

# **MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE BALANÇOS DE MASSA E METALÚRGICO**

**Comissão Nacional de Energia Nuclear  
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO DA TECNOLOGIA NUCLEAR**

Publicação CDTN-861

**Maria Lúcia Magalhães de Oliveira**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas, como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Química Área: Sistemas de Processos Químicos e Informática Orientador:  
Prof. Dr. Elias Basile Tambourgi

***Belo Horizonte***

**1997**

**Este trabalho foi realizado no  
Centro de Desenvolvimento da  
Tecnologia Nuclear, da Comissão  
Nacional de Energia Nuclear, na  
Supervisão de Processos**

864

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: SISTEMAS DE  
PROCESSOS QUÍMICOS E INFORMÁTICA**

**MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE BALANÇOS DE  
MASSA E METALÚRGICO**

**Autor: Maria Lúcia M. de Oliveira**

**Orientador: Prof. Dr. Elias Basile Tambourgi**

Tese de doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Química como parte dos requisitos exigidos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Química.

Dezembro - 1997

Campinas - São Paulo - Brasil

**MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE BALANÇO  
DE MASSA E METALÚRGICO**



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

OL4m Oliveira, Maria Lúcia M. de  
Método de estimativa de balanços de massa e  
metalúrgico / Maria Lúcia M. de Oliveira.--Campinas,  
SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Elias Basile Tambourgi.  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Métodos iterativos (Matemática). 2. Flotação. I.  
Tambourgi, Elias Basile. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Faculdade de Engenharia Química. III.  
Título.

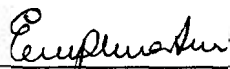
Tese defendida e aprovada , em 15 de dezembro de 1997 , pela banca examinadora constituída pelos Professores:



prof Dr. Elias Basile Tambourgi



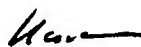
prof Dr. Antonio Eduardo C. Peres



profa Dra Enny Therezinha Martucci



profa Dra Ana Maria Prattini Fileti



prof Dr. Roger Josef Zemp

Esta versão corresponde à redação final da tese de doutorado defendida pela Mestre Maria Lucia Magalhães de Oliveira e aprovada pela comissão julgadora em 15 de dezembro de 1997.



---

prof Dr. Elias Basile Tambourgi

*Eu digo que quando você pode medir aquilo sobre o que está falando, e exprimi-lo com números, você sabe alguma coisa a respeito dele; mas quando você não pode exprimir com números, seu conhecimento é insuficiente e insatisfatório.*

*William Thomson (lord Kelvin)*

**À minha Mãe:**

**Gecy de Oliveira Magalhães**

**e à minha filha:**

**Renata Lúcia Magalhães de Oliveira**

## AGRADECIMENTOS

O autor agradece a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para que este trabalho se tornasse uma realidade e em especial:

ao Professor Doutor Elias Basile Tambourgi, pela orientação, pela amizade e pelo apoio prestado durante a realização deste trabalho;

ao Engenheiro Maurílio Dias Fernandes pela orientação e colaboração na elaboração dos programas computacionais, sem as quais esse trabalho não teria sido possível;

às Engenheiras Solange Vaz Coelho e Jeaneth dos Santos Benedetto pela amizade, incentivo e apoio durante a realização deste trabalho;

ao Engenheiro Rodrigo Oscar de Albuquerque pelas revisões no texto final;

à Renata Lúcia Magalhães de Oliveira pela contribuição no desenvolvimento dos métodos matemáticos;

ao Professor Aldy Fernandes da Silva, do Departamento de Estatística da UFMG, pela contribuição no estudo da metodologia estatística;

aos amigos José Aury de Aquino e Éder Anderson Souza de Oliveira pelo apoio e incentivo;

à minha família pela paciência, carinho e incentivo constantes;

ao Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear - CDTN - pelos recursos materiais e financeiros e pela liberação concedida durante a redação deste trabalho.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	IX
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	XIV
<b>NOMENCLATURA</b> .....	XIX
<b>RESUMO</b> .....	XXII
<b>ABSTRACT</b> .....	XXIII
<b>CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	5
II.1. INTRODUÇÃO.....	6
II.2. TÉCNICAS DE ELABORAÇÃO DE BALANÇO DE MASSA.....	7
II.2.1. Método dos dois ou três produtos.....	10
II.2.2. Método de Smith & Ichiyen.....	14
II.2.3. Método do Matbal e Bilmat.....	20
II.2.4. Método da aproximação em duas etapas.....	22
II.2.5. Método do balanço de massa em tempo real.....	23
II.3. MÉTODOS DE MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES.....	28
II.3.1. Método de minimização de funções de um parâmetro por pesquisa direta.....	35
II.3.2. Método de pesquisa direta para funções multiparâmetros.....	39

<b><i>CAPÍTULO III – MATERIAIS E MÉTODOS</i></b> .....	42
III.1. INTRODUÇÃO.....	43
III.2. PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO NUM ÚNICO ESTÁGIO.....	44
III.2.1. Desenvolvimento das equações.....	44
III.2.2. Programa de cálculo.....	48
III.3. PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS - CIRCUITOS TIPO “ROUGHER/CLEANER” OU “ROUGHER/ SCAVENGER”.....	51
III.3.1. Desenvolvimento das equações.....	51
III.3.2. Programa de cálculo.....	56
III.4. PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO EM TRÊS ESTÁGIOS - CIRCUITO TIPO “ROUGHER/CLEANER/SCAVENGER”.....	63
III.4.1. Desenvolvimento das equações.....	63
III.4.2. Programa de cálculo.....	69
III.5. METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO MÉTODO.....	74
<b><i>CAPÍTULO IV – RESULTADOS E DISCUSSÃO – PROCESSOS DE CONCENTRAÇÃO EM UM ÚNICO ESTÁGIO</i></b> .....	76
IV.1. INTRODUÇÃO.....	77
IV.2. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO OXIDADO DE ZINCO.....	78
IV.1.1. Fórmula dos dois produtos.....	80
IV.2.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973).....	84



IV.3. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO FOSFÁTICO.....	87
IV.3.1. Fórmula dos dois produtos.....	88
IV.3.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973).....	91
IV.4. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO DE FERRO.....	94
IV.3.1. Fórmula dos dois produtos.....	96
IV.3.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973).....	100
<b><i>CAPÍTULO V – RESULTADOS E DISCUSSÃO – PROCESSOS DE CONCENTRAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS.....</i></b>	<b>103</b>
V.1. INTRODUÇÃO.....	104
V.2. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO FOSFÁTICO EM CIRCUITO TIPO “ROUGHER/CLEANER”.....	105
V.2.1. Fórmula dos dois produtos.....	108
V.2.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973).....	112
V.3. FLOTAÇÃO DE PRATA DE RESÍDUