C$  há um caminho entre  $p$  e  $q$  que passa apenas pelos pixels de  $C$ . Um *componente conexo* de  $C$  é um conjunto conexo, máximo, não vazio, de pixels de  $C$ .

◆

**Definição 8. Platô.**

Um *platô*  $C$  é um conjunto conexo de pixels, de mesma altitude, tal que  $C$  é máximo<sup>25</sup> para estas propriedades.

◆

---

<sup>25</sup> Válido para todos os pontos

**Definição 9. Extremos (máximo e mínimo).**

Um *mínimo*  $m$  é um platô  $C$ , onde cada vizinho  $q \notin C$  de qualquer pixel  $p \in C$  é tal que

$$f(q) \geq f(p)$$

Um *máximo*  $M$  é um platô  $C$ , onde cada vizinho  $q \notin C$  de qualquer pixel  $p \in C$  é tal que

$$f(q) < f(p)$$

◆

**Definição 10. Conjunto limiar.**

Seja  $f$  uma função em níveis de cinza. O conjunto

$$T_h(f) = \{p \in D \mid f(p) \leq h\} \quad 4-19$$

é chamado *conjunto limiar* de  $f$  ao nível  $h$ .

◆

**Definição 11. Bacia de captação.**

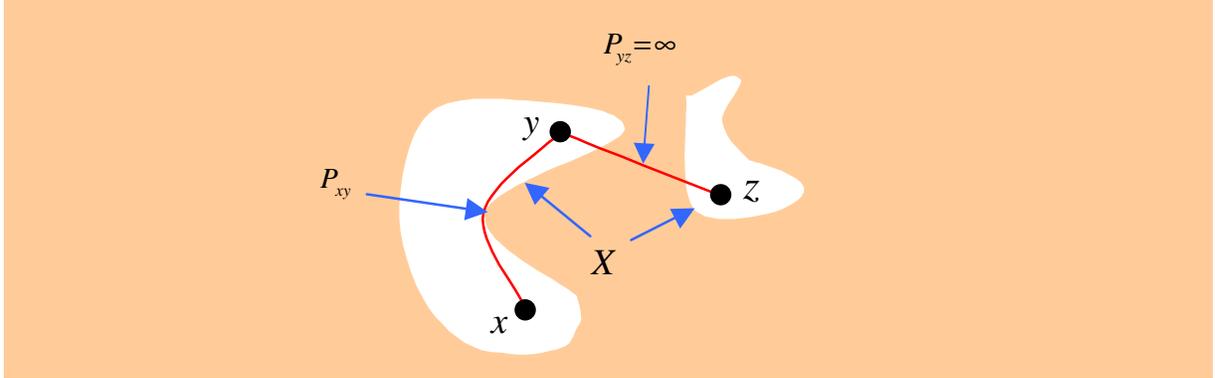
Denota-se  $b(m)$  a bacia de captação associada ao mínimo  $m$  e  $b_h(m)$  o subconjunto dessa bacia constituído dos seus pontos que possuam altitude menor ou igual a  $h$ .

$$b_h(m) \subseteq b(m) \quad 4-20$$

◆

**Definição 12. Distância geodésica.**

Sejam  $x$  e  $y$  dois pontos de um conjunto  $X$ . A distância geodésica entre  $x$  e  $y$  em  $X$  corresponde ao comprimento do caminho mais curto entre  $x$  e  $y$ ,  $P_{xy}$ , que está contido em  $X$ , como mostra a Figura 50.



**Figura 50. Distância geodésica.**

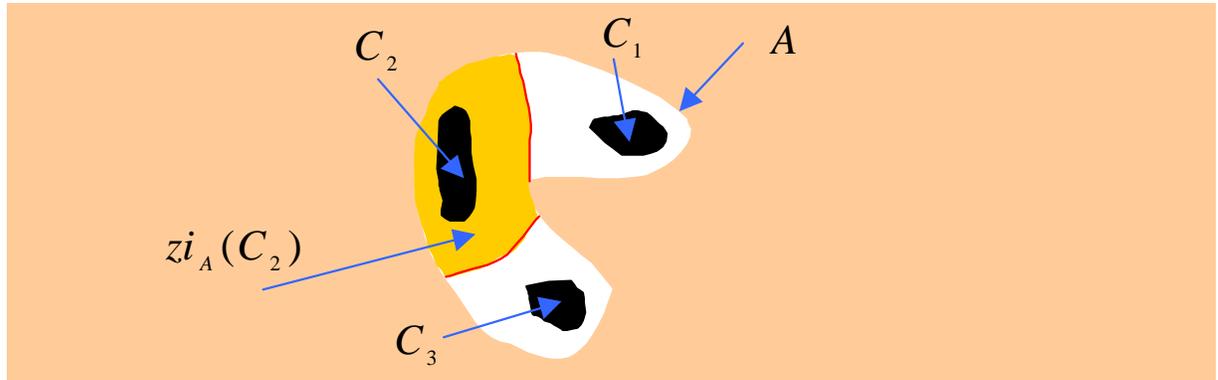
$$d_x(x, y) = \inf \{ \ell(P_{xy}) \mid P_{xy} \in X \} \quad 4-21$$

◆

**Definição 13. Zona de influência geodésica de um componente conexo.**

Considere-se um conjunto de pixels  $A$ , conforme ilustra a Figura 51. Seja  $C \subseteq A$  particionado em  $k$  componentes conexos  $C_i$ . A zona de influência geodésica  $zi(C_i)$  de um componente conexo  $C_i$  de  $C$  em  $A$  é o conjunto dos pontos de  $A$  cuja distância geodésica a  $C_i$ ,  $d_A(p, C_i)$ , é menor do que a distância geodésica a qualquer outro componente de  $C$ .

$$zi_A(C_i) = \{ p \in A \mid \forall j \in [1, k] \setminus \{i\} : d_A(p, C_i) < d_A(p, C_j) \} \quad 4-22$$



**Figura 51. Zonas de influencia geodésica dos  $C_i$  em  $A$ .**

◆

**Definição 14. União de zonas de influência.**

O conjunto  $ZI_A(C)$  é definido como a *união de zonas de influência* dos componentes conexos de  $C$ , ou seja:

$$ZI_A(C) = \bigcup_{i=1}^k zi_A(C_i) \quad 4-23$$

◆

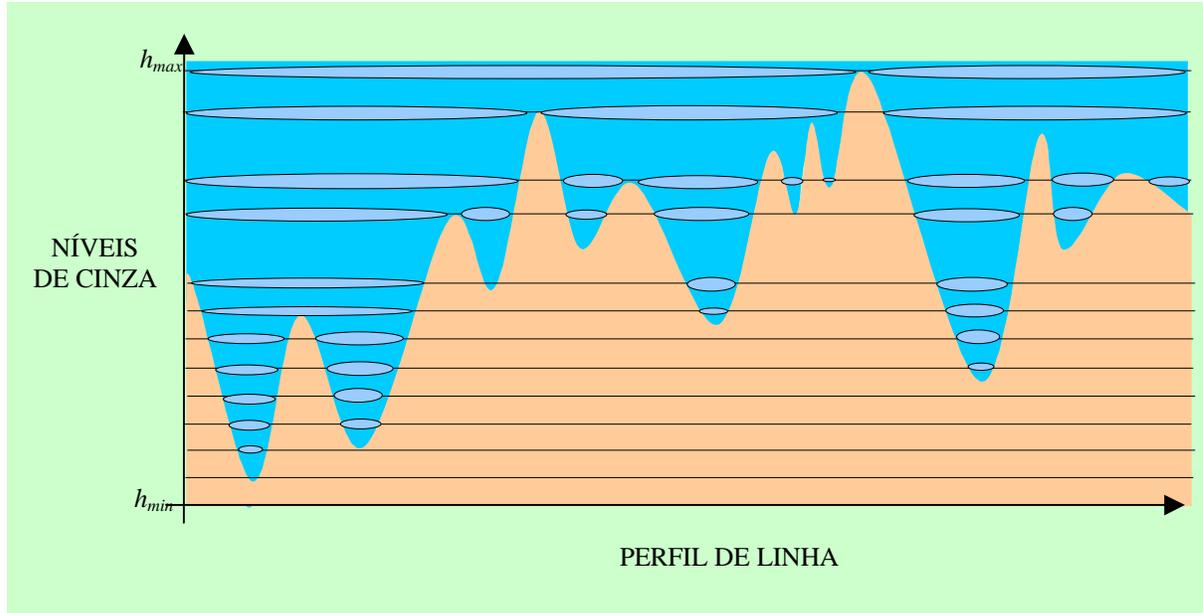
**Definição 15. Esqueleto por zonas de influência.**

O complemento do conjunto  $ZI_A(C)$  em  $A$  é chamado *esqueleto por zonas de influência* de  $C$  em  $A$ :

$$SKIZ_A(C) = A \setminus ZI_A(C) \quad 4-24$$

◆

Dada uma função digital  $f$ , como ilustra a Figura 52, sejam  $h_{\min}$  e  $h_{\max}$  seus níveis de cinza mínimo e máximo respectivamente. Considere-se, neste caso, não o seu relevo mas suas bacias de captação, ou seja, o complemento da imagem.



**Figura 52. As bacias da imagem como uma superposição de limiares sucessivos.**

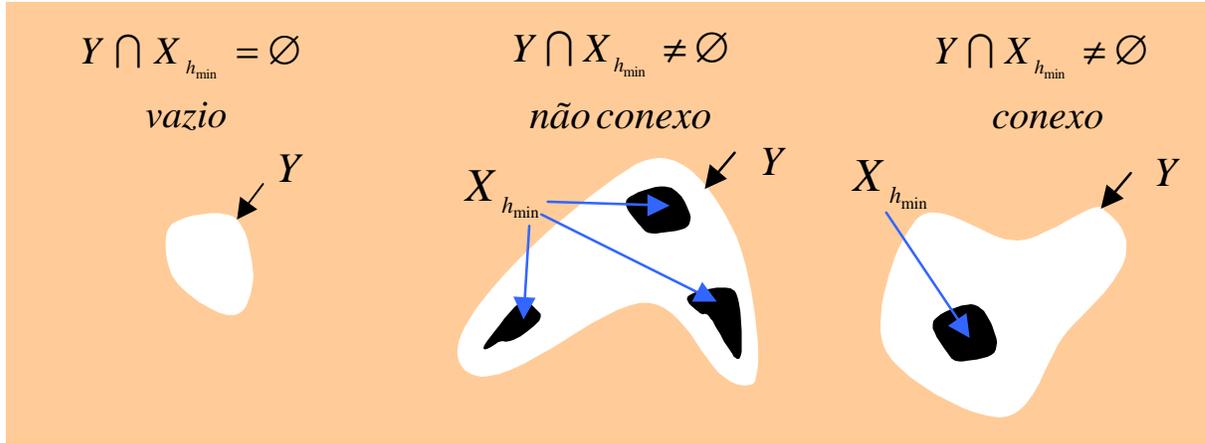
O procedimento de simulação de imersão pode ser formalizado utilizando-se uma relação de recorrência, que se inicia pelo conjunto  $T_{h_{\min}}(f)$  constituído dos primeiros pontos alcançados pela água. Estes pontos constituem o conjunto inicial da recorrência. Assim,

$$X_{h_{\min}} = T_{h_{\min}}(f) \quad 4-25$$

$X_{h_{\min}}$  é o conjunto dos pontos da imagem  $f$  que pertencem aos mínimos de menor altitude:

$$X_{h_{\min}}(f) = \{ p \in D_f \mid f(p) = h_{\min} \} \quad 4-26$$

Aplicando-se um limiar ao nível  $h_{\min} + 1$ , obtém-se  $T_{h_{\min}+1}(f)$ . Denominando-se  $Y$  um dos componentes conexos de  $T_{h_{\min}+1}(f)$  têm-se três possíveis relações de inclusão entre o componente  $Y$  e  $Y \cap X_{h_{\min}}$ . A Figura 53 ilustra as relações de inclusão possíveis:



**Figura 53. Relações de inclusão entre  $Y$  e  $Y \cap X_{h_{\min}}$  durante a imersão [Adaptada de Vincent-90].**

1.  $Y \cap X_{h_{\min}} = \emptyset$ . Neste caso,  $Y$  é um novo mínimo de  $f$  ao nível  $h+1$  e, portanto, o ponto de partida de uma nova bacia. De acordo com as definições anteriores,  $Y$  é um platô ao nível  $h+1$ , porque:

$$\forall p \in Y \begin{cases} p \notin X_{h_{\min}} \Rightarrow f(p) \geq h_{\min} + 1 \\ p \in X_{h_{\min}} \Rightarrow f(p) \leq h_{\min} + 1 \end{cases} \quad 4-27$$

Neste ponto, o novo mínimo é *perfurado* e sua correspondente bacia de captação passa a ser preenchida.

2.  $Y \cap X_{h_{\min}} \neq \emptyset$  e é conexo. Neste caso,  $Y$  corresponde exatamente aos pontos que pertencem à bacia associada ao mínimo  $Y \cap X_{h_{\min}}$  e possuem valores mais baixos ou iguais a  $h_{\min} + 1$ :

$$Y = b_{h_{\min}+1}(Y \cap X_{h_{\min}}) \quad 4-28$$

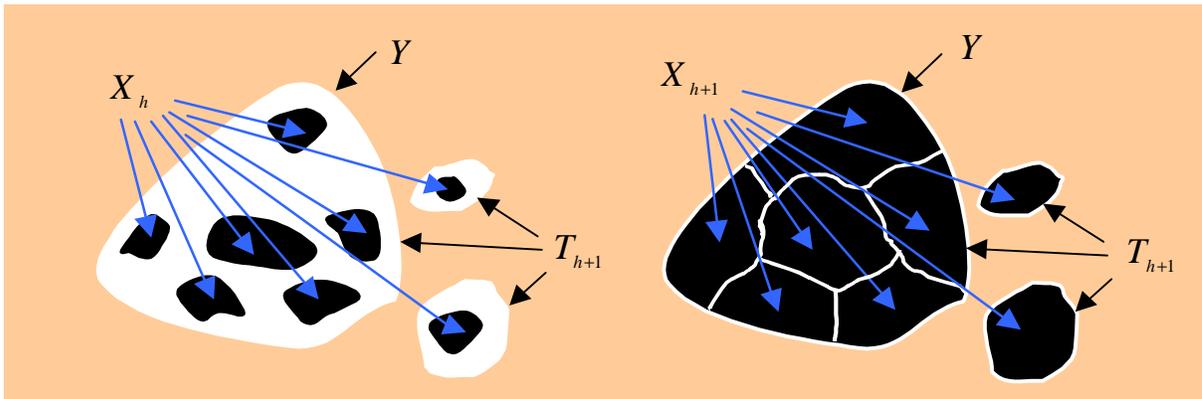
3.  $Y \cap X_{h_{\min}} \neq \emptyset$  e não é conexo. Neste caso,  $Y$  contém dois ou mais mínimos distintos. Sejam  $m_1, m_2, \dots, m_k$  estes mínimos e seja  $m_i$  um destes mínimos. Neste ponto, a melhor escolha possível para  $b_{h_{\min}+1}(m_i)$  é dada pela zona de influência geodésica de  $m_i$  em  $Y$ .

$$b_{h_{\min}+1}(m_i) = zi_Y(m_i) \quad 4-29$$

Uma vez esgotadas todas as possibilidades no primeiro nível, considere-se o nível seguinte. O segundo conjunto da recorrência é dado por:

$$X_{h_{\min}+1} = \min_{h_{\min}+1}(f) \cup ZI_{T_{h_{\min}+1}(f)}(X_{h_{\min}}) \quad 4-30$$

onde  $\min_{h_{\min}+1}(f)$  é a união de todos os mínimos de altitude  $h$ . A relação é válida para todos os demais níveis  $h$ . A Figura 54 ilustra as relações entre os níveis  $h$  e  $h+1$ .



**Figura 54. Relações recursivas entre os níveis de imersão sucessivos  $h$  e  $h+1$  [Adaptada de Vincent-90].**

◆

**Definição 16. Bacias de captação e linhas de partição de águas por imersão.**

O conjunto de bacias de captação de uma imagem  $f$  é o conjunto  $X_{h_{\max}}$  obtido aplicando-se a seguinte relação recursiva:

$$\forall h \in [h_{\min}, h_{\max} - 1] \left\{ \begin{array}{l} X_{h_{\min}} = T_{h_{\min}}(f) \\ X_{h+1} = \min_{h+1}(f) \cup ZI_{T_{h+1}(f)}(X_h) \end{array} \right. \quad 4-31$$

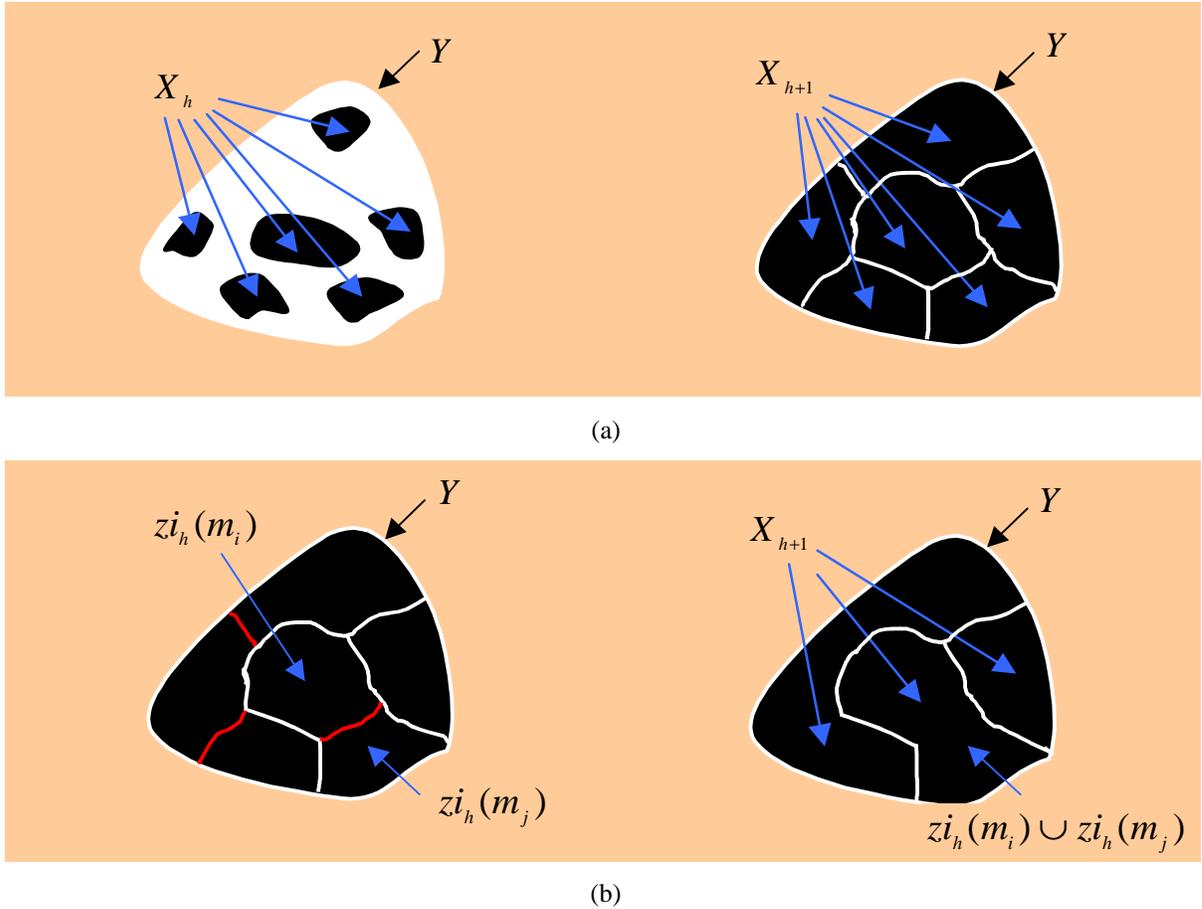
As linhas de partição de águas da imagem  $f$  correspondem ao complemento deste conjunto em  $D_f$ , ou seja, ao conjunto dos pontos do domínio que não pertencem a quaisquer bacias de captação. A transformação *watershed* da imagem,  $W(f)$  é expressa como:

$$W(f) = D_f \setminus X_{h_{\max}}(f) \quad 4-32$$

Observe-se que a segmentação obtida a partir desta recorrência apresenta, freqüentemente, uma excessiva supersegmentação, já que cada um dos mínimos locais é o responsável pela criação de uma pequena bacia de captação, que lhe é exclusiva, e que não há qualquer mecanismo de agregação de bacias presente na definição.

A definição acima permite que apenas **pontos** (*pixels*), em um dado nível  $h$ , sejam agregados aos componentes conexos já detectados no nível imediatamente inferior. É necessário um novo mecanismo que permita agregar, em cada nível  $h$ , os próprios **componentes conexos** (bacias) detectados no nível imediatamente precedente, que sejam vizinhos entre si e que satisfaçam a um conjunto de regras baseadas nos seus atributos.

Assim, durante a imersão, a agregação dos componentes conexos deve ocorrer sempre que as águas provenientes de duas bacias vizinhas entrem em contato e, ao mesmo tempo, satisfaçam a uma ou mais relações baseadas nos atributos das bacias (área da lâmina menor que o limiar de área, profundidade menor que o limiar de profundidade, etc.). Se as relações forem satisfeitas, a linha de partição de águas entre as duas bacias não será construída, como ilustra a Figura 55.



**Figura 55.** Agregação de: (a) pontos, (b) componentes conexos no nível  $X_{h+1}$ .

**Definição 17.** Segmentação por agregação de bacias com base em seus atributos.

Seja  $z_i^h(m_i)$  a zona de influência do mínimo  $m_i$  no nível  $h$ .

O conjunto:

$$\{z_i^h(m_i) \mid n_h^A(m_i) \geq A_{\max}\}$$

4-33

define a segmentação no nível  $h$  em função limite máximo do atributo  $A$  ( $A_{\max}$ ). Onde:

$n_h^A(m_i)$  é o valor do atributo  $A$  da bacia delimitada pelo mínimo  $i$  no nível  $h$  e

$A_{\max}$  é o limite imposto ao atributo  $A$  (área, profundidade, volume, etc.).

A seguinte relação deve valer para que duas bacias de captação  $b(m_i)$  e  $b(m_j)$ , marcadas por seus respectivos mínimos  $m_i$  e  $m_j$ , sejam unidas com base no atributo  $A$ :

$$\text{Se } n_h^A(m_i) \leq A_{\max} \text{ ou } n_h^A(m_j) \leq A_{\max} \text{ e } n_h^A(m_j) \leq n_h^A(m_i) \quad 4-34$$

então,  $z_{i_h}(m_i) = z_{i_h}(m_i) \cup z_{i_h}(m_j)$  ( $m_i$  absorve  $m_j$  no nível  $h$ )

A zona de influencia  $z_{i_h}(m_j)$  é absorvida pela zona de influencia  $z_{i_h}(m_i)$  como mostra a Figura 55b. Os arcos em vermelho representam barreiras eliminadas (ou equivalentemente não construídas) durante a agregação das bacias de captação.

Uma exigência adicional é que as zonas de influência de dois mínimos em processo de união devam ser vizinhas:

$$z_{i_h}(m_i) \text{ e } z_{i_h}(m_j) \text{ devem ser vizinhas} \quad 4-35$$

Uma outra relação estabelece que a demarcação do fundo de uma bacia só deve ser feita se o limiar de área for atingido. A função  $bot_h(m_i)$  representa a altitude do fundo da bacia  $b(m_i)$ , no nível  $h$ , para o mínimo  $m_i$ :

$$bot_h(m_i) = \begin{cases} h & \text{se } n_h^A(m_i) \geq A_{\max}, \text{ aqui } A_{\max} \text{ é o limiar de área} \\ f(m_i) & \text{caso contrário (nível de cinza original)} \end{cases} \quad 4-36$$

◆

### 4.2.2. Implementação

O algoritmo ABA, cujo procedimento de agregação é listado na Tabela 1, é derivado do algoritmo *watershed*, apresentado por Vincent [Vincent-92a] e reproduzido, em pseudo-linguagem, na Tabela 2.

AGREGAÇÃO DE BACIAS POR ATRIBUTOS - ABA
<p><b>Definições:</b></p> <p>MAXROT (int) SUFICIENTEMENTE GRANDE</p> <pre> struct {   int area;           // área da bacia de captação   int altitude;      // altitude da bacia de captação   int cadeia;        // controle da cadeia de absorção } bc[MAXROT]; </pre> <p><b>procedimento agrega</b> ( int rot1, int rot2) {</p> <p>int rrot1, rrot2; // rótulos reais</p> <p>rrot1 = rotulo_real (rot1); // Obtém os rótulos reais</p> <p>rrot2 = rotulo_real (rot2);</p> <p>se ( rot1 ≠ rot2 e rrot1 ≠ rrot2 ) {</p> <p>  se (</p> <p>    ( nível_de_cinza - bc[rrot1].altitude ) &lt; lim_prof )   </p> <p>    ( nível_de_cinza - bc[rrot2].altitude ) &lt; lim_prof )   </p> <p>    ( bc[rrot1].area &lt; lim_area )   </p> <p>    ( bc[rrot2].area &lt; lim_area )</p> <p>  ) {</p> <p>    se (rrot1 &lt; rrot2 )   cb[rot1].cadeia = cb[rot2].cadeia = cb[rrot2].cadeia = rrot1;</p> <p>    senão               cb[rot1].cadeia = cb[rot2].cadeia = cb[rrot1].cadeia = rrot2;</p> <p>  }</p> <p>} // agrega</p> <p>int <b>rotulo_real</b> (int rotulo) {</p> <p>  enquanto (rotulo != bc[rotulo].cadeia) rotulo = bc[rotulo].cadeia;</p> <p>  retorna (rotulo);</p> <p>}</p>

**Tabela 1. Pseudo-código para a função agregação das bacias de captação.**

**Definições:**

```

MASK    -2    // valor inicial atribuído a cada nível
WSHED   0     // valor final dos pixels da L.P.A.
INIT    -1    // valor inicial dos pixels de J
INQUEUE -3    // valor de um pixel quando inserido na fila

```

**Entrada:** I, imagem digital, **Saída:** J, imagem das bacias de captação.

Inicializações:

$\forall p \in D_I, J(p) \leftarrow \text{INIT}; \text{label\_corrente} \leftarrow 0; \text{dist\_corrente} \leftarrow 0; I_f$ : imagem de trabalho inicializada com 0.

Ordenação dos pixels de I em ordem crescente de níveis de cinza.

Sejam  $h_{min}$  e  $h_{max}$  os valores extremos de I;

```

Para  $h = h_{min}$  até  $h_{max}$  { // SKIZ geodésico do nível  $h-1$  no nível  $h$ 
  Para todo  $p$  tal que  $I(p) = h$  {
     $J(p) = \text{MASK}$ ;
    Se existe  $p' \in N_G(p)$  tal que  $J(p') > 0$  ou  $J(p') = \text{WSHED}$  {
       $I_f(p) \leftarrow 1$ ;  $\text{fifo\_add}(p)$ ;
    }
  }
   $\text{dist\_corrente} \leftarrow 1$ ;  $\text{fifo\_add}(\text{pixel\_fictício})$ ;
  Repetir indefinidamente {
     $p \leftarrow \text{fifo\_first}()$ ;
    Se  $p = \text{pixel\_fictício}$  {
      Se  $\text{fifo\_empty}() = \text{TRUE}$  então BREAK; // Saída forçada do loop
      Senão {
         $\text{fifo\_add}(\text{pixel\_fictício})$ ;  $\text{dist\_corrente} \leftarrow \text{dist\_corrente} + 1$ ;  $p \leftarrow \text{fifo\_first}()$ ;
      }
    }
    Para todo pixel  $p' \in N_G(p)$  {
      Se  $I_f(p') < \text{dist\_corrente}$  e ( $J(p') > 0$  ou  $J(p') = \text{WSHED}$ ) { //  $p' \in$  bacia já rotulada ou à L.P.A.
        Se  $J(p') > 0$  {
          Se  $J(p) = \text{MASK}$  ou  $J(p) = \text{WSHED}$  então  $J(p) \leftarrow J(p')$ ;
          Senão se  $J(p) \neq J(p')$  então  $J(p) \leftarrow \text{WSHED}$ ;
        }
        Senão se  $J(p) = \text{MASK}$  então  $J(p) \leftarrow \text{WSHED}$ ;
      }
      Senão se  $J(p') = \text{MASK}$  e  $I_f(p') = 0$  {
         $I_f(p') \leftarrow \text{dist\_corrente} + 1$ ;  $\text{fifo\_add}(p')$ ;
      }
    }
  }
  Para todo pixel  $p$  tal que  $I(p) = h$  { // Apareceram novos mínimos?
    Se  $J(p) = \text{MASK}$  {
       $\text{label\_corrente} \leftarrow \text{label\_corrente} + 1$ ;  $\text{fifo\_add}(p)$ ;  $J(p) \leftarrow \text{label\_corrente}$ ;
      Enquanto  $\text{fifo\_empty}() = \text{FALSE}$  {
         $p' \leftarrow \text{fifo\_first}()$ ;
        Para todo pixel  $p'' \in N_G(p')$  {
          Se  $J(p'') = \text{MASK}$  {
             $\text{fifo\_add}(p'')$ ;  $J(p'') \leftarrow \text{label\_corrente}$ ;
          }
        }
      }
    }
  }
}

```

**Tabela 2. Pseudo-código para a transformação watershed [Vincent-90].**

O algoritmo ABA, como o apresentado por Vincent [Vincent-91], utiliza uma fila de espera não hierárquica do tipo FIFO para tratar os pixels em função dos seus níveis de cinza. Todos os pixels e seus vizinhos podem ser acessados aleatoriamente.

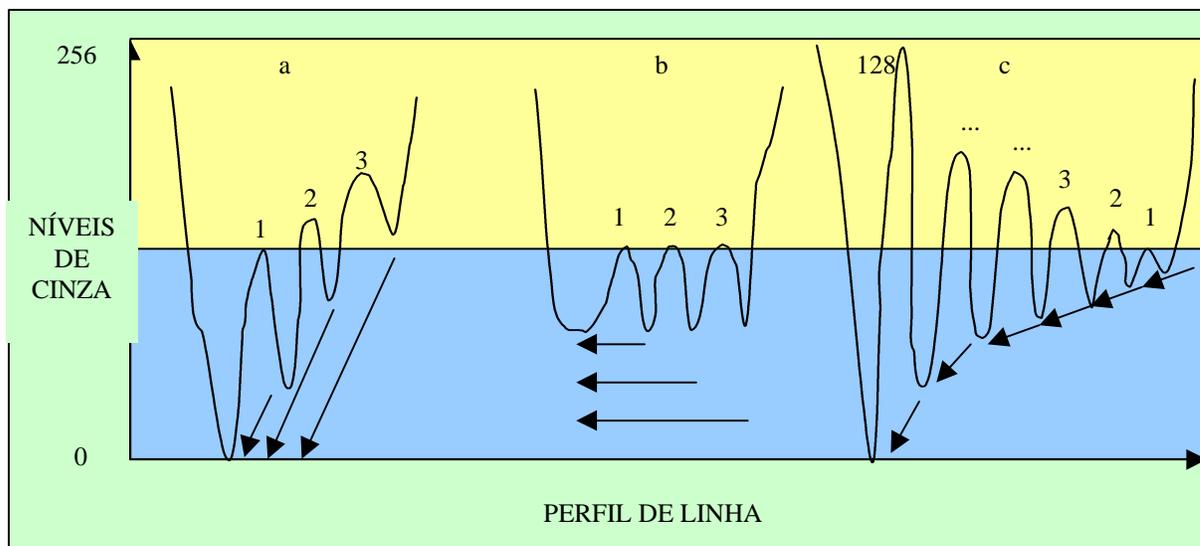
Os dados sobre as bacias de captação são armazenados na estrutura de dados **bc** (bacias de captação), na Tabela 1, que mantém registros sobre profundidade, área e cadeias de absorção para cada bacia. Outros atributos das bacias como volume, perímetro, fator de forma, etc., poderiam ser acrescentados. A estrutura **bc**, contém três campos inteiros: *area*, *altitude* e *cadeia*, que contabilizam os respectivos valores correntes destes atributos e mantêm controle do processo de agregação.

A função *agrega*, como o nome indica, é responsável pela agregação das bacias. A função *watershed* chama-a sempre que as águas de duas bacias vizinhas entrem em contato. A função *agrega* calcula as profundidades das bacias e verifica se os atributos estão abaixo dos respectivos limiares. Em caso afirmativo as bacias são agregadas. A função *rotulo\_real* recebe o rótulo da bacia absorvida e devolve o da bacia absorvente que passa, então, a ser seu novo rótulo. O campo *cadeia* mantém registro da bacia absorvedora.

A união das bacias é feita em tempo linear  $O(N')$ , onde  $N'$  representa o número de bacias presente na imagem. Como uma bacia pode ser constituída de dezenas, centenas ou mesmo milhares de *pixels*, o número de bacias na imagem,  $N'$ , é muito menor que o número de *pixels*,  $N$ . O custo da transformação *watershed*, proposta por Vincent [Vincent-90, p. 202], é linear, ou seja,  $O(N)$ . A transformação ABA acrescenta ao custo da transformação *watershed* uma parcela adicional referente à agregação das bacias. O custo total da transformação ABA é  $O(N+N')$ ,  $N' \ll N$ , ou seja, praticamente igual ao custo da transformação *watershed*.

O custo computacional pode ser determinado contando-se o número de operações de atribuição e de comparação requeridos pela função *agrega* para unir duas bacias, conforme a disposição das bacias locais no interior de uma bacia regional. As situações mais frequentes, e que correspondem ao melhor caso, estão ilustradas nas Figuras 56a e 56b. São necessárias, no melhor caso, 9 comparações e 7 atribuições para agregar duas bacias. O pior caso teórico, para

uma imagem com 256 níveis de cinza, requereria 7+128 comparações (por bacia)<sup>26</sup> e 7+128 atribuições (por bacia) e corresponderia a situação ilustrada na Figura 56c. No entanto, uma seqüência como essa não é observada na prática.



**Figura 56. Possíveis seqüências de absorções das bacias de captação numa imagem com 256 níveis de cinza.**

O custo computacional experimental, medido para o conjunto de nove micrografias do Capítulo 5, é apresentado na Tabela 3 . O pior caso, para este conjunto de imagens, requer 15 comparações e 13 atribuições.

Situação	Comparações	Atribuições
Melhor	9	7
Média	9.89 ± 0.83	7.89 ± 0.83
Pior	15	13

**Tabela 3. Custo computacional experimental da função agrega para o conjunto de nove micrografias de óxido de urânio, apresentado no Capítulo 5.**

Na implementação corrente, o processo de agregação das bacias ocorre durante a simulação de imersão. Entretanto, não se modifica, no primeiro passo sobre a imagem, a disposição das linhas de partição de águas. Isto significa que um passo adicional sobre a imagem, após sua completa imersão, é requerido para extrair-se os segmentos responsáveis pela supersegmentação. Com esta solução, as linhas de partição restantes estarão posicionadas,

<sup>26</sup> 9 no interior da função agrega e 128 na função rotulo\_real.

sem quaisquer deslocamentos, exatamente onde estavam antes da eliminação das linhas *incorretas*. O que não pode ser garantido no caso da utilização de marcadores obtidos a partir de imagens filtradas.

Previu-se a possibilidade de seleção automática de parâmetros a partir de histogramas construídos para cada atributo considerado. A opção automática força uma dupla imersão da imagem. Durante a primeira imersão produzem-se histogramas de profundidades, áreas, etc., enquanto todos os parâmetros recebem valor nulo. Durante a segunda imersão determinam-se os valores dos limiares a partir dos histogramas previamente construídos.

### 4.3. Sumário e Conclusões

A concepção de um mecanismo de agregação de bacias, elaborado a partir de um conjunto de regras elementares, baseadas nos seus atributos geométricos, permitiu elaborar um novo método de segmentação de imagens em níveis de cinza que leva em conta relações topológicas entre os componentes conexos.

A segmentação da imagem resulta da modificação seletiva da sua topologia, obtida com apenas duas operações topológicas básicas: agregação de *pixels* e de *componentes conexos* às bacias de captação do nível precedente. O uso de operações exclusivamente topológicas guinda o novo método à classe dos *métodos topológicos de segmentação*.

O método ABA inspirou-se basicamente nas transformações *watershed* e *dinâmicas*. A definição de dinâmica como *medida de profundidade de uma bacia* foi modificada e adaptada a outros atributos geométricos da bacia, como áreas e volumes. A utilização destes atributos, livremente combinados, como critérios para condução do processo de segmentação, mostrou ser eficaz e originou um algoritmo com tempo de execução linear.

A possibilidade de utilizar os parâmetros, de forma combinada ou independente, permitiu gerar inúmeros resultados para uma dada imagem. Seu ajuste, embora realizado de forma interativa, oferece a possibilidade de produzir resultados mais próximos dos esperados, quando comparados aos métodos não paramétricos.

## Capítulo 5

### *Um paralelo entre métodos de segmentação*

Este Capítulo estabelece uma comparação entre alguns dos métodos de segmentação apresentados nesta tese. Ilustra os resultados obtidos com estes métodos e compara-os com uma segmentação realiza à mão.

#### 5.1 Introdução

Uma comparação entre métodos de segmentação não é tarefa trivial, entretanto, pode-se estabelecer um paralelo entre os diversos métodos agrupando-os segundo suas características comuns. É conveniente, também, considerar-se toda a cadeia de processamento necessária para obter-se a imagem segmentada e não apenas a transformação isoladamente. A etapa de pré-processamento, por exemplo, pode requerer o ajuste de elementos estruturantes (tamanho, forma, número de dimensões), do número de vezes em que os filtros são reaplicados, da repetição de uma operação até a idempotência ou não, da seleção explícita de marcadores, etc.

Uma primeira forma de agrupar os métodos é considerar a técnica utilizada para implementá-los. As transformações watershed, ABA, dinâmicas, topológica de Bertrand et al., abertura por atributos e árvores de fusão, por exemplo, compartilham a técnica de simulação de imersão ou sua dual. Todas fazem uso de filas de espera para implementar seus algoritmos e empregam variações da técnica de crescimento de regiões para fazê-las crescer em torno de extremos. Divergem principalmente na forma em que as relações topológicas entre os componentes conexos é estabelecida. Por exemplo, para cada passo da imersão, a transformação *watershed* agrega pixels aos componentes conexos enquanto a ABA agrega não só pixels mas também componentes conexos do nível corrente aos componentes conexos do nível precedente, como mostra a definição 17. O método topológico de Bertrand et. al. modifica seletivamente a topologia em torno dos extremos, rebaixando, elevando ou nivelando suas vizinhanças com o objetivo de produzir uma imagem segmentada. As transformações h-extrema e *waterfall*, por outro lado, se baseiam na reconstrução geodésica da imagem.

Pode-se, também, agrupar os algoritmos segundo o resultado que produzem. Os algoritmos que produzem diretamente uma imagem segmentada podem ser classificados como *segmentadores* como é o caso das duas implementações da transformação *watershed* apresentadas no Capítulo 3. Outros melhor seriam classificados como *seletores* porque têm como propósito unicamente selecionar as estruturas mais importantes da imagem, com base no seu contraste, como é o caso da transformação dinâmicas.

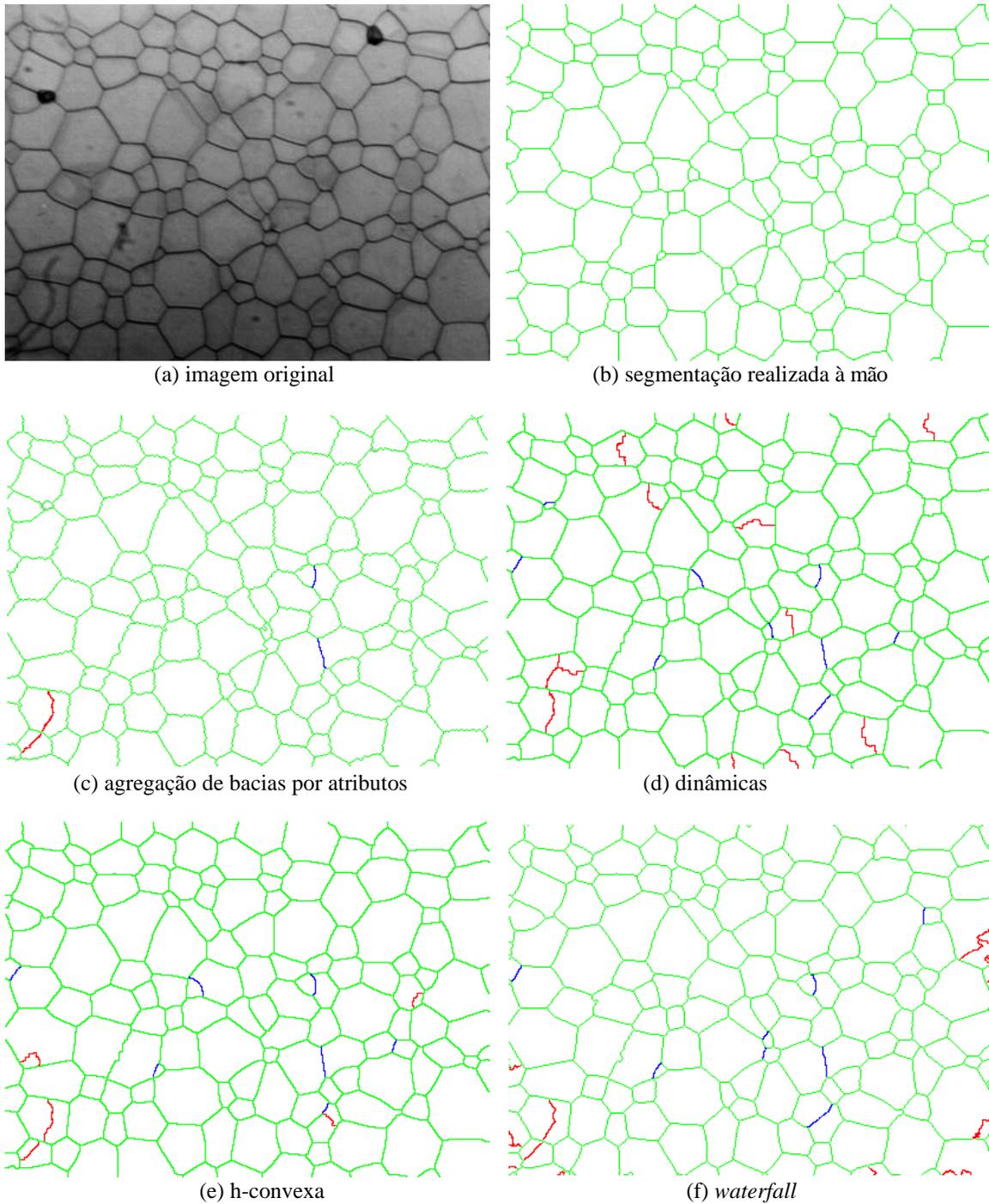
Quanto ao uso explícito de parâmetros os métodos podem ser agrupados em duas categorias distintas: aqueles que não requerem parâmetros explícitos, como o de Bertrand et. al. e aqueles que o fazem como o ABA. Muitos métodos fazem uso de parâmetros implícitos como a regra de atraso na marcação do fundo das bacias utilizada pelo método ABA.

Pode-se dizer que alguns métodos de segmentação utilizam parâmetros *externos*. Isto significa que são utilizados em alguma etapa da cadeia de processamento. É o caso da transformação dinâmicas que produz, sem parâmetros, um conjunto de marcadores que, por sua vez, deve ser limiarizado, antes que possa ser usado pela transformação *watershed* que, efetivamente, irá produzir a imagem segmentada. Os parâmetros podem aparecer no tamanho de uma filtragem alternada seqüencial, no tamanho dos elementos estruturantes e na altura  $h$  dos domos a serem extraídos no caso da transformação  $h$ -extrema, por exemplo.

Algumas técnicas embutem a técnica de detecção de extremos num único algoritmo como a transformação *watershed*. Esta característica é importante nos métodos que produzem imagens segmentadas num único passo.

A Figura 57 mostra os resultados obtidos com alguns dos métodos descritos neste capítulo e permite compará-los com a segmentação realizada à mão. Embora subjetiva, a segmentação realizada à mão, por um técnico especializado, ainda produz resultados melhores que quaisquer dos métodos analisados nesta tese. Nesta comparação, admite-se que a segmentação realizada à mão não contenha bordas incorretas. Utiliza-se a cor verde para indicar os segmentos corretamente posicionados. Os segmentos não detectados estão representados na cor azul, enquanto os segmentos excedentes aparecem na cor vermelha.

Uma inspeção visual permite verificar que alguns segmentos incorretos, por falta ou excesso, persistem em todos os casos, exceto para a segmentação manual.



**Figura 57.** Comparação entre os resultados obtidos com as transformações: (a) imagem original, (b) segmentação realizada a mão, (c) união de bacias por atributos, (d) *dinâmicas*, (e) transformação *h*-convexa, (f) *waterfall*.

As principais características das transformações apresentadas nesta tese estão sumariadas na Tabela 4.

Propriedade	Transformação								
	Watershed Vincent	Waterfall	Watershed Meyer	Agregação de bacias - ABA	Dinâmicas	Topológico Bertrand	h-extrema	Aberturas por atributos	Árvores de fusão
Requer ajuste explícito de Parâmetros?	não	não	não	sim	não	não	sim	sim	sim
Técnica	imersão	reconstrução	imersão	imersão	imersão	imersão	reconstrução	imersão	imersão
Auto Detecção de extremos?	sim	não	não	sim	sim	sim	sim	sim	sim
Classe	segmentador	seletor	segmentador	segmentador	seletor	segmentador	seletor	seletor	segmentador

**Tabela 4. Paralelo entre os principais métodos de segmentação do capítulo 3**

## 5.2. Sumário e Conclusões

Estabeleceu-se um paralelo entre os diversos métodos de segmentação descritos nesta tese ao agrupá-los segundo suas características comuns. Ressaltou-se que ao compará-los deve-se ter em conta toda a cadeia de processamento e não apenas a transformação isolada.

Para uma imagem típica de óxido de urânio, compararam-se a segmentação realizada à mão com os resultados produzidos por alguns dos métodos apresentados no Capítulo 3. Verificou-se todos os métodos considerados, exceto a segmentação realizada à mão, produziram tanto subsegmentação quanto supersegmentação.

## Capítulo 6

### *Aplicações*

Este capítulo apresenta exemplos de aplicação do método ABA à segmentação de imagens microscópicas de cerâmicas nucleares e às células do endotélio da córnea humana.

#### **6.1. Aplicação à segmentação de imagens ceramográficas**

Materiais nucleares, em particular os combustíveis nucleares, são óxidos de metais pesados, como urânio, plutônio e tório, artificialmente produzidos e classificados como materiais cerâmicos ou cerâmicas. Muitas cerâmicas possuem microestrutura policristalina, onde cada cristal corresponde a um grão<sup>27</sup>. A distribuição 3D de tamanhos de grão permite inferir as propriedades físicas do material e, por essa razão, constitui informação importante no controle de sua qualidade.

O procedimento de caracterização de cerâmicas inicia-se pela preparação de amostras que são cortadas, polidas e fotografadas sob microscópio. As *micrografias*<sup>28</sup> obtidas são, então, digitalizadas através de um *scanner* ou de uma câmera acoplada a um *frame-grabber*. O próximo passo é a segmentação, que pode ser feita manualmente ou por um analisador de imagens, produzindo imagens que contenham apenas os contornos dos grãos. A partir da distribuição bidimensional (2D) de tamanhos, obtida da imagem segmentada, determina-se a distribuição 3D empregando-se um método estereométrico como o de Saltykov [[Saltykov-74](#)], [[Andrade-95](#)].

Para atender as necessidades de controle de qualidade, o procedimento de caracterização de cerâmicas nucleares requer o processamento de um grande número de micrografias.

---

<sup>27</sup> Região relativamente homogênea de um cristal.

<sup>28</sup> Denominação genérica de uma imagem microscópica.

A etapa de segmentação, que precede a aplicação do método de Saltykov, deve produzir imagens binárias tais que a cada grão deva corresponder uma região única na imagem segmentada, cujo contorno não deve apresentar interrupções.

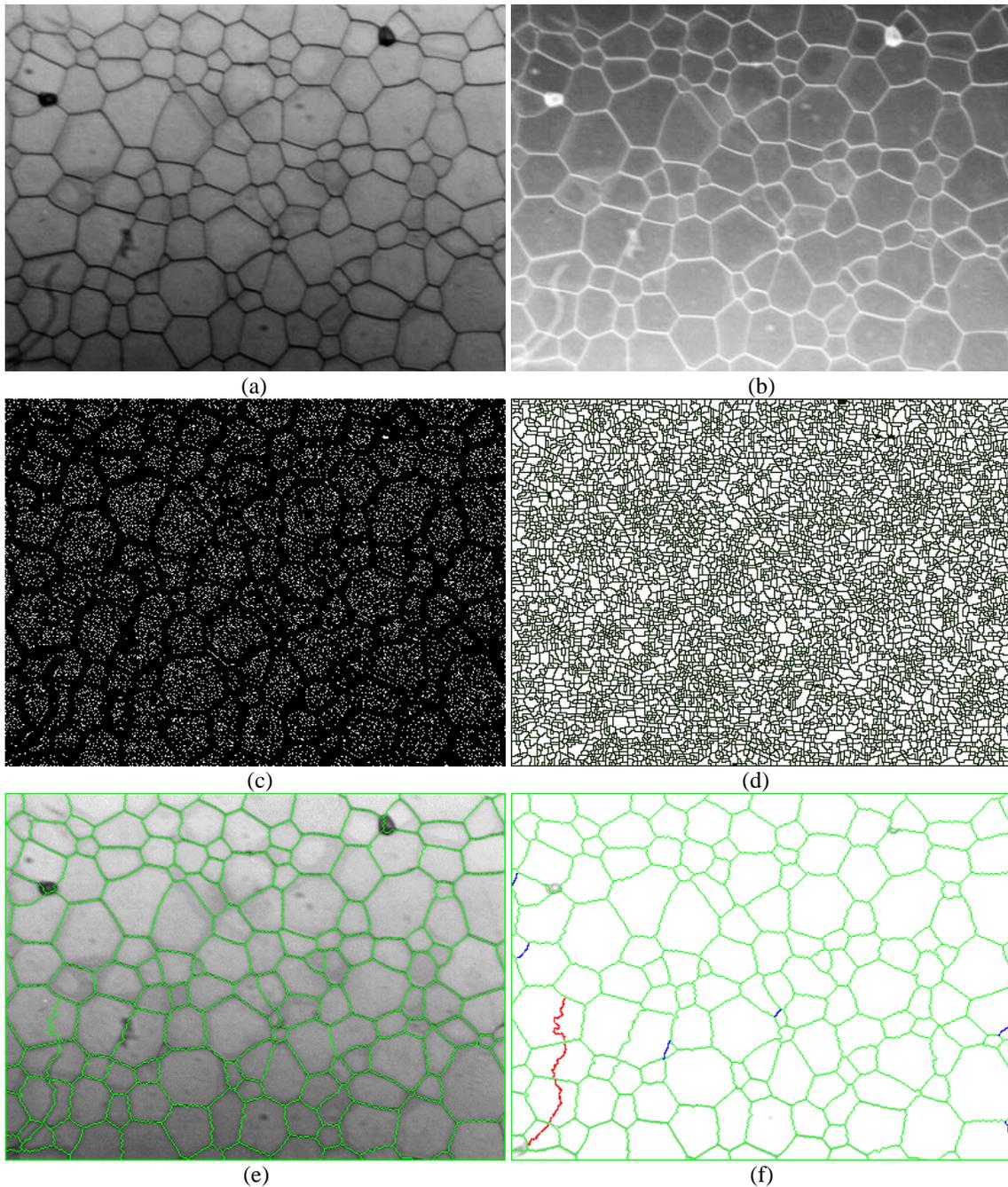
A aplicação do método ABA a algumas imagens de material cerâmico é ilustrada a seguir. A Figura 58a reproduz a imagem de óxido de urânio da Figura 3. Esta imagem apresenta iluminação irregular. A parte inferior da imagem é mais escura que a superior, alguns grãos apresentam textura irregular, fronteiras tênues, muitas delas quase imperceptíveis.

A Figura 58b mostra o negativo da Figura 58a. Recorrendo-se à analogia com um relevo, os grãos podem ser interpretados como bacias de captação enquanto suas fronteiras podem ser vistas como as linhas de partição de águas. Se o relevo for imerso a partir de todos os mínimos da imagem, Figura 58c, pela aplicação direta da transformação *watershed* à imagem negativo, obtém-se a imagem supersegmentada da Figura 58d.

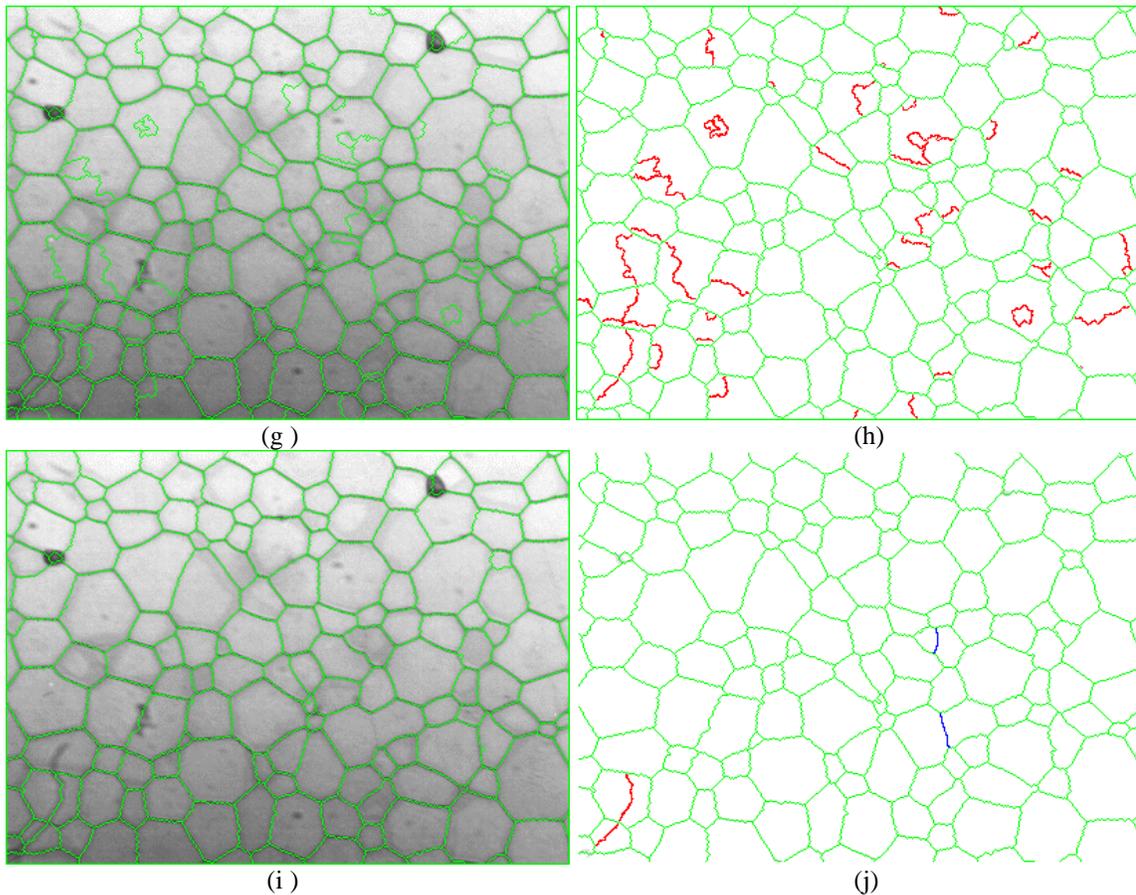
Aplicando-se o método ABA e considerando-se apenas o atributo área na agregação das bacias obtém-se a segmentação mostrada nas Figuras 58e e 58f. Utilizando-se apenas o atributo profundidade obtém-se a segmentação das Figuras 58g e 58h, semelhante a produzida pela transformação dinâmica. Combinando-se ambos os atributos obtém-se o resultado esperado, conforme as Figuras 58i e 58j.

As Figuras 59 a 66 ilustram o resultado da segmentação com o método ABA para um conjunto de nove micrografias típicas de material cerâmico nuclear. Estas micrografias são exemplos típicos de amostras de combustível nuclear produzidas e analisadas rotineiramente no CDTN. Neste conjunto de imagens são mostradas: a imagem original em níveis de cinza, a superposição da imagem segmentada (em verde) sobre a original e, por fim, a imagem segmentada onde os segmentos incorretos aparecem nas cores vermelha (em excesso) e azul (em falta).

A segmentação destas imagens deve levar a extração dos contornos dos grãos da maneira mais fidedigna possível. Idealmente, os contornos devem se apresentar fechados e sem falhas.

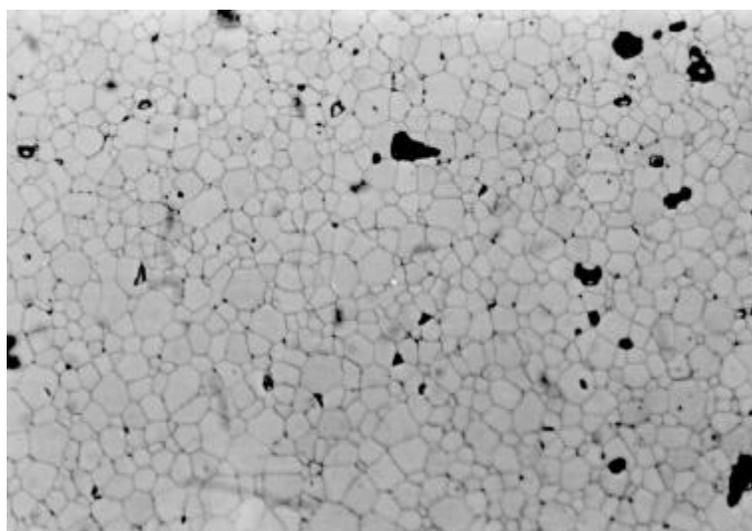


**Figura 58.** Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 1 (URA2.BMP): (a) imagem original de óxido de urânio, (b) negativo da imagem original, grãos representados como bacias de captação isoladas por linhas de separação de águas, (c) mínimos locais da imagem negativo, (d) supersegmentação resultante da aplicação direta da transformação *watershed* à imagem bruta. Esta situação equivale a segmentar a imagem com atributos *área* = 0 e *profundidade* = 0, no método ABA. Cada mínimo local produz uma bacia de captação própria, (e) superposição da segmentação obtida considerando-se apenas o atributo *área* = 60 sobre a imagem original. Bordas tênues corretamente detectadas e áreas menores eliminadas, (f) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).

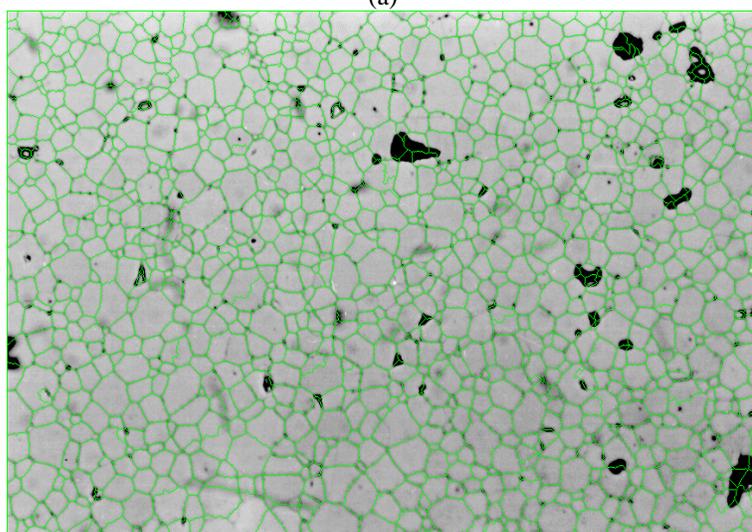


**Figura 57. Continuação: (g) superposição sobre a imagem original da segmentação obtida considerando-se apenas o atributo profundidade = 12. Bacias locais relativamente profundas permanecem, (h) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho), (i) superposição da segmentação obtida para ambos os atributos, *área* = 10 e *profundidade* = 8 sobre a imagem original. Bacias de pequenas laminas d'água e profundidades relativamente grandes desaparecem, (j) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).**

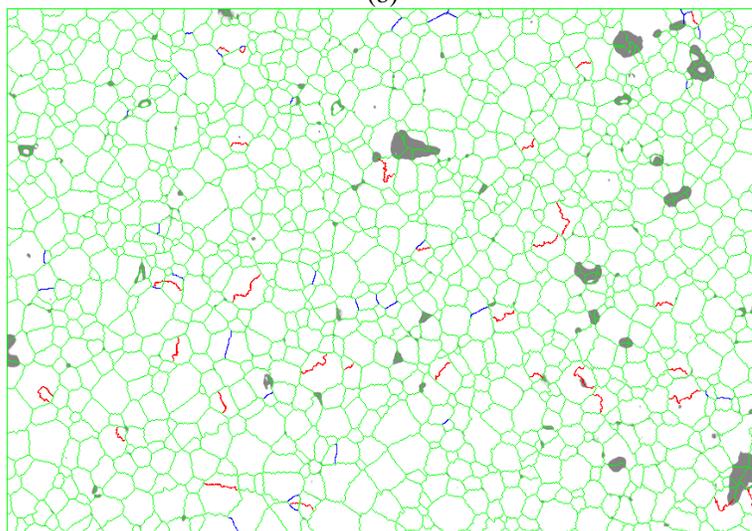
O procedimento adotado para segmentar estas imagens com o método ABA consistiu em escolher, inicialmente, um valor pequeno para o atributo profundidade, mantendo-se nulo o atributo área (e volume), e aumentá-lo, aos poucos, até que o efeito da supersegmentação começasse a desaparecer. A partir desse ponto passou-se a aumentar o valor do atributo área e a reduzir o valor do atributo profundidade até que se atingisse o resultado mais próximo da situação ideal.



(a)

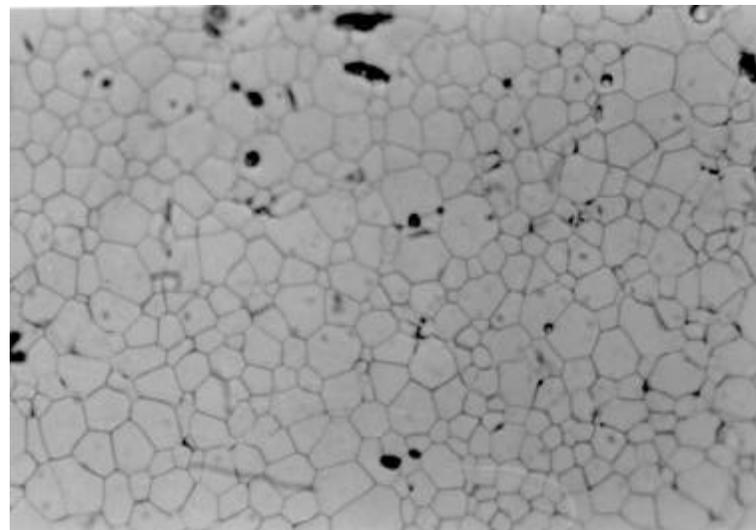


(b)

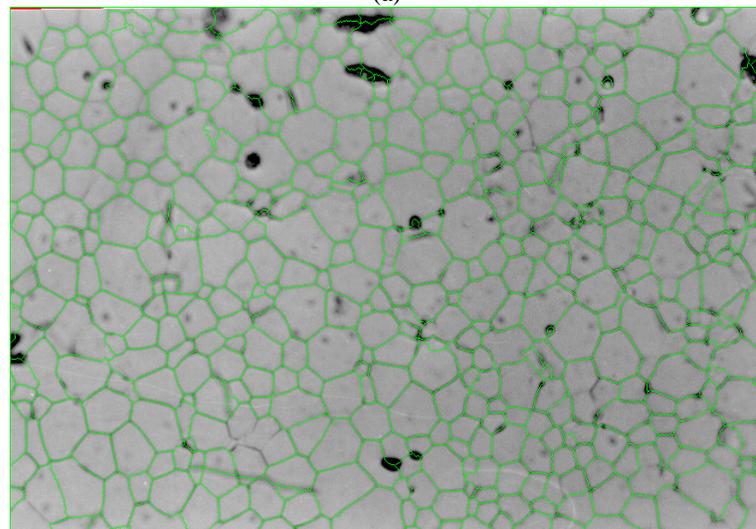


(c)

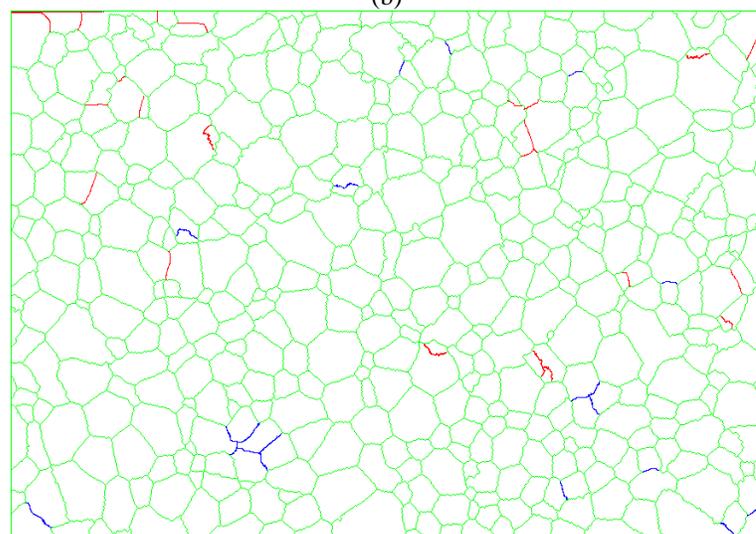
**Figura 59. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 2 (DU1006.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos área = 6 e profundidade = 12, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).**



(a)

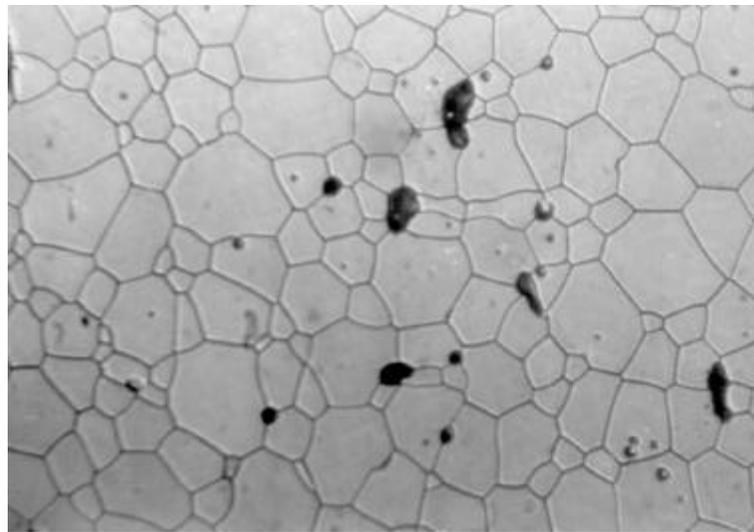


(b)

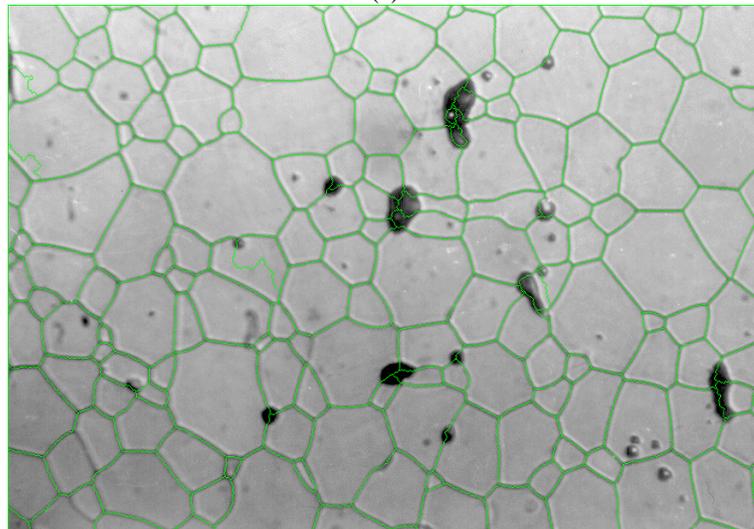


(c)

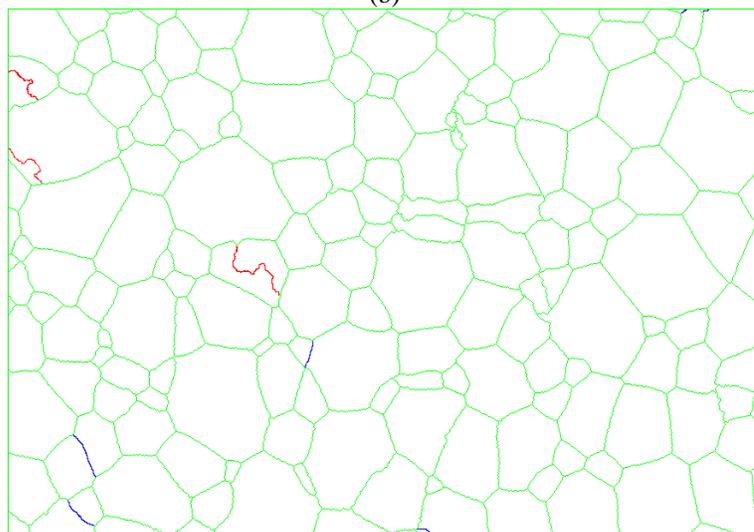
**Figura 60. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 3 (DU1003.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 8 e *profundidade* = 8, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).**



(a)

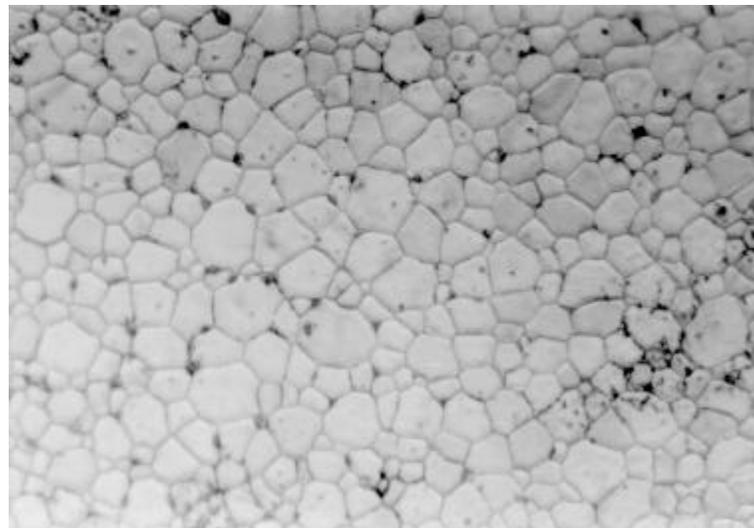


(b)

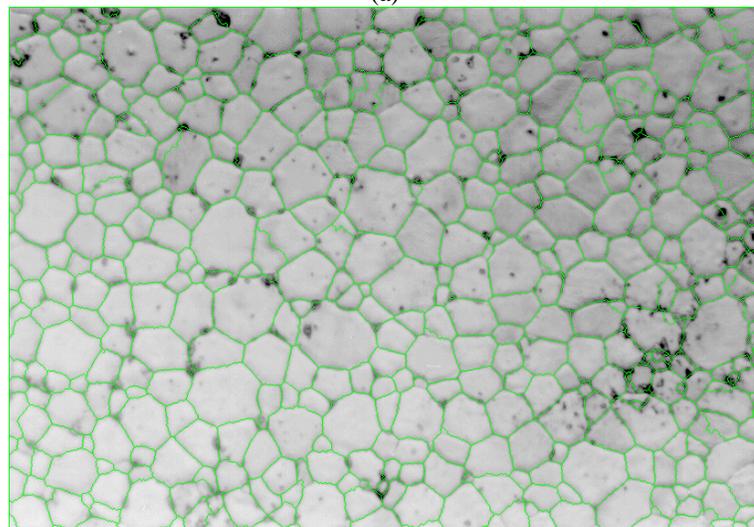


(c)

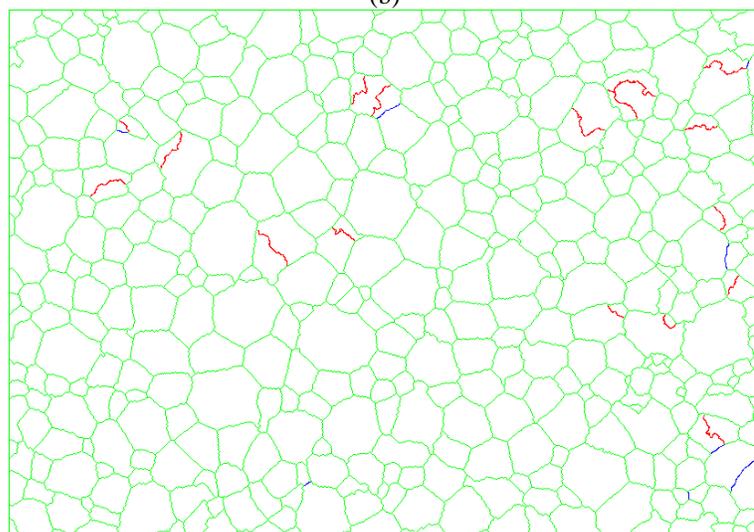
**Figura 61. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 4 (DU356.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos, *área* = 30 e *profundidade* = 15, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).**



(a)

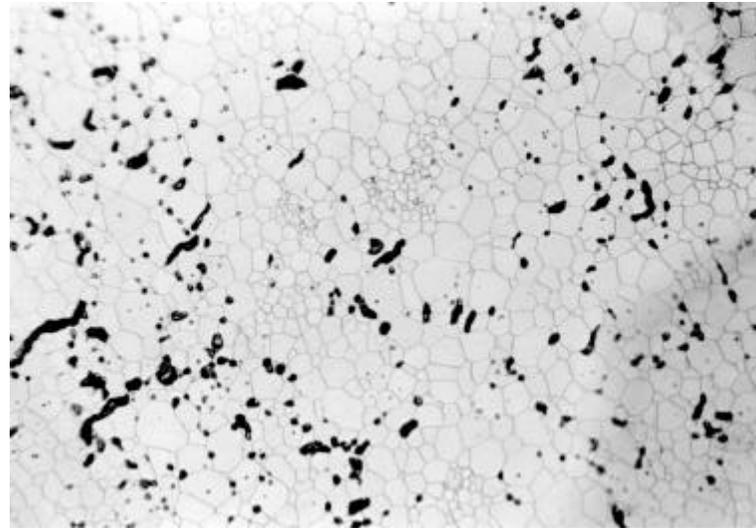


(b)

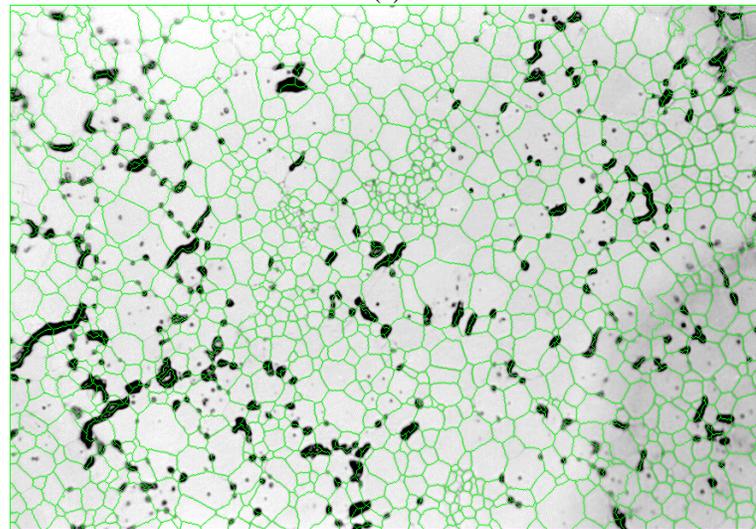


(c)

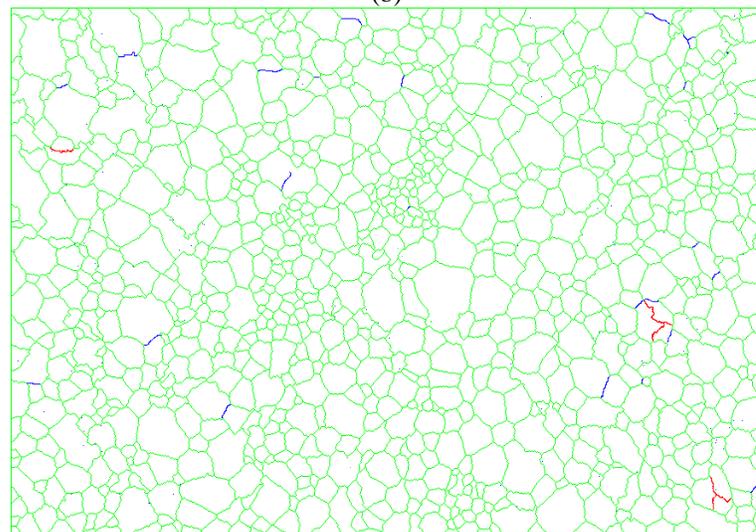
**Figura 62. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 5 (DU1261.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 12 e *profundidade* = 10, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).**



(a)

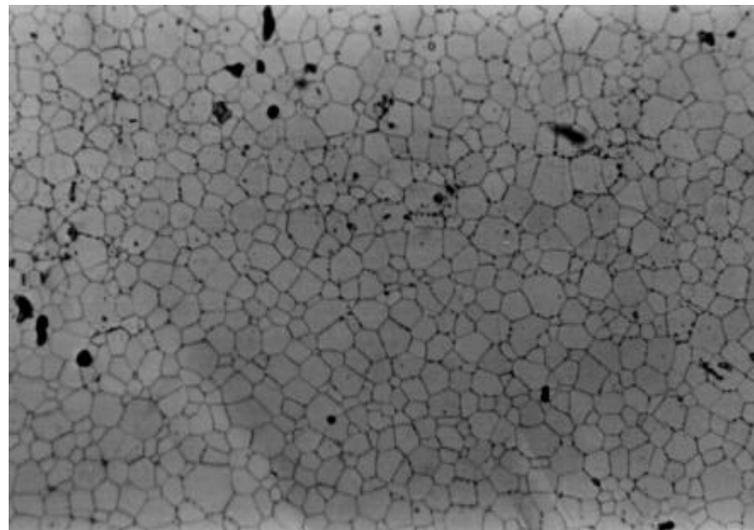


(b)

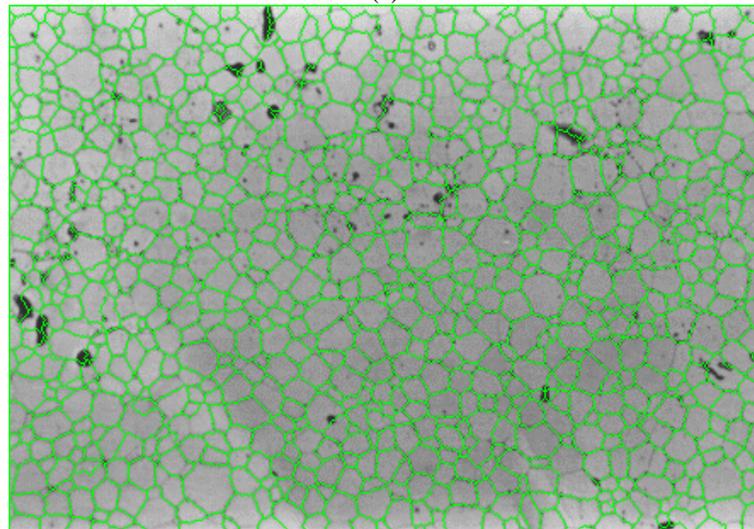


(c)

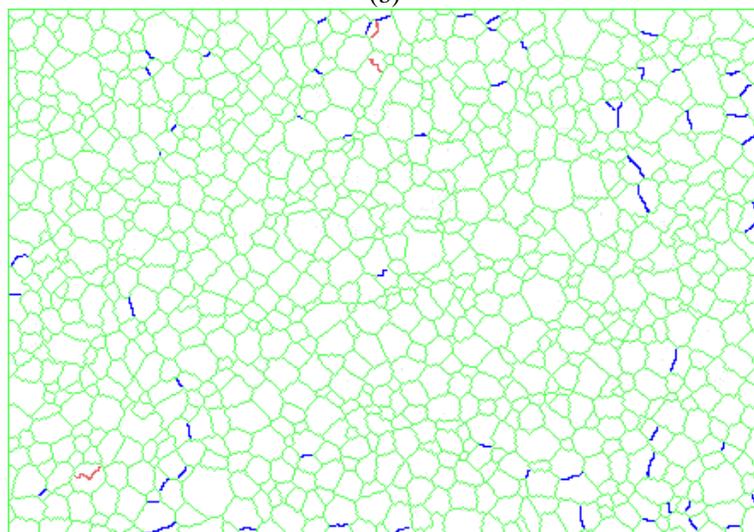
**Figura 63. Segmentação realizada com método ABA para a amostra 6 (UGD098.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 20 e *profundidade* = 5, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).**



(a)



(b)



(c)

Figura 64. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 7 (URANGADO.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 4 e *profundidade* = 8, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).

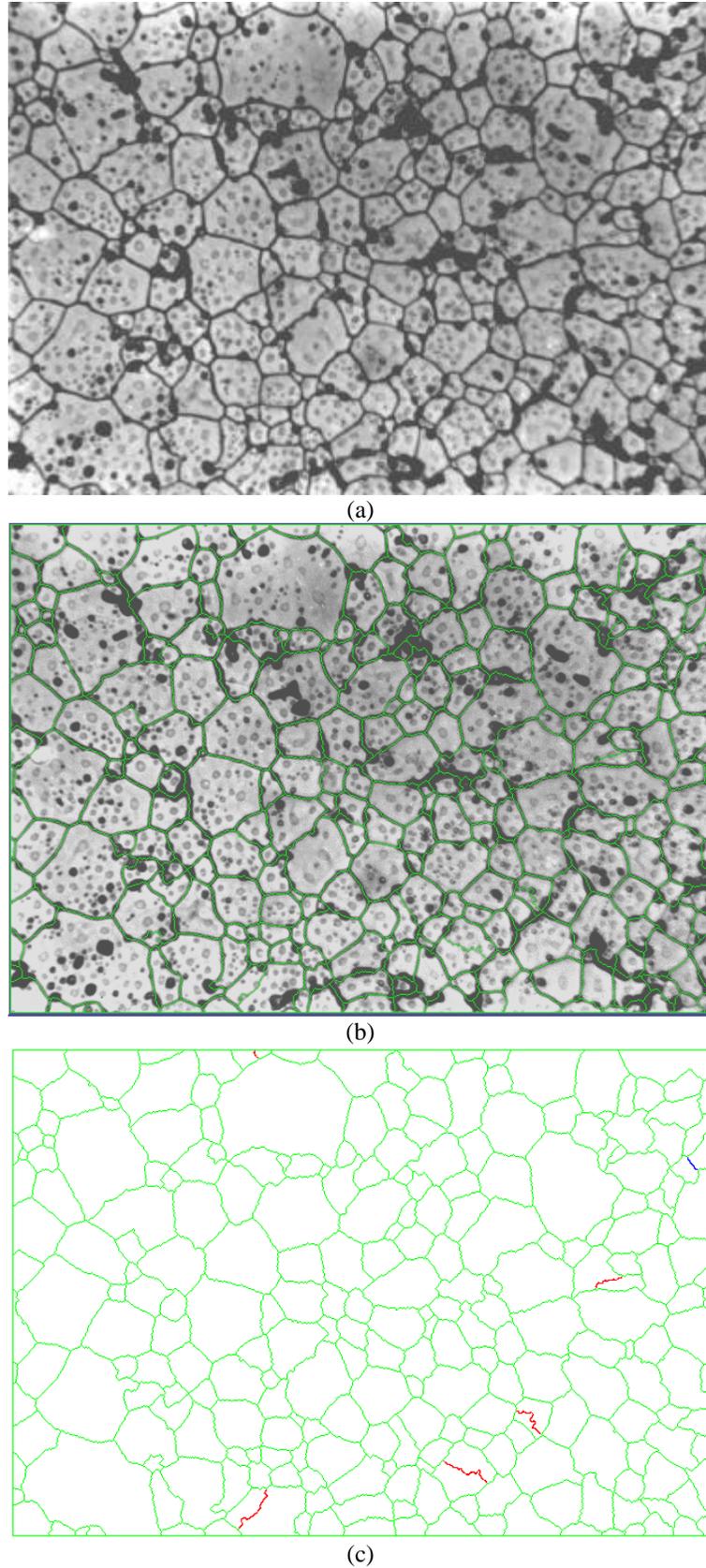


Figura 65. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 8 (UO2.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 17 e *profundidade* = 37, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).

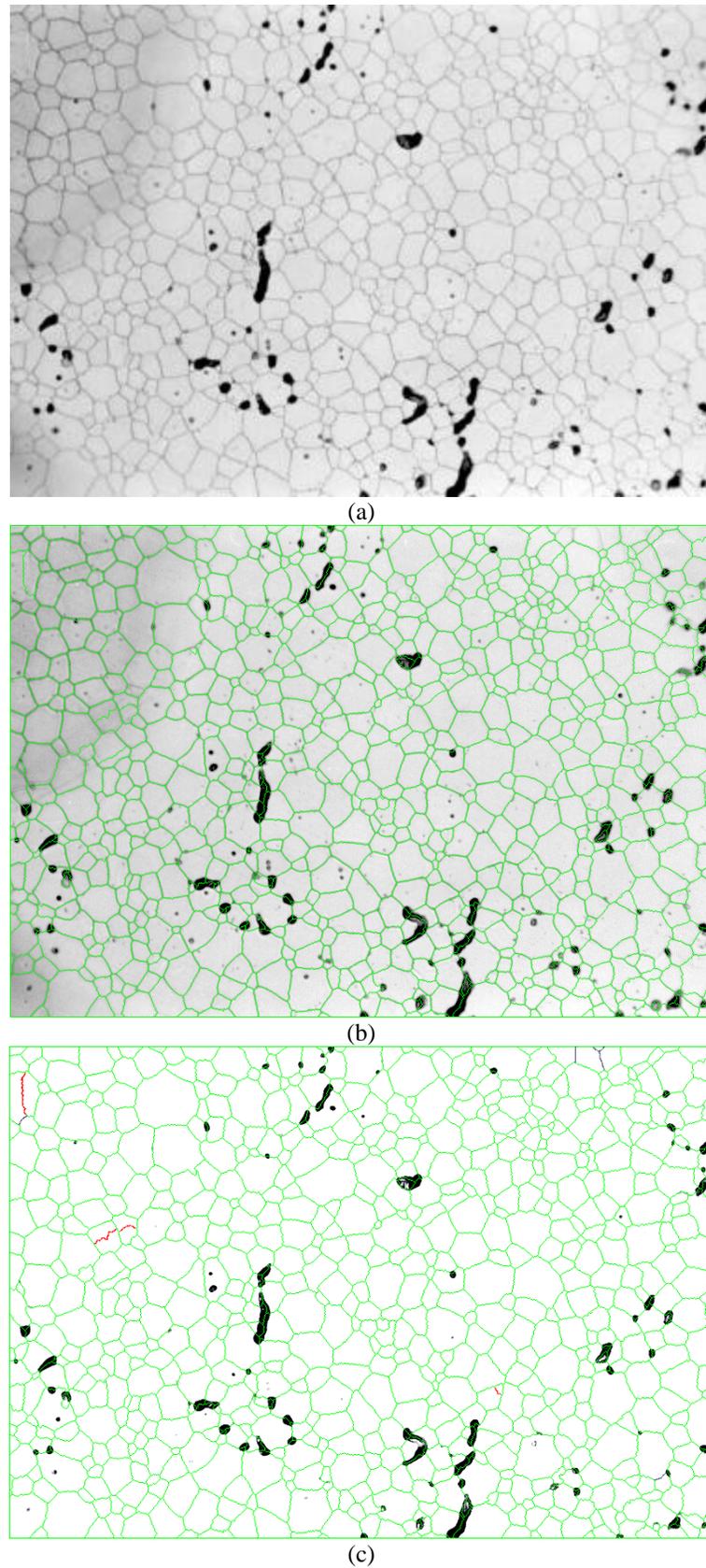


Figura 66. Segmentação realizada com o método ABA para a amostra 9 (UGD106.BMP): (a) imagem original, (b) resultado para os atributos *área* = 12 e *profundidade* = 8, (c) segmentos em falta (azul), segmentos em excesso (vermelho).

Os tempos de execução, para as amostras consideradas, no ambiente de desenvolvimento, são apresentados na Tabela 5.

Amostra	Nome do arquivo	Tamanho (kbytes)	Limiar de profundidade	Limiar de área	Tempo (s) <sup>29</sup>	kbytes / s
1	URA2	129622	10	8	3	43,2
2	DU1006	307671	6	12	7	44,0
3	DU1003	533878	8	8	14	38,1
4	DU356	307671	15	30	7	44,0
5	DU1261	492910	10	15	12	41,1
6	UGD098	531818	5	20	13	44,0
7	URANGADO	136139	8	4	3	45,3
8	UO2	309738	37	17	8	38,7
9	UGD106	517078	8	12	12	43,1

**Tabela 5. Tempo de execução para as amostras de material cerâmico.**

### 6.1.1. Erros e particularidades do método.

Os resultados obtidos com o método ABA, como esperado, mostraram que a qualidade da segmentação é dependente do material (natureza, textura, preparação da amostra, etc.), da qualidade da imagem (cuidados na fase de aquisição da imagem, iluminação, reflexos, etc.) e do escopo da aplicação (medidas desejadas, objetivo, interpretação, etc.).

Para avaliar-se os erros introduzidos pelo método ABA fez-se uma contagem do número de segmentos incorretamente detectados, por falta (subsegmentação) ou excesso (supersegmentação), em função dos atributos passados como parâmetros ao algoritmo.

<sup>29</sup> Hardware: Pentium 75 MHz, 256 kB de cache, 24 MB de RAM, 2 MB de vídeo RAM, sem carga adicional.  
Software: LINUX, X11R6, FVWM95 e KHOROS.

Verificou-se que o erro médio (número de segmentos incorretos sobre o número total de segmentos) quando comparados a uma segmentação realizada a mão, ficou abaixo de 1%. Os resultados, obtidos para o conjunto de 9 amostras, aparecem na Tabela 6.

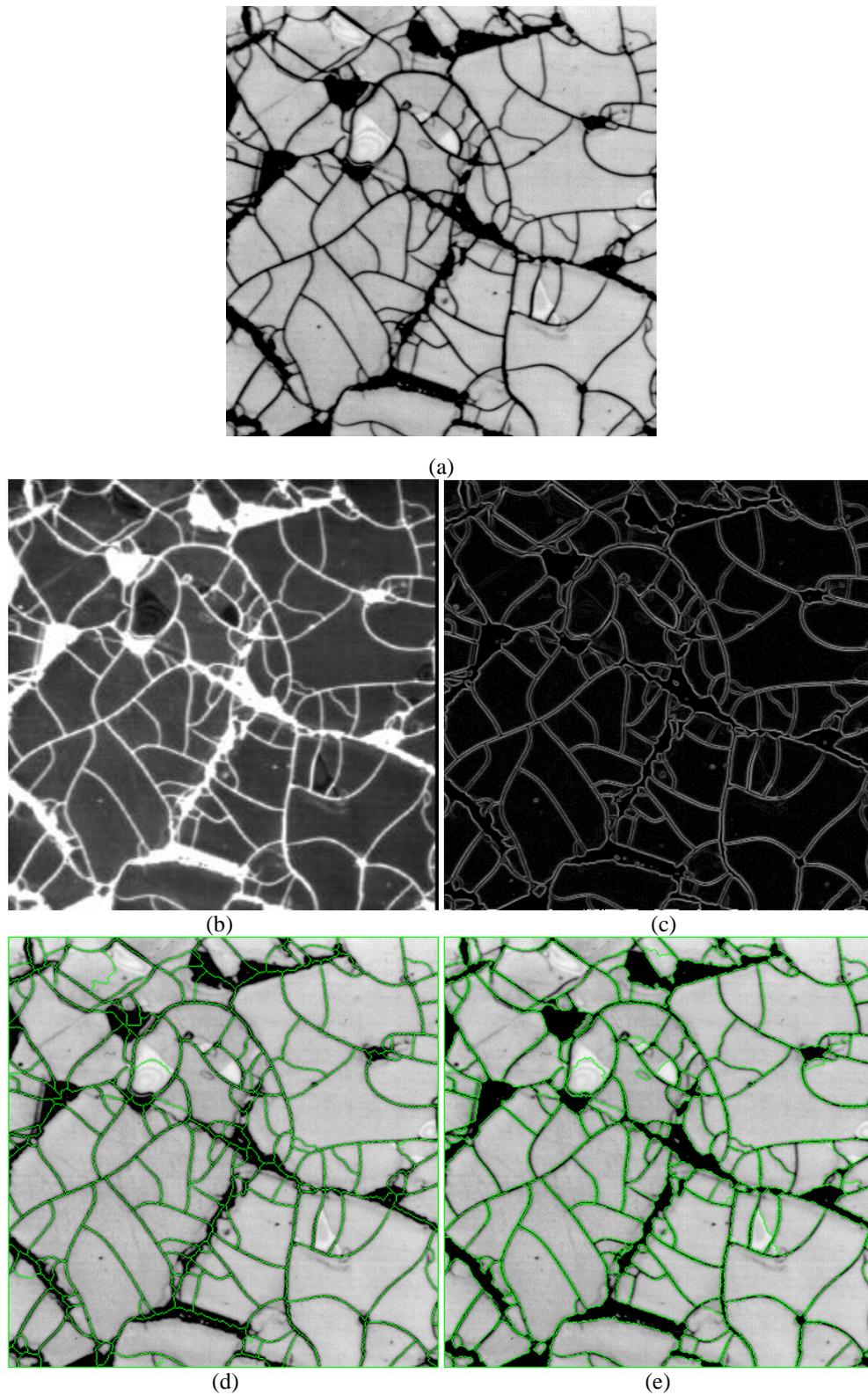
Amostra #	Parâmetros		Segmentos incorretos			Segmentos na imagem	Erro total (%)
	área	prof.	excesso	falta	total		
1	10	8	2	2	4	12x10x6=720	0.6
2	6	12	33	32	65	40x25x6=6000	1.1
3	8	8	25	19	44	26x19x6=2964	1.5
4	15	30	3	8	11	11x16x6=1056	1.0
5	5	20	17	8	25	24x17x6=2448	1.0
6	5	20	7	25	32	30x20x6=3600	0.9
7	8	4	3	47	50	35x26x6=5460	0.8
8	37	17	4	1	5	14x14x6=1176	0.4
9	8	12	4	2	6	29x22x6=3828	0.2
Total			98	144	242	27252	0.9

**Tabela 6. Segmentos incorretamente detectados pelo método ABA.**

### 6.1.2. Poros intergranulares.

Alguns materiais, como a liga metálica ilustrada na Figura 67a, podem apresentar grãos que contêm poros intergranulares, i.e., poros entre os grãos. O seu negativo e o seu gradiente são mostrados nas Figuras 67b e 67c, respectivamente. Se o número de poros intergranulares for grande, sua presença pode interferir na distribuição de tamanhos de grão, uma vez que suas áreas podem ser contabilizadas como áreas dos grãos. Para evitar que as áreas dos poros intersticiais sejam repartidas entre os grãos durante a etapa de segmentação, pode-se utilizar a imagem gradiente em lugar da imagem negativo. Os resultados obtidos para a imagem negativo e para a imagem gradiente são mostrados nas Figuras 67d e 67e, respectivamente.

Uma avaliação de erros de medida em imagens digitais introduzidos por analisadores de imagens foi apresentada em [Andrade-93]. Andrade e Vasconcelos fizeram uma avaliação dos erros introduzidos pelo método estereométrico de Saltykov [Andrade-95].



**Figura 67.** (a), micrografia de liga metálica. (b), negativo da imagem original. (c), gradiente da imagem original. (d), segmentação obtida a partir da imagem negativo. As áreas dos poros intersticiais são repartidas entre os grãos. (e), segmentação obtida a partir da imagem gradiente. Os poros intersticiais são preservados.

## 6.2. Aplicação à segmentação de imagens biológicas

### 6.2.1. Quantificação do endotélio da córnea.

A córnea humana é um tecido transparente que recobre a superfície anterior do olho. O lado posterior da córnea é coberto por uma fina camada endotelial que consiste de células poligonais, como mostra a Figura 2b, da página 17.

As células endoteliais têm um importante papel na manutenção da transparência da córnea. Nas células normais existe um equilíbrio hidrodinâmico entre o fluido que é bombeado para o interior da córnea e o fluido que sai. Nos casos patológicos ocorrem alterações na topologia da camada endotelial que levam a uma quebra deste equilíbrio provocando inchaço e opacificação [Vincent-92b]. Estas células não sofrem regeneração através do mecanismo de divisão celular.

Após o nascimento, as células endoteliais estão distribuídas segundo um arranjo hexagonal uniforme e regular. A medida que o organismo envelhece, parte das células morre induzindo deformações nas células vizinhas que tentam ocupar o espaço vago. O resultado é uma alteração da topologia da córnea, caracterizada por uma degeneração do grau de adjacência das células e por um aumento de sua área média [Rougon-94]. A análise morfométrica das células endoteliais é, portanto, um importante indicador sobre a viabilidade da córnea após cirurgia, trauma, doença, etc. [Siertsema-93]. A avaliação quantitativa da microestrutura do tecido endotelial, que é importante no estudo da sua evolução, passa necessariamente pela etapa de segmentação.

Diversos métodos voltados à segmentação de imagens do endotélio da córnea são apresentados na literatura [Vincent-92b], [Rougon-94], [Hasegawa-97], [Hartmann-85]. A maioria utiliza transformações morfológicas baseadas na transformação *watershed* ou na reconstrução geodésica.

As imagens do endotélio são obtidas por um microscópio especular de contato acoplado à uma camera enquanto o paciente permanece imobilizado. A dificuldade de focalização, devida aos

movimentos oculares, à pequena espessura da córnea em torno de 4  $\mu\text{m}$ , e às variações de luminosidade, interferem na qualidade das imagens e, em consequência, qualidade da imagem segmentada.

A Figura 68 mostra uma imagem de células endoteliais humanas e a segmentação obtida com o método ABA. Ressalte-se que nenhuma operação de filtragem foi realizada sobre a imagem original.

Esta aplicação se insere no projeto de cooperação estabelecido entre o CDTN e o Instituto Hilton Rocha de Belo Horizonte que visa a caracterização do endotélio da córnea humana para fins de transplante.

Um banco de imagens do endotélio da córnea humana está sendo preparado para esta finalidade. O projeto (TEC-909-94) conta com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - FAPEMIG e deverá ser concluído até junho de 1998.

### **6.2.2. Exemplo de aplicação à radiologia**

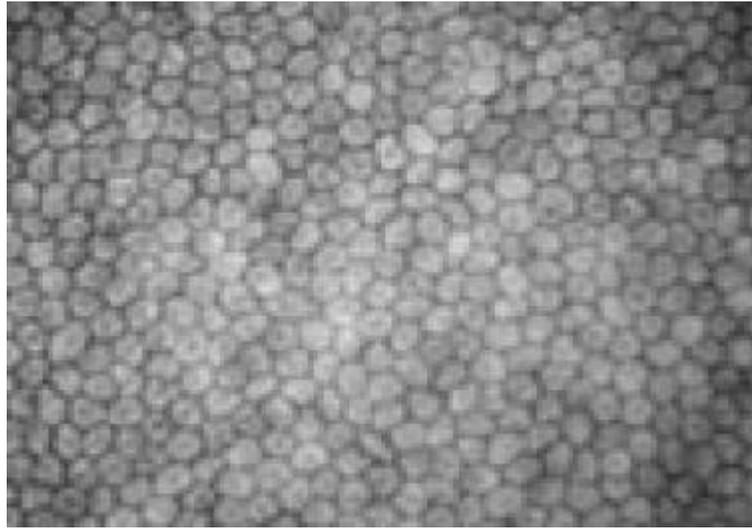
A determinação de parâmetros geométricos (áreas e perímetros), adimensionais (fatores de forma) e estatísticos podem ser obtidos a partir da segmentação de imagens radiográficas com o método ABA. A Figura 69a exibe uma imagem radiográfica de um dedo. Para imagens como esta, que não podem ser diretamente submetidas ao processo de imersão porque as regiões de interesse não estão delimitadas por relevo mais alto, pode-se considerar, por exemplo, a imagem gradiente.

### **6.2.3. Exemplo de aplicação à botânica**

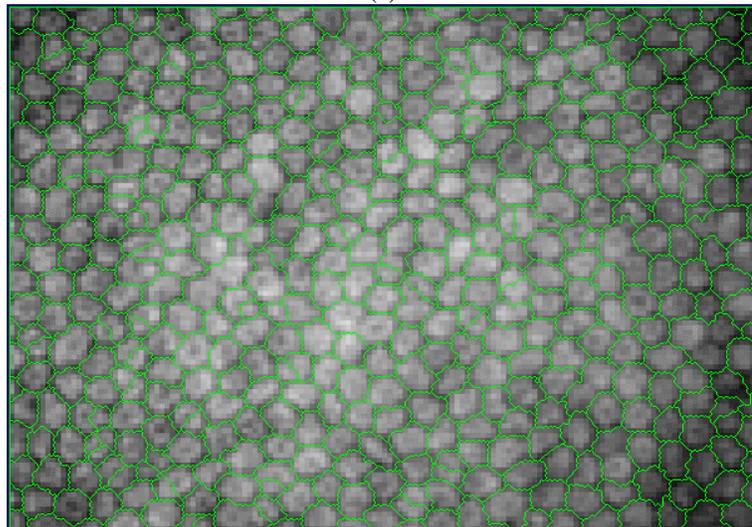
A figura 70, exibe a micrografia de uma folha contendo *nervuras* segundo uma hierarquia. Diferentes valores dos parâmetros permitem extrair as nervuras em diferentes níveis hierárquicos.

### **6.2.4. Exemplo de aplicação à histologia**

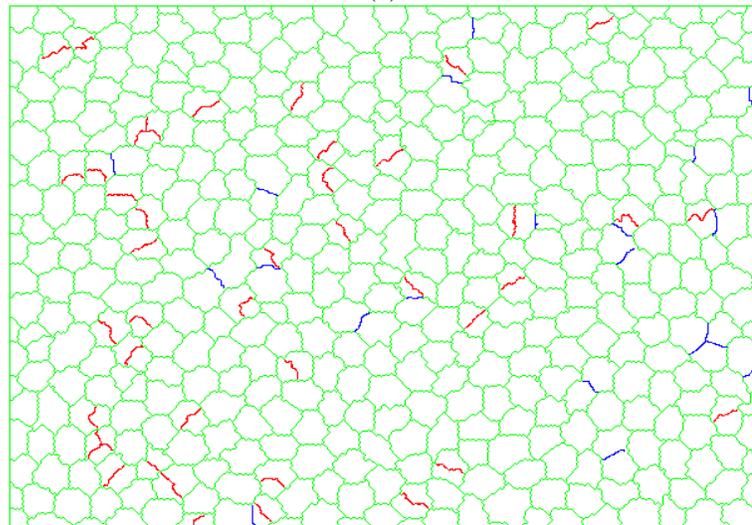
A Figura 71 mostra um conjunto de fibras musculares e o resultado da segmentação com o método ABA. Note que as bordas das células apresentam falhas dificultando a segmentação.



(a)



(b)



(c)

Figura 68. Segmentação realizada com o método ABA: (a) células do endotélio da córnea humana, (b) superposição do resultado para os atributos  $\text{área} = 55$  e  $\text{profundidade} = 5$ , sobre imagem original (c) segmentos em excesso (vermelho) e segmentos em falta (azul).

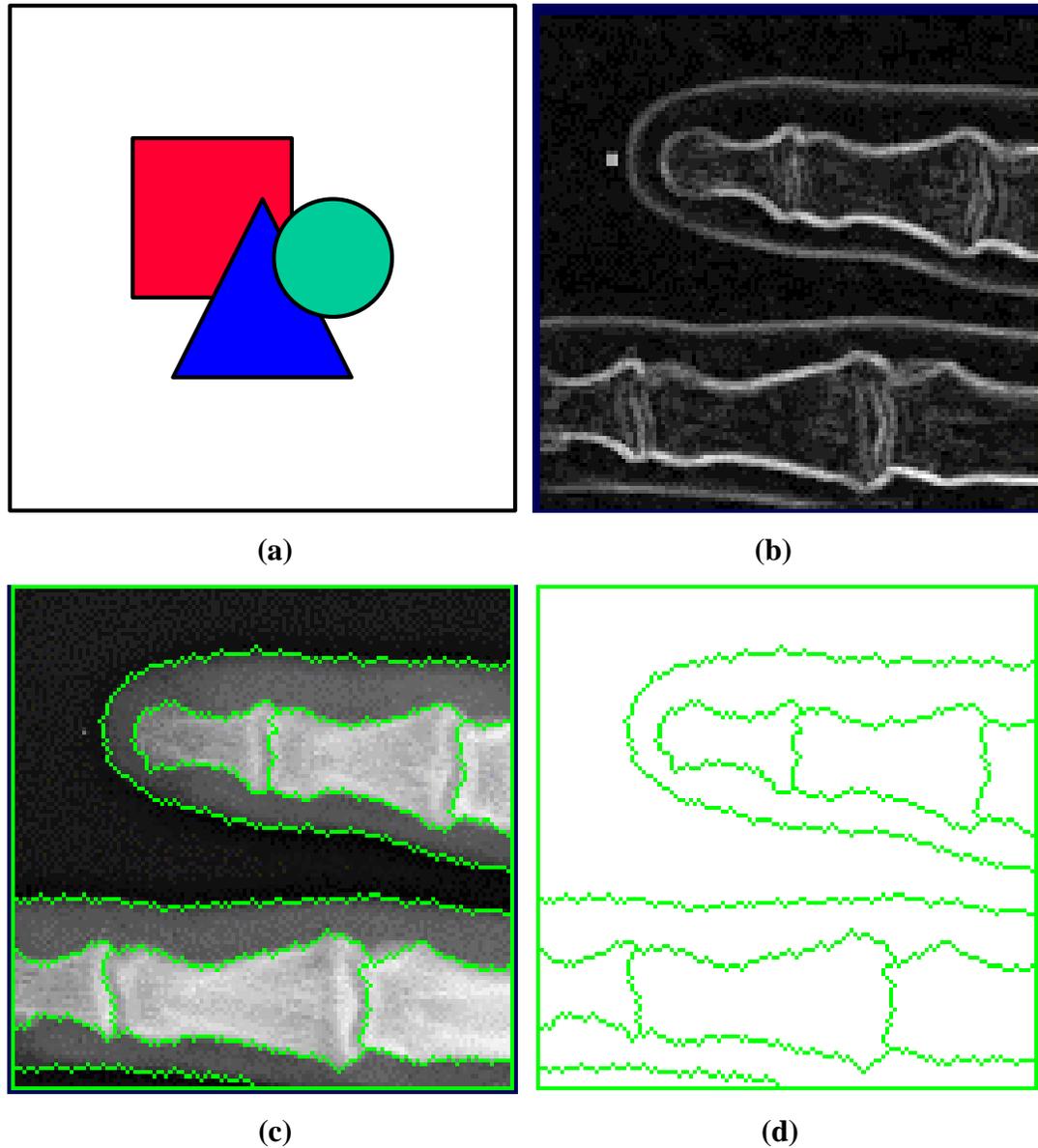
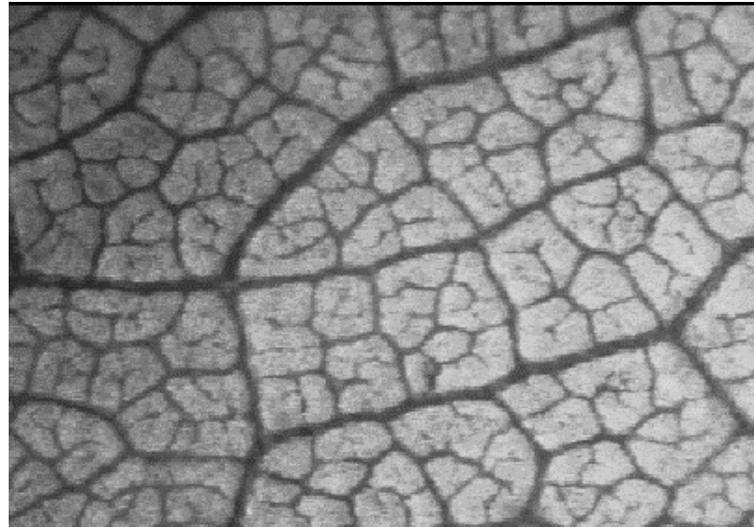
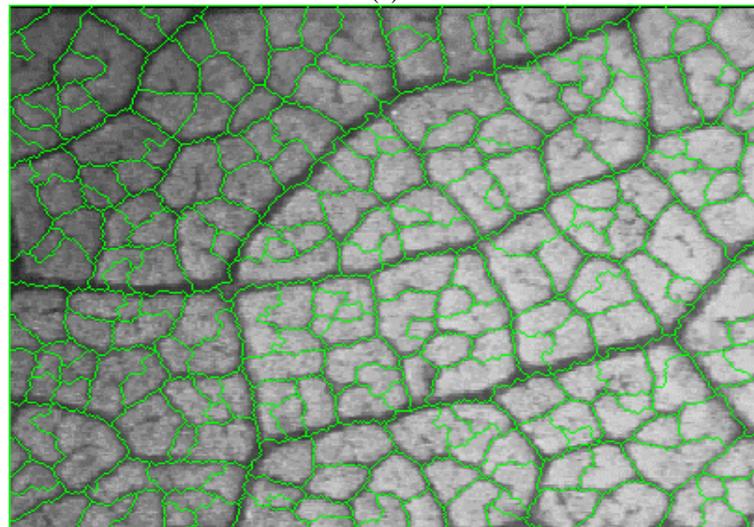


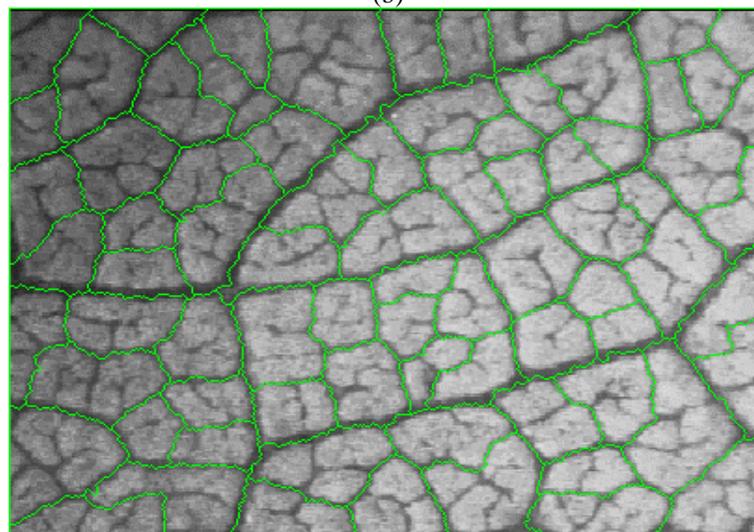
Figura 69. Segmentação realizada com o método ABA: (a) imagem radiográfica de um dedo, (b) gradiente morfológico da imagem original, (c) superposição do resultado para o atributo  $\text{área} = 60$  sobre a imagem original, (d) resultado para o atributo  $\text{área} = 60$ .



(a)

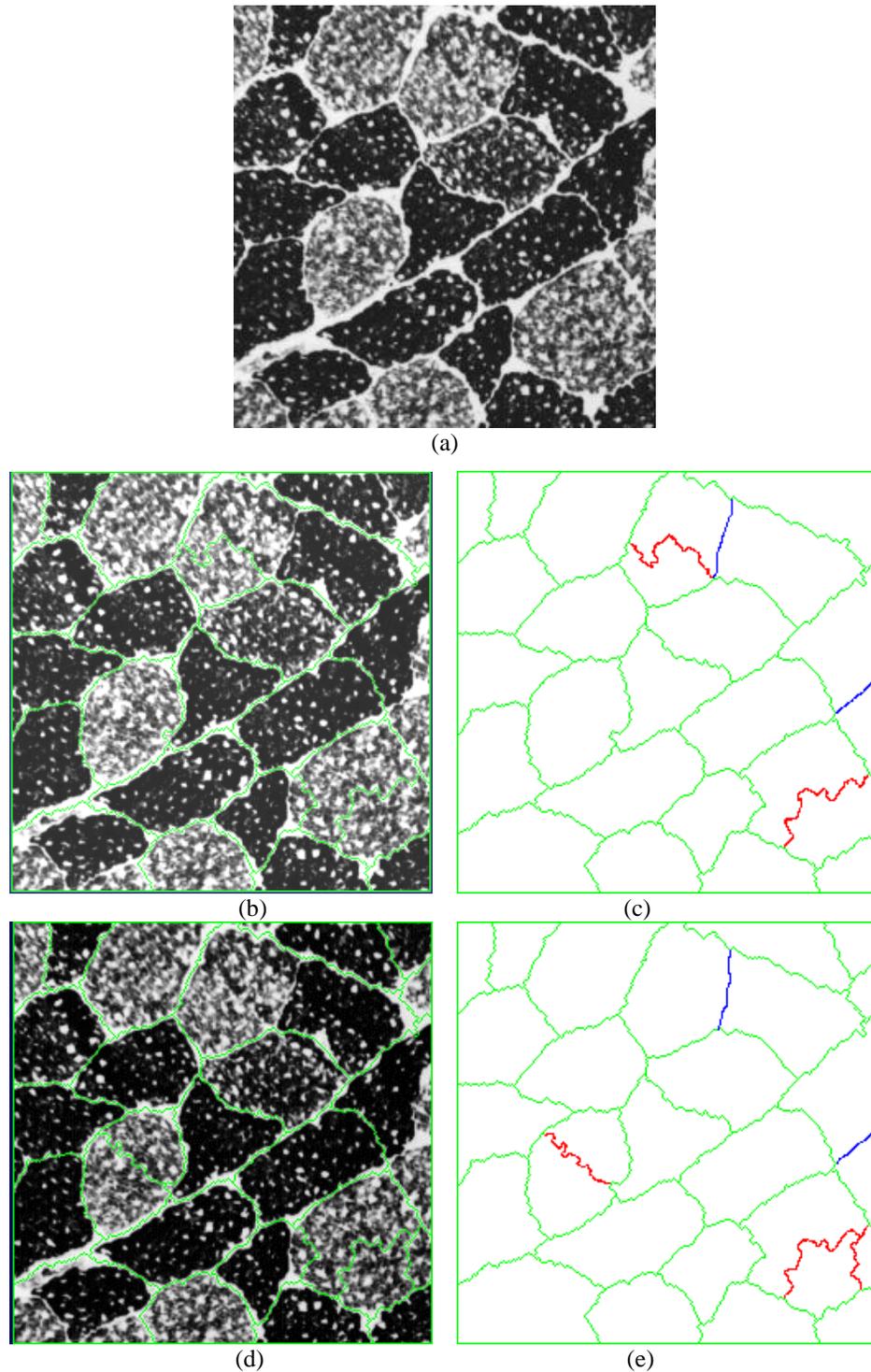


(b)



(c)

**Figura 70. Segmentação realizada com o método ABA: (a) amostra de fibras vegetais, (b) resultado para os atributos *área* = 30 e *profundidade* = 7, (c) amostra de fibras vegetais, (b) resultado para os atributos *área* = 444 e *profundidade* = 0.**



**Figura 71. Segmentação realizada com o método ABA: (a) imagem de fibras musculares [Micromorph-96], (b) superposição do resultado para o atributo profundidade = 30 sobre a imagem original, (c) erros para o atributo profundidade = 30, (d) superposição do resultado para o atributo área = 2000 sobre a imagem original e (e) erros para o atributo área = 2000.**

### 6.3. Sumário e Conclusões

Este capítulo apresentou diversos exemplos de aplicação do método ABA à segmentação de imagens microscópicas. Mostrou-se que o procedimento de caracterização de materiais, a partir de suas micrografias, requer a correta detecção das bordas das regiões de interesse. Mostrou-se, também, que estas bordas devem apresentar-se sem interrupções, para que os tratamentos subsequentes à segmentação, produzam valores consistentes.

Viu-se que a busca do melhor resultado de segmentação, para uma dada imagem, requer a intervenção de um avaliador humano, sendo necessário ajustarem-se os parâmetros de forma interativa. Mostrou-se que a qualidade da segmentação é dependente da qualidade da imagem, do material e da aplicação pretendida.

Avaliaram-se os erros cometidos pelo método ABA contando-se o número de segmentos incorretamente detectados por falta ou excesso. Para o conjunto de nove micrografias apresentado, que representa uma amostra típica de material cerâmico, obtiveram-se, sem filtragens prévias, imagens segmentadas com taxa de erro abaixo de 1%, quando comparadas à segmentação realizada à mão. O algoritmo mostrou-se suficientemente rápido e preciso para segmentar um grande volume de imagens como requer o controle de qualidade de materiais.

Apresentaram-se algumas possíveis aplicações do método ABA à quantificação de materiais biológicos diversos, em particular, ao endotélio da córnea humana.

## Capítulo 7

### Conclusões e Perspectivas

A principal questão que concerne à segmentação de imagens por simulação de imersão é a supersegmentação. Seu efeito sobre a transformação *watershed* é marcante: a imagem segmentada exibe todos os contornos realmente presentes na imagem, tanto significativos quanto não significativos.

Melhorar a qualidade da segmentação produzida pela transformação *watershed* equivale, então, a suprimir, na imagem segmentada, aqueles segmentos que não são pertinentes. A supressão da supersegmentação é obtida pela imposição de certos marcadores, a partir de critérios baseados em medidas fotométricas ou morfológicas, com o propósito de introduzir modificações homotópicas na imagem.

O método ABA, que também faz uso da técnica de imersão, propõe reduzir-se a supersegmentação alterando-se, seletivamente, a topologia da imagem. Suas características permitem classificá-lo como pertencente às classes dos métodos *paramétricos* e dos *métodos topológicos*. De fato, a modificação homotópica, conduzida por um conjunto de regras elementares, é efetuada a partir dos atributos geométricos das bacias de captação. A segmentação, na prática, requer o uso de parâmetros que devem ser ajustados interativamente.

Mostrou-se que o método ABA pôde ser aplicado com sucesso a um conjunto de micrografias típicas de material cerâmico nuclear, sem filtragens prévias e, que dispensa, a etapa explícita de seleção de marcadores, normalmente requerida por métodos de segmentação estabelecidos.

Um aspecto importante do método ABA é seu custo computacional. A agregação é realizada em tempo proporcional ao número de bacias de captação, permitindo preservar-se o custo computacional da transformação original (*watershed*) que é linear.

Viu-se que os métodos de segmentação por imersão são penalizados pela presença de bordas tênues ou interrompidas. O método ABA procura amenizar as dificuldades enfrentadas com a presença de bordas tênues, ao permitir que o atributo área, pouco sensível as variações de altitude das bordas das regiões, venha ser considerado como critério de agregação das bacias de captação. Entretanto, não provê uma solução para as bordas interrompidas, uma questão a ser resolvida.

Nas implementações correntes do método ABA, salvo no caso de seleção automática, os parâmetros são estáticos, ou seja, uma vez fixados e combinados valem para todas as bacias da imagem. O uso de parâmetros adaptativos que substituíssem limiares fixos por faixas de aceitação, determinadas em função das variações dos atributos das vizinhanças, poderia ser explorado. Regras baseadas em Lógica Difusa parecem uma opção interessante, porque permitiriam selecionar os parâmetros de forma adaptativa em função das variações locais nos atributos das bacias vizinhas.

Os resultados promissores já obtidos para imagens ceramográficas permitem antever a aplicação do método ABA à segmentação de uma ampla variedade de imagens, não se restringindo às imagens microscópicas que ilustraram este texto.

Em suma, o método de segmentação de imagens ABA representa uma sinergia entre as transformações *watershed* e *dinâmicas* ao mesclar e estender algumas das suas boas características.

# Apêndice

## A.1. As classes de transformações morfológicas

Em Morfologia Matemática é conveniente fazer distinção entre as classes de transformações e as operações propriamente ditas. Por exemplo, o termo *abertura*, ou *abertura algébrica*, tem significado amplo e designa uma *classe* de transformações enquanto a abertura morfológica expressa a transformação propriamente dita, que consiste da combinação de uma erosão seguida de uma dilatação com elementos estruturantes transpostos. A classe das aberturas possui numerosas transformações, cada uma delas permite ver a imagem de uma maneira diferente e destacar características de interesse. Esta multiplicidade de transformações permite isolar estruturas que respondem a critérios bem específicos de forma, tamanho, contraste e dispersão [Grimaud-91]. Apenas para exemplificar, há na classe das aberturas, *abertura por reconstrução*, *união de aberturas lineares*, *abertura anular* e *abertura por atributos*. Para evitar confusão, neste texto, um termo genérico como abertura designa a classe enquanto as transformações são explicitamente nomeadas, a não ser que expressamente dito o contrário.

As principais classes de transformações morfológicas verificam as propriedades da Tabela 7:

PROPRIEDADES	DEFINIÇÃO
Homotopia	$\Psi$ que preserva homotopia não cria nem destrói partículas
Crescimento	$\forall X, Y \in R(Z^2), X \subseteq Y \Rightarrow \Psi(X) \subseteq \Psi(Y)$ ou
Decrescimento	$\forall f, g \in F(Z^2), f \leq g \Rightarrow \Psi(f) \leq \Psi(g)$ $X \subseteq Y \Rightarrow \Psi(X) \supseteq \Psi(Y)$ ou $f \leq g \Rightarrow \Psi(f) \geq \Psi(g)$
Extensividade	$\forall X \in R(Z^2), X \subseteq \Psi(X)$ ou
Anti-extensividade	$\forall f \in F(Z^2), f \leq \Psi(f)$ $X \supseteq \Psi(X)$ ou $f \geq \Psi(f)$
Dualidade	$\forall X \in R(Z^2), \Psi_1(X) = (\Psi_2(X^c))^c$ , $\Psi_1$ e $\Psi_2$ duais ou $\forall f \in F(Z^2), \Psi_1(f) = -(\Psi_2(-f))$
Idempotência	$\Psi(\Psi(X)) = \Psi(X)$ ou $\Psi(\Psi(f)) = \Psi(f)$

**Tabela 7. Propriedades das classes de transformações morfológicas para conjuntos e funções.**

## A.2. Notação

Neste texto adota-se a seguinte convenção:

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
$\ell$	Comprimento de um caminho
$\Psi$	Transformação
$a, b, p, q, x, y, z$	Pontos no plano $\mathbb{R}^2$
$B, X, Y, Z, R, S, T, W$	Conjuntos em $\mathbb{Z}^2$
$C$	Caminho entre dois pontos ou componente conexo
$D_f$	Domínio de uma função $f$
$E$	Domínio discreto qualquer
$F, P$	Conjuntos potência
$f, g, h$	Imagens, funções de $\mathbb{Z}^2$ em $\mathbb{Z}$
$\text{grad}(f)$	Gradiente morfológico simétrico de $f$
$\text{grad}^-(f)$	Gradiente morfológico assimétrico por erosão de $f$
$\text{grad}^+(f)$	Gradiente morfológico assimétrico por dilatação de $f$
$H_t(f)$	Conjunto-limiar de $f$
$I$	Imagem
$m$	Mínimo de uma função
$M$	Máximo de uma função
$P$	Caminho entre dois pontos de uma superfície
$t$	Limiar na escala dos níveis de cinza da imagem $f$
$W(f)$	<i>Watershed</i> de uma função

**Tabela 8. Convenção utilizada neste texto.**

## Transformações morfológicas com conjuntos

Nome	Notação	Definição
Complemento	$X^c$	$X^c = \{x   x \in X\}$
Diferença	$X / Y$	$X / Y = X \cap Y^c$
Diferença Simétrica	$X \Delta Y$	$X \Delta Y = X / Y \cup Y / X$
Escala	$a x$	$a x = \{a x   x \in X\}$
Interseção	$X \cap Y$	$X \cap Y = \{x \in X \text{ e } x \in Y\}$
Translação	$X_t$	$X_t = \{x   x - t \in X\}$
Transposição	$\check{X}$	$\check{X} = \{-x   x \in X\}$
União	$X \cup Y$	$X \cup Y = \{x \in X \text{ ou } x \in Y\}$

**Tabela 9. Notações e definições para operações básicas com conjuntos**

Transformação	Notação	Definição
Dilatação geodésica	$d_X^{(1)}(Y)$	$d_X^{(1)}(Y) = d^{(1)}(Y) \cap X, \forall X, Y \in Z^2   Y \subset X$
	$d_X^{(n)}(Y)$	$d_X^{(n)} = d_X^{(1)}(d_X^{(1)}(\dots d_X^{(1)}(Y)))$ , $\forall X, Y \in Z^2   Y \subset X$
Erosão geodésica	$e_X^{(1)}(Y)$	$e_X^{(1)}(Y) = X / d^{(1)}(X / Y), \forall X, Y \in Z^2   Y \subset X$
	$e_X^{(n)}(Y)$	$e_X^{(n)}(Y) = X / d^{(n)}(X / Y), \forall X, Y \in Z^2   Y \subset X$
Reconstrução por dilatação	$R_X(Y)$	$R_X(Y) = d_X^{(+\infty)}(Y)$
Reconstrução por erosão	$R_X^*(Y)$	$R_X^*(Y) = e_X^{(+\infty)}(Y)$

Tabela 10. Notações e definições para operações geodésicas com conjuntos

Transformações morfológicas com funções

Nome	Notação	Definição
Abertura morfológica	$g_B$	$g_B = d_B^n \circ e_B$
Dilatação planar	$d_B(f)(x)$	$d_B(f)(x) = \max\{x_k, k \in B\}$
Erosão planar	$e_B(f)(x)$	$e_B(f)(x) = \min\{x_k, k \in B\}$
Fechamento morfológico	$j_B$	$j_B = e_B^n \circ d_B$

Tabela 11. Notações e definições para transformações morfológicas básicas com funções

Transformação	Notação	Definição
Abertura por reconstrução	$g_R^{(n)}(f)$	$g_R^{(n)}(f) = R_f(e^n(f))$
Dilatação de $g$ em $f$	$d_f^{(1)}(g)$	$d_f^{(1)}(g) = \inf(d^{(1)}(g), f), g \leq f$
	$d_f^{(n)}(g)$	$d_f^{(n)}(g) = d_f^{(1)}(d_f^{(1)}(\dots d_f^{(1)}(g)))$ , $g \leq f$
Erosão de $g$ em $f$	$e_f^{(1)}(g)$	$e_f^{(1)}(g) = \sup(e^{(1)}(g), f), g \leq f$
	$e_f^{(n)}(g)$	$e_f^{(n)}(g) = e_f^{(1)}(e_f^{(1)}(\dots e_f^{(1)}(g)))$ , $g \leq f$
Fechamento por reconstrução	$f_R^{(n)}(f)$	$f_R^{(n)}(f) = R_f^*(d^n(f))$
Reconstrução por dilatação	$R_f(g)$	$R_f(g) = d_f^{(+\infty)}(g)$
Reconstrução por erosão	$R_f^*(g)$	$R_f^*(g) = e_f^{(+\infty)}(g)$
Top-hat sobre brancos	$TH_R^{(n)}(f)$	$TH_R^{(n)}(f) = f - g_R^{(n)}(f)$
Top-hat sobre pretos	$TH_R^{*(n)}(f)$	$TH_R^{*(n)}(f) = f_R^{(n)} - f$
Filtro alternado sequencial – ASF por reconstrução	$M_R^{(n)}(f)$	$M_R^{(n)}(f) = g_R^{(n)}(f_R^{(n)}(\dots(g_R^{(2)}(f_R^{(2)}(g_R^{(1)}(f_R^{(1)}(f))))))$
	$N_R^{(n)}(f)$	$N_R^{(n)}(f) = f_R^{(n)}(g_R^{(n)}(\dots(f_R^{(2)}(g_R^{(2)}(f_R^{(1)}(g_R^{(1)}(f))))))$

Tabela 12. Notações e definições para transformações geodésicas com funções.

## Definições

As definições apresentadas a seguir foram compiladas e uniformizadas a partir das publicações [Banon-94], [Beucher-90], [Boomgaard-92], [Breen-96], [Grimaud-91], [Kong-89], [Meyer-91a], [Ritter-93], [Rosenfeld-70], [Vincent-90], [Serra-82], [Serra-88], [Vachier-95].

### Definição 18. Dilatação.

A dilatação de um conjunto  $X$ ,  $d^{(1)}(X)$ , é obtida deslocando-se uma forma  $B$ , em relação à origem, sobre cada ponto  $x$  da imagem. O ponto  $x$  será *aceso* na imagem resultado se um ou mais pontos da forma transposta tocarem um objeto da imagem original quando estiver centrada em  $x$ , como indica a Figura 72. A forma deslocada, denominada *elemento estruturante*, é definida por sua forma, tamanho e posição em relação à origem.

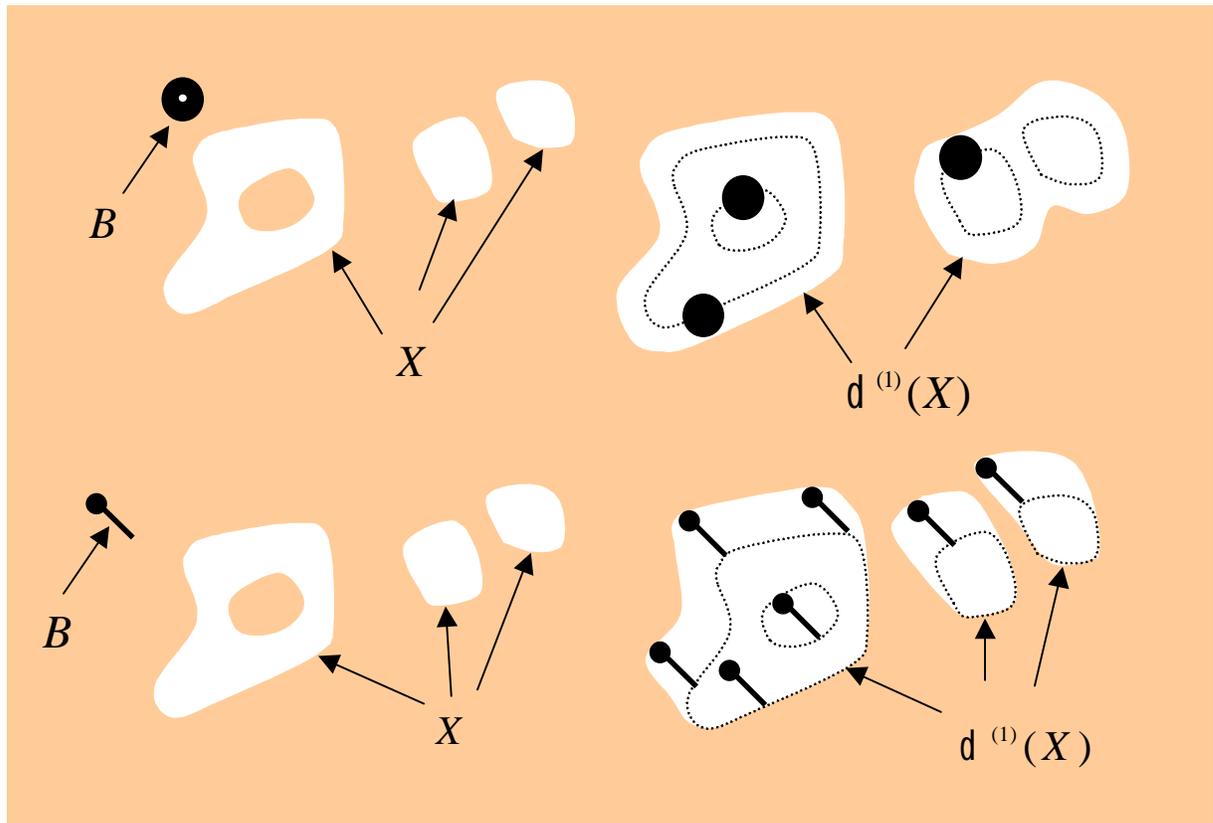


Figura 72. Dilatação de um conjunto  $X$  por elementos estruturantes diferentes.

**Definição 19. Erosão.**

A *erosão de um conjunto*  $X$ ,  $e^{(1)}(X)$ , operação dual da dilatação,  $d^{(1)}(X)$ , é obtida deslocando-se uma forma  $B$ , em relação à origem, sobre cada ponto  $x$  da imagem. O ponto  $x$  será *aceso* na imagem resultado se todos os pontos da forma tocarem um objeto da imagem original quando esta estiver centrada em  $x$ . A forma deslocada, chamada de *elemento estruturante*, é definida por sua forma, tamanho e posição em relação à origem.

◆

**Definição 20. Dilatação geodésica.**

No caso da dilatação geodésica, a propagação do contorno das partículas fica restrito ao interior de uma máscara predefinida. A *dilatação geodésica, de tamanho 1, de Y em X*, denotada  $d_X^{(1)}(Y)$ , é obtida a partir da interseção entre o dilatado morfológico de tamanho 1 de  $Y$ ,  $d^{(1)}(Y)$ , e a imagem máscara  $X$ . A *dilatação geodésica, de tamanho n, de Y em X*, denotada  $d_X^{(n)}(Y)$ , é obtida efetuando-se  $n$  dilatações geodésicas de tamanho 1 de  $Y$  em  $X$ .

◆

**Definição 21. Erosão geodésica.**

A erosão geodésica, transformação dual da dilatação geodésica, é definida como:

$$e_X^{(n)}(Y) = X \setminus d_X^{(n)}(X / Y), \forall X, Y \in Z^2 \mid Y \subset X \tag{A.1}$$

◆

**Definição 22. Reconstrução de um conjunto por dilatação**

É um caso particular da dilatação geodésica que permite reconstruir totalmente os objetos de  $X$  cuja interseção com  $Y$  não é nula. A dilatação é levada até a idempotencia, ou seja, até que imagem não seja mais modificada pela operações sucessivas.

$$R_X(Y) = d_X^{(+\infty)}(Y), \forall X, Y \in Z^2 \mid Y \subset X \tag{A.2}$$

◆

**Definição 23. Dilatação geodésica de uma função  $g$  limitada por  $f$**

$$d_f^{(1)}(g) = \inf(d^{(1)}(g), f), \quad g \leq f \quad (\text{A.3})$$

$$d_f^{(n)}(g) = d_f^{(1)}(d_f^{(1)}(\dots d_f^{(1)}(g))), \quad g \leq f \quad (\text{A.4})$$

◆

**Definição 24. Erosão geodésica de uma função  $g$  limitada por  $f$**

$$e_f^{(1)}(g) = \sup(e^{(1)}(g), f), \quad g \geq f \quad (\text{A.5})$$

$$e_f^{(n)}(g) = e_f^{(1)}(e_f^{(1)}(\dots e_f^{(1)}(g))), \quad g \geq f \quad (\text{A.6})$$

◆

**Definição 25. Reconstrução geodésica por dilatação.**

$$R_f(g) = d_f^{(+\infty)}(g) \quad (\text{A.7})$$

◆

**Definição 26. Reconstrução geodésica por erosão.**

$$R_f^*(g) = e_f^{(+\infty)}(g) \quad (\text{A.8})$$

◆

**Definição 27. Gradientes morfológicos. [Vachier-95]**

Os gradientes morfológicos são definidos como resíduos das transformações dilatação e erosão morfológicas. O gradiente morfológico simétrico é definido como o resíduo:

$$grad(f) = d_B(f) - e_B(f) \quad (\text{A.9})$$

Os gradientes assimétricos por dilatação e por erosão são definidos pelas transformações:

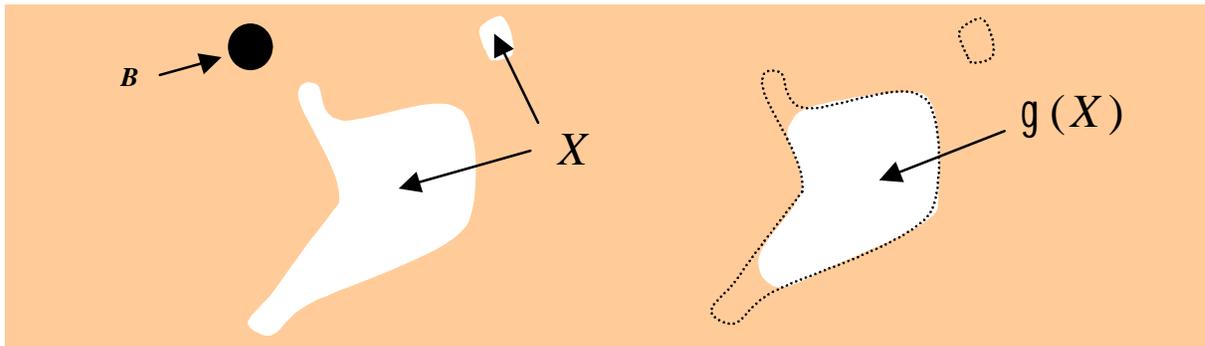
$$grad^+(f) = d_B(f) - f \quad (\text{A.10})$$

$$grad^-(f) = f - e_B(f) \quad (\text{A.11})$$



**Definição 28. Abertura morfológica de um conjunto  $X$ .**

A abertura morfológica de um conjunto  $X$  por um elemento estruturante  $B$ ,  $g(X)$ , é a superfície coberta por  $B$  durante o seu deslocamento no interior de  $X$ , onde couber, como mostra a Figura 73. Uma propriedade semelhante é definida para o fechamento mas, desta vez, o elemento estruturante percorre o complemento de  $X$ .

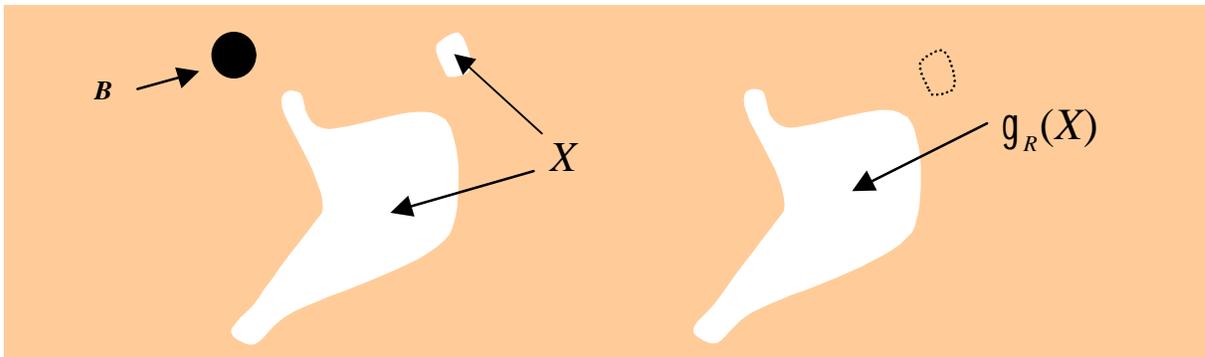


**Figura 73. Abertura morfológica de um conjunto  $X$ .**



**Definição 29. Abertura por reconstrução de um conjunto  $X$ .**

A abertura por reconstrução de um conjunto  $X$  por um elemento estruturante  $B$ ,  $g_R(X)$ , é definida substituindo-se na definição da abertura morfológica, a operação de dilatação pela reconstrução por dilatação. Veja-se figura 74.



**Figura 74. Abertura por reconstrução de um conjunto  $X$ .**

Uma abertura por reconstrução de tamanho  $n$  consiste em efetuar-se uma erosão de tamanho  $n$  seguida por uma reconstrução por dilatação do resultado da erosão sob a função de partida  $f$ .

$$g_R^{(n)}(f) = d_f^{(+\infty)}(e^n(f)) = R_f(e^n(f)) \quad (\text{A.12})$$

◆

**Definição 30. Abertura geodésica por reconstrução**

$$g_R^{(n)}(f) = R_f(e^n(f)) \quad (\text{A.13})$$

◆

**Definição 31. Fechamento geodésico por reconstrução**

$$f_R^{(n)}(f) = R_f^*(d^n(f)) \quad (\text{A.14})$$

◆

**Definição 32. Top-hat**

O top-hat é uma transformação que permite detectar o que a abertura (através do top-hat branco) ou o fechamento (através do top-hat preto) fizeram desaparecer.

◆

**Definição 33. Top-hat branco**

$$TH^{(n)}(f) = f - g^{(n)}(f) \quad (\text{A.15})$$

◆

**Definição 34. Top-hat preto**

$$TH^{*(n)}(f) = f^{(n)}(f) - f \quad (\text{A.16})$$

◆

**Definição 35. Top-hat branco por reconstrução.**

$$TH_R^{(n)}(f) = f - g_R^{(n)}(f) \quad (\text{A.17})$$

◆

**Definição 36. Top-hat preto por reconstrução.**

$$TH_R^{*(n)}(f) = f_R^{(n)}(f) - f \quad (\text{A.18})$$

◆

**Definição 37. Filtragem alternada seqüencial.**

$$M^{(n)}(f) = g^{(n)}(f^{(n)} \dots (g^{(2)}(f^{(2)}(g^{(1)}(f^{(1)}(f)))))) \quad (\text{A.19})$$

$$N^{(n)}(f) = f^{(n)}(g^{(n)}(\dots f^{(2)}(g^{(2)}(f^{(1)}(g^{(1)}(f)))))) \quad (\text{A.20})$$

◆

**Definição 38. Filtragem alternada seqüencial por reconstrução.**

$$M_R^{(n)}(f) = g_R^{(n)}(f_R^{(n)} \dots (g_R^{(2)}(f_R^{(2)}(g_R^{(1)}(f_R^{(1)}(f)))))) \quad (\text{A.21})$$

$$N_R^{(n)}(f) = f_R^{(n)}(g_R^{(n)}(\dots f_R^{(2)}(g_R^{(2)}(f_R^{(1)}(g_R^{(1)}(f)))))) \quad (\text{A.22})$$

◆

**Definição 39. Transformação  $h$ -máxima.**

A transformação  $h$ -máxima é obtida subtraindo-se uma constante  $h$  da função  $f$  antes de iniciar-se reconstrução por dilatação.

$$h - \text{máxima}(f) = R_f(f - h) \quad (\text{A.23})$$

◆

**Definição 40. A transformação  $h$ -convexa é obtida de  $h$ -máxima como:**

$$h\text{convexa}(f) = f - h \max(f) = f - R_f(f - h) \quad (\text{A.24})$$

◆

**Definição 41. Transformação  $h$ -mínima**

$$h \min(f) = R_f^*(f + h) \quad (\text{A.25})$$

◆

**Definição 42. Transformação  $h$ -côncava**

$$h\text{concava}(f) = R_f^*(f + h) - f \quad (\text{A.26})$$

◆

**Definição 43. Abertura conexa binária.**

A abertura conexa binária  $\Gamma_p$  de um conjunto  $X$  no ponto  $p$  é:

- componente conexo de  $X$  que contém  $p$  se  $p \in X$  ;
- conjunto vazio se  $p \notin X$

A abertura  $\Gamma_p$  preserva apenas a região de  $X$  que contém o ponto  $p$ . É uma abertura porque é idempotente, anti-extensiva e crescente. Um exemplo é mostrado na Figura 75.

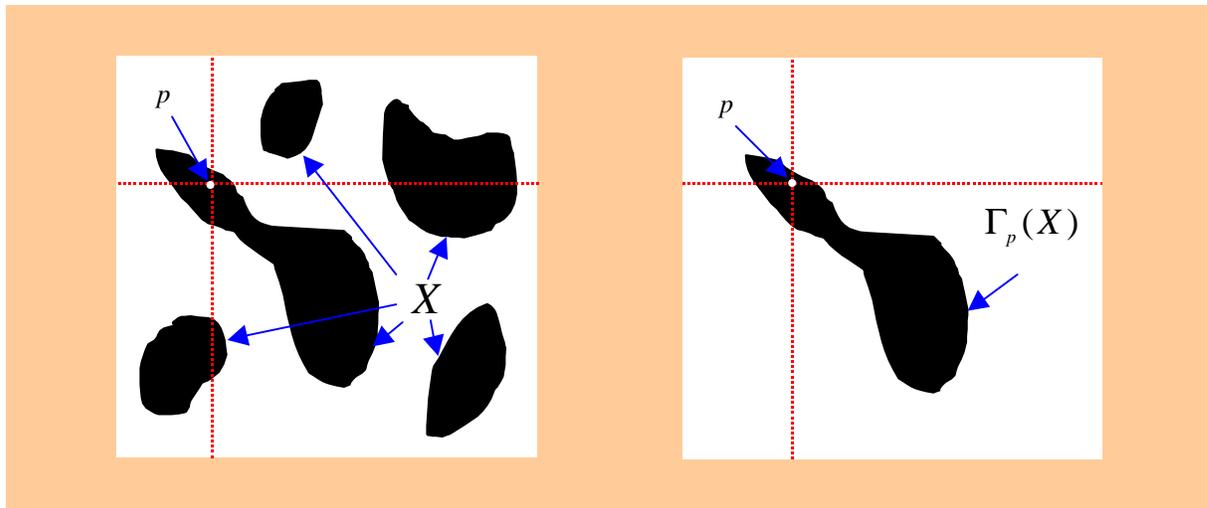


Figura 75. Exemplo de abertura conexa binária. (a), imagem original  $X$  e o ponto de coordenada  $p$ , indicado pela interseção das linhas tracejadas. (b), resultado da abertura conexa  $\Gamma_p(X)$ . Somente o componente marcado por  $p$  é preservado.

◆

**Definição 44. Abertura trivial binária.**

Se  $C \subseteq E$  é um conjunto conexo e  $T$  é um critério crescente, então. Define-se a *abertura trivial*  $\Gamma_T$  por:

$$\Gamma_T(C) = \begin{cases} C & \text{se } C \text{ satisfaz ao critério} \\ \emptyset & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

$$\text{e } \Gamma_T(\emptyset) = \emptyset \quad (\text{A.28})$$

A abertura trivial  $\Gamma_T$  preserva apenas o componente conexo  $C$  que satisfaz ao critério  $T$ . Por definição uma abertura deve ser crescente. Por exemplo o seguinte critério é crescente: *deve ter uma área de  $l$  pixels ou mais*. Se  $C$  é um conjunto conexo que satisfaz este critério, todos os superconjuntos de  $C$  também o satisfarão.

◆

**Definição 45. Abertura por atributos binária.**

Seja  $D$  um domínio discreto qualquer. Se  $X \subseteq D$  é qualquer conjunto e  $T$  é um critério crescente, então, define-se a *abertura por atributos binária*  $\Gamma^T$  de um conjunto  $X$  por:

$$\Gamma^T(X) = \bigcup_{p \in X} \Gamma^T(\Gamma_p(X)) \quad (\text{A.29})$$

A abertura por atributos preserva apenas aqueles componentes conexos de um conjunto  $X$  que satisfazem um dado critério  $T$  e é equivalente a aplicar a abertura trivial  $\Gamma_T$  a todos os componentes da imagem. A abertura por atributos não afeta a forma das regiões porque o componente conexo é preservado por inteiro.

◆

**Definição 46. Conjunto-limiar (complementar).**

A abertura binária por atributos pode ser estendida às imagens em níveis de cinza usando-se a noção de conjuntos-limiar. Definimos um *conjunto-limiar*  $H_t(f)$  de uma imagem  $f$  em níveis de cinza por:

$$H_t(f) = \{ p \in E \mid f(p) \geq t \} \quad (\text{A.30})$$

Cada conjunto limiar pode ser associado à uma fatia da imagem para um limiar particular. A imagem  $f$  pode ser reconstruída a partir dos conjuntos-limiar com a equação:

$$f(p) = \max\{t \mid p \in H_t\} \quad (\text{A.31})$$

O princípio da decomposição de limiares, equação (A.4), pode ser usado para construir filtros em níveis de cinza:

$$y(f)(p) = \max\{t \mid p \in \Psi[H_t(f)]\} \quad (\text{A.32})$$

Neste caso o filtro binário  $\Psi$  é aplicado a cada conjunto limiar  $H_t(f)$  e os conjuntos filtrados são, a seguir, empilhados para formar a imagem em níveis de cinza  $y(f)$ .

◆

**Definição 47. Abertura conexa em níveis de cinza.**

A abertura conexa em níveis de cinza  $g_p(f)$  de uma imagem  $f$  no ponto  $p$  do domínio de  $f$  é definida por:

$$g_p(f)(y) = \max\{t \mid y \in \Gamma_p(H_t(f))\} \quad (\text{A.33})$$

◆

**Definição 48. Abertura trivial em níveis de cinza.**

Sejam  $T$  um critério crescente e  $p$  um ponto do domínio da imagem  $f$ , então podemos definir uma abertura trivial em níveis de cinza

$$g_{p,T}(f)(y) = \max\{t \mid y \in \Gamma_T[\Gamma_p(H_t(f))]\} \quad (\text{A.34})$$

◆

**Definição 49. Abertura por atributos em níveis de cinza.**

A abertura por atributos em níveis de cinza é definida como:

$$g^T(f)(p) = \max\{t \mid p \in \Gamma^T[H_t(f)]\} \quad (\text{A.35})$$

A abertura por atributos pode então ser formada como o máximo, ponto-a-ponto, de aberturas triviais, usando-se apenas um conjunto de pontos máxima regionais  $\{r_c\}$ . Cada abertura trivial  $g_{r_c,T}$  pode ser implementada descendo-se através do limiares, partindo-se do máximo regional  $r_c$  até que um limiar que satisfaça ao critério  $T$  seja alcançado. Como  $T$  é crescente, os conjuntos-limiar que estão abaixo automaticamente satisfazem  $T$ .

◆

## Referências Bibliográficas

- [Albuquerque-95] M. P. Albuquerque. *Analyse par Traitement D'Images*. Grenoble: LMLN, 1995. Tese (doutorado em Física), Laboratoire de Magnetism Louis Néel, Grenoble, 1995.
- [Andrade-93] M. C. Andrade. *Imageamento Microscópico*. Belo Horizonte: UFMG, 1993. Dissertação (mestrado em computação). Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Ciência da Computação, 1993. <http://www.urano.cdtm.br/~mca>
- [Andrade-95] M. C. Andrade e V. Vasconcelos. Estimation of the Statistical Errors Introduced by the Saltykov Method Using 3D Computer Graphics. *Quality Control by Artificial Vision*, Le Creusot, France, 1995.
- [Andrade-96] M. C. Andrade et. al.. Segmentation of Ceramic Micrographies by Flooding Simulation: A Catchment Basins Merging Algorithm. In: IX SIBGRAPI, Caxambú, 1997. <http://hermes.dpi.inpe.br:1907/rep/dpi.inpe.br/banon/1997/09.30.10.21>
- [Andrade-97] M. C. Andrade et. al. Segmentation of Microscopic Images by Flooding Simulation: A Catchment Basins Merging algorithm. Proceedings of SPIE, San Jose, USA, 1997.
- [Asano-96] A Asano et. al. Learning optimization of morphological filters with gray scale structuring elements. *Optical Engineering*, v. 35, p. 2203-2213, 1996.
- [Banon-94] G. Banon e J. Barrera. Bases da Morfologia Matemática para a Análise de Imagens Binárias. IX Escola de Computação, Recife, 1994.
- [Barrera-94] J. Barrera et. al. Mathematical Morphology Toolbox for the Khoros System. Proceedings of SPIE, v. 2300, p. 241-252, 1992.
- [Bertrand-96] G. Bertrand et. al. Topological approach to image segmentation. Proceedings of the SPIE. Vision and Geometry, v. 2826, p. 65-76, Denver, USA, 1996.
- [Beucher-81] S. Beucher. Lignes de partage des eaux. Comment l'expliciter en terms de transformation fonctionnelle., CMM – Fontainebleau, França, 1981. (RT N-699)
- [Beucher-79] S. Beucher, C. Lantuéjoul. Use of the Watershed in Contour Detection. Int. Workshop in Image Processing. CCETT/IRISA. Rennes, France, Sept. 1979.

- [Beucher-90] S. Beucher. Segmentation d'Image et Morphologie Mathématique. Fontainebleau: ENSMP, 1990. Tese (doutorado em Morfologia Matemática), École Nationale Supérieure de Mines de Paris, Fontainebleau, 1990.
- [Beucher-92] S. Beucher e F. Meyer. The Morphological approach to Segmentation: The watershed transform. *Mathematical Morphology in Image Processing*, Dogherty (ed.), cap. 12, p. 433-481, 1992
- [Beucher-94] S. Beucher. Watershed, hierarchical segmentation and *waterfall* algorithm. J. Serra e Pierre Soille (eds.). *Mathematical morphology and its applications to image processing*, p. 69-76, KAP, 1994.
- [Bleau-92] A Bleau. et. al. A New set of fast algorithms for mathematical morphology. *Proceedings of CVGIP*, v. 56, n. 2, p. 210-229, 1992.
- [Boomgaard-92] R. V. Boomgaard. *Mathematical Morphology: Extensions Toward Computer Vision*, Amsterdam: UA, 1992. Universidade de Amsterdam, tese (doutorado em Computação), 1992. <http://carol.wins.uva.nl/~rein>
- [Breen-96] E. Breen and R. Jones. Attribute openings, thinnings, and granulometries. *Computer Vision and Image Understanding*, v, 64, n. 3, p. 377-389, 1996.
- [Canny-86] J. F. Canny. A computational approach to edge detection. *Readings in Computer Vision: Issues, Problems, Principles and Paradigms*. M. A Fischer and Brian (eds), p. 184-203, Morgan Kaufmann, 1986.
- [Cheng-92] J. C. Cheng e H. S. Don. Segmentation of bilevel images using mathematical morphology. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, v. 6, n. 4, p. 595-628, 1992.
- [Cocquerez-95] J. P. Cocquerez e S. Philipp. *Analyse d'Images: Filtrage et Segmentation*. Masson S. A., Paris, 1995.
- [Coster-89] M. Coster e J. L. Chermant. *Precis d'Analyse d'Image*. Presses du CNRS, 1989.
- [Couprie-97] M. Couprie e G. Bertrand. Topological grayscale watershed transformation. *Anais da SPIE. Vision and Geometry VI*, v. , p. , San Diego, 1997.
- [Dobrin-94a] B. P. Dobrin et. al. Further Analysis of Watershed. *Proceedings of SPIE, Image Algebra and Morphological Image Processing*, v. 2300, p. 331-342, 1994.

- [Dobrin-94b] B. P. Dobrin et. al. Fast watershed algorithms: analysis and extensions. *Anais da SPIE. Nonlinear Image Processing V*, v. 2180, p. 209-221, 1994.
- [Everat-96] J. C. Everat and G. Bertrand. New topological operators for segmentation. *Anais da ICIP*, v. III, p. 45-48, IEEE Signal Processing Society, 1996.
- [Everat-97] J. C. Everat e G. Bertrand. New topological operators for segmentation. *Anais da IEEE International Conference on Image Processing – ICIP-96*, v. III, p. 45-48, Lausanne, Suíça, 1996.
- [Facon-96] J. Facon. *Morfologia Matemática: Teoria e Exemplos*. CTIS, Curitiba, Brasil, 1996.
- [Friedlander-87] F. Friedlander e F. Meyer. A Sequential algorithm for detecting watersheds on a gray level image. *Acta Stereologica*, v. 6, n. 3, p. 663-668, 1987.
- [Grimauld-91] M. Grimaud. *La geodesie numerique en Morphologie Mathematique. Application a la detection automatique de microcalcifications en mammographie numerique*, Fontainebleau: ENSMP, 1991. Tese (doutorado em Morfologia Matemática), École Nationale Supérieure de Mines de Paris, Fontainebleau, 1991.
- [Grimauld-92] M. Grimaud. A new measure of contrast: the dynamics. *Anais da SPIE, Image Algebra and Morphological Image Processing III*, v. 1769, p. 292-305, 1992.
- [Hartmann-85] C. Hartmann e W. Köditz. Automated endothelial analysis combined with video specular microscopy. *Cornea*, v. 3, p. 155-167, 1985.
- [Hasegawa-97] A Hasegawa et. al. Detection of cell membranes in human corneal endothelial micrograms using mathematical morphology. *Japanese Journal of Applied Physics*, parte 1, n. 3, v. 31, p. 798-804, mar, 1992.
- [Heijmans-92] H. J. M. Heijmans et. al. Graph Morphology. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, v. 3, n. 1, p. 24-38, 1992.
- [Hubel-79] Brain mechanisms of vision. *Scientif American*, v. 241, n. 3, p. 130-145, 1979.

- [Isaac-56] E. J. Isaac e R. C. Singleton. Sorting by address calculation. *Journal of ACM*, v.3, p.169-174, 1956.
- [Jeulin-89] D. Jeulin. Some aspects of mathematical morphology for physical applications. *Physica A*, v. 157, p. 13-20, 1989.
- [Kanisza-76] G. Kanitsza. Subjective Contours. *Scientific American*, p. 48-52, 1976.
- [Khoral-96] Khoral Research Inc. Khoros 2.1 Reference Manual, Khoral Research Inc. New Mexico University, 1995.
- [Kong-89] T. Kong e A. Rosenfeld. Digital Topology. Introduction and Survey, *Computer Graphics and Image Processing*, v. 48, p. 357-393, 1989.
- [Kurdy-89] M. B. Kourdy. e Dominique Jeulin. Directional mathematical morphology operations. *Acta Stereologica*, v. 8, n. 2, p. 473-480, 1989.
- [Kurdy-90] M. B. Kurdy. Transformations Morphologiques directionnelles et Adaptatives: Applications aux Sciences des Matériaux. Fontainebleau: ENSMP, 1990. Tese (doutorado em Morfologia matemática). École Nationale Supérieure de Mines de Paris, Fontainebleau, 1990.
- [Lee-86] L. S. Lee et. al. Morphologic edge detection. Anais do VIII ICPR, Paris, p. 369-373, 1986.
- [Lin-96] J. S. Lin et. al. A fuzzy hopfield neural network for medical image segmentation. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, v. 43, n. 4, 1996.
- [Lumbreras-96] F. Lumbreras e J. Serrat. Segmentation of petrographical images of marbles. *Computers and Geosciences*, v.22, n. 5, p. 547-558, 1996.
- [Mahzoun-96] M. R. Mahzoun et. al. Detection and complement of hexagonal borders in corneal endothelial cell image. JAMIT, setembro, 1996. <http://www.med.osaka-u.ac.jp/pub/general/image/jamit/ronbun.text.html>
- [Meijster-95a] Meijster e J. Roerdink. A proposal for the implementation of a parallel watershed algorithm. Universidade de Groningen, Holanda, setembro, 1995. <http://www.cs.rug.nl/users/arnold/arnold.html>
- [Meijster-95b] Meijster e J. Roerdink. The implementation of a parallel watershed algorithm, outubro, 1995. <http://www.cs.rug.nl/users/arnold/arnold.html>
- [Meijster-95c] Meijster e J. Roerdink. An alternative algorithm for computing watersheds on shared memory parallel computers, setembro, 1995. <http://www.cs.rug.nl/users/arnold/arnold.html>

- [Meyer-90a] F. Meyer e S. Beucher. Morphological Segmentation. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, v. 1, n. 1, p. 21-46, 1990.
- [Meyer-90b] F. Meyer. Skeletons and watershed lines in digital spaces. CMM-ENSMP, Fontainebleau, 1990. (RT N-33/90/MM).
- [Meyer-91a] F. Meyer. Un algorithme optimal de ligne de partage des eaux. CMM-ENSMP, Fontainebleau, 1991. (RT N-10/91/MM)
- [Meyer-91b] F. Meyer. Un algorithme optimal de ligne de partage des eaux. VIII Congrès de Reconnaissance de Forme et d'Intelligence Artificielle. Lyon, France, p. 847-857, 1991.
- [Micromorph-96] MicroMorph pour Windows. Morphologie Mathématique et traitement d'images. École Nationale Supérieure de Mines de Paris-ENSMP, 1996.
- [Najman-94] L. Najman e M. Schmitt. Watershed of a continuous function. *Signal Processing*, v. 38, p. 99-112, 1994.
- [Najman-96] L. Najman e M. Schmitt. Geodesic saliency of watershed contours and hierarchical segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 18, n. 12, p. 1163-1173, 1996.
- [Noble-92] J. A. Noble. Images as functions and sets. *Image and Vision Computing*. v. 10, n. 1, p. 19-29, 1992.
- [Noguét-95] D. Noguét et. al. Queues for advanced morphological operators: from algorithms to a data dependent architecture. Anais do QCAV'95. p 141-149, 1995
- [Pinto-96] L. C. M. Pinto. Quantikov: An Image Analyzer for the Windows Environment. São Paulo: USP, 1996. Tese (doutorado em Tecnologia Nuclear), Universidade de São Paulo, junho, 1996.
- [Pratikakis-96] E. Pratikakis et. al. Watershed analysis and relaxation labeling. VUB, ETRO-IRIS, Brussels. <http://etro.vub.ac.be/~yiapratik>.
- [Pujol-92] J. C. Pujol. et. al. Analisador de Imagens de Materiais – ANIMAT. Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear – CDTN, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1992.
- [Ritter-93] G. X. Ritter. Image Algebra. Florida University, USA, setembro de 1996. <http://ftp.cis.ufl.edu/~ritter>.
- [Rodenacker-96a] K. Rodenacker. A topological transformation for region definition and featuring in digital microscope image analysis. Institut für Strahlenschutz, Alemanha, junho de 1996. <http://www.gsf.de/ILIAD/reports/buckow/buckow.html>

- [Rodenacker-96b] K. Rodenacker. Application of a topological transformation for region definition in microscopic image analysis. Institut für Strahlenschutz, Alemanha, junho de 1996.  
<http://www.gsf.de/ILIAD/reports/buckow/buckow.html>
- [Rodenacker-96c] K. Rodenacker. Application of topology for evaluating pictorial structures. Institut für Strahlenschutz, Alemanha, junho de 1996.  
<http://www.gsf.de/ILIAD/reports/buckow/buckow.html>
- [Rosenfeld-70] Rosenfeld. Connectivity in Digital Pictures. *Journal of the Association of Computing Machinery*, v. 17, n.1, p. 146-160, 1970.
- [Rougon-94] N. Rougon et. al. Quantitative automated analysis of cornea endothelial cell images. *Anais da SPIE*, v. 2300, p. 133-144, 1994.
- [Sacha-96] J. P. Sacha et. al. Structured region growing and recognition algorithm for nondestructive evaluation. *Anais da SPIE*. v. 2847, p. 87-94, 1996.
- [Saltykov-74] Saltykov. *Stereometrische Metallographie*. VEB, 1974.
- [Schmitt-86] M. Schmitt e F. Prêteux. Un nouvel algorithme en morphologie mathématique: les r-h maxima et r-h minima. *Anais da II Semaine Internationale d'Image Electronique*. p. 469-475. Nice, 1986.
- [Schmitt-92] M. Schmitt. *La Morphologie Mathematique en Analyse d'Images*, *Revue Technique Thomson-CSF*, v. 24, n. 4, 1992.
- [Sedgewick-96] R. Sedgewick e P. Flajolet. *Analysis of Algorithms*. Addison Wesley, 1996.
- [Serra-82] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, 1982.
- [Serra-88] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. v. 2: *Theoretical Advances*. Academic Press, 1988.
- [Siertsema-93] J. V. Siertsema et. al. Automated video image morphometry of the corneal endothelium. *Documenta Ophthalmologica*, v. 85, p. 35-44, 1993.
- [Sinha-92] D. Sinha e E. Dougherty. Fuzzy mathematical morphology. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, v. 3, n. 1, p. 286-302, 1992
- [Skands-96] Ulrik Skands. *Quantitative Methods for the Analysis of Electron Microscope Images*. Lyngby: IMM. Tese (doutorado em Engenharia), IMM Image Analysis Group, Suécia, 1996.

- [Vachier-95] C. Vachier. Extraction de caracteristiques, segmentation d'image et Morphologie Mathematique. Fontainebleau: ENSMP, 1995. Tese (doutorado em Morfologia Matemática). CMM-ENSMP, Fontainebleau, 1995.
- [Verbeek-88] P. W. Verbeek et. al. Low-level image processing max-min filters. *Signal Processing*, v. 15, p. 249-258, 1988.
- [Viero-94] T. Viero et. al. Further analysis of watershed algorithms. *Anais da SPIE*, v. 2300, p. 331-342, 1994.
- [Vincent-90] L. Vincent. Algorithmes morphologiques a base de Files d'attente et de lacets. Extension aux graphes. Fontainebleau: ENSMP, 1990. Tese (doutorado em Morfologia Matemática), École Nationale Supérieure de Mines de Paris, Fontainebleau, 1990.
- [Vincent-92a] L. Vincent e P. Soille. Watershed on Digital Spaces: An Efficient Solution Based on Immersion Simulation. *IEEE Transaction of Pattern Analysis and Machine Intelligence*. v. 13, n. 6, p. 593-598, 1991.
- [Vincent-92b] L. Vincent e B. Masters. Morphological Image Processing and Network Analysis of Cornea Endothelial Cell Images. *Anais da SPIE*, v. 1769, p. 212-226, 1992.
- [Vincent-93] L. Vincent. Grayscale area openings and closings, their efficient implementation and applications. In: J. Serra and P. Salembier (eds), *Mathematical Morphology and its applications to Signal Processing*, p. 22-27, UPC publications, 1993.
- [Wang-96] Y. Wang e P. Bhattacharya. Gray connected components and image segmentation. *Anais da SPIE*. v. 2847, p. 118-129, 1996.
- [Wilson-94] S. Wilson. Morphological hopfield nets. *Anais da SPIE*. v. 2300, p.323-330, 1994.
- [Yasuda-91] H. Yasuda et al. Extracting physically nonexistent contours. *Systems and Computers in Japan*. v. 22, n. 8, p. 78-86, 1991.

## Pesquisadores e Instituições Consultados

### Pessoais

Pesquisador	Endereço eletrônico
Dominique Jeulin	<a href="http://www.cmm.ensmp.fr/">http://www.cmm.ensmp.fr/</a>
Gerhard Ritter	<a href="http://ftp.cis.ufl.edu/~ritter">http://ftp.cis.ufl.edu/~ritter</a>
Gilles Bertrand	<a href="http://www.esiee.fr/~bertrang">http://www.esiee.fr/~bertrang</a>
Jean Christophe Everat	<a href="http://www.esiee.fr/~everatj">http://www.esiee.fr/~everatj</a>
Jean Serra	<a href="http://www.cmm.ensmp.fr">http://www.cmm.ensmp.fr</a>
Michel Couprie	<a href="http://www.esiee.fr/~coupriem">http://www.esiee.fr/~coupriem</a>
Rein van den Boomgaard	<a href="http://carol.wins.uva.nl/~rein">http://carol.wins.uva.nl/~rein</a>
Serge Beucher	<a href="http://www.cmm.ensmp.fr">http://www.cmm.ensmp.fr</a>
Jean P. Cocquerez	<a href="http://www.ensea.fr">http://www.ensea.fr</a>
Ulrik Skands	<a href="http://www.imm.dk/">http://www.imm.dk/</a>

Tabela 13. Endereços eletrônicos de pesquisadores consultados.

### Institucionais

Instituição	Endereço eletrônico
Catenary Systems	<a href="http://www.catenary.com">http://www.catenary.com</a>
Centre de Morphologie Mathématique – CMM	<a href="http://www.cmm.ensmp.fr">http://www.cmm.ensmp.fr</a>
Centre voor Wiskunde en Informatica – CWI	<a href="http://www.cwi.nl">http://www.cwi.nl</a>
CSIRO	<a href="http://www.csiro.au">http://www.csiro.au</a>
École Supérieure d'Ingenieurs en Électrotechnique et Électronique - ESIEE	<a href="http://www.esiee.fr">http://www.esiee.fr</a>
Infomagic (LINUX)	<a href="http://www.infomagic.com">http://www.infomagic.com</a>
Institute of Mathematical Modelling - IMM	<a href="http://www.imm.dk/">http://www.imm.dk/</a>
JASC Corp.	<a href="http://www.jasc.com">http://www.jasc.com</a>
Khoral Research Corporation (KHOROS)	<a href="http://www.khoral.com">http://www.khoral.com</a>
LINUX	<a href="http://www.linux.org">http://www.linux.org</a>
Logical Vision	<a href="http://www.logicalvision.com/">http://www.logicalvision.com/</a>
MATWORKS	<a href="http://www.matworks.com">http://www.matworks.com</a>
Instituto de Matemática e Estatística – IME/USP	<a href="http://www.ime.usp.br">http://www.ime.usp.br</a>
The Ophthalmic Photographer's Society	<a href="http://www.webeye.opth.uioowa.edu/">http://www.webeye.opth.uioowa.edu/</a>

Tabela 14. Endereços eletrônicos de instituições consultadas

# Índice Remissivo

- Abertura, 118  
   *abertura algébrica*, 118  
   *abertura anular*, 118  
   *abertura por atributos*, 128  
   *abertura por atributos*, 118  
   *abertura por reconstrução*, 118  
   *abertura trivial*, 127  
   *aberturas lineares - união de*, 118  
   **conexa**, 127  
   *conexa em níveis de cinza*, 129  
   **geodésica por reconstrução**, 125  
   **morfológica de um conjunto**, 124  
   **por atributos em níveis de cinza**, 130  
   **por reconstrução de um conjunto**, 124  
   *trivial em níveis de cinza*, 130  
 Aplicações, 94  
   Ceramografia, 94  
 Caminho, 74  
 Canny, 21  
 Componente conexo, 75  
 Conjunto limiar, 76, 129  
 Dilatação  
   **geodésica**, 123  
   *geodésica de um conjunto*, 122  
   *morfológica de um conjunto*, 121  
 Elemento estruturante, 121, 122  
**Erosão**  
   **geodésica**, 123  
   *geodésica de um conjunto*, 122  
   **morfológica de um conjunto**, 122  
 ESIEE, 16  
 Esqueleto por zonas de influência, 78  
 Extremos  
   Extremos regionais, 75  
 Extremos regionais  
   Máximo regional, 75  
   Mínimo regional, 75  
**Fechamento**  
   **geodésico por reconstrução**, 125  
**Filtragem alternada seqüencial**  
   **por reconstrução**, 126  
**Gradiente**  
   **morfológico**, 123  
**h-extrema**  
   **h-concava**, 126  
   **h-convexa**, 126  
   **h-máxima**, 126  
   **h-minima**, 126  
**imagem digital**, 74  
 Khoros, 14  
*medida de dinâmicas*, 42  
 Método  
   de Saltykov, 94  
 Métodos Morfológicos  
   Waterfall, 51  
 mínimos  
   mínimos locais, 26, 28  
 MMACH, 14  
 notação, 119  
 organização do trabalho, 18

platô, 75  
procedimento de caracterização, 94  
**Reconstrução**  
  *de um conjunto por dilatação*, 122  
**Reconstrução geodésica**  
  *por dilatação*, 123  
**Reconstrução geodésica por erosão**, 123  
**Referências**, 131  
segmentação, 19  
  algoritmos, 24  
  de imagens, 19  
  interativa, 14, 66  
  métodos híbridos, 22  
  Morfologia Matemática, 22  
  simulação de imersão, 23  
  técnicas, 19  
  Topologia Digital, 22  
**Top-hat**, 125  
  *branco*, 125  
  *branco por reconstrução*, 125  
  *preto*, 125  
  *preto por reconstrução*, 125  
transformações morfológicas, 118  
União de zonas de influência, 78  
*waterfall*, 51  
**watershed**, 33  
  *não hierárquico*, 36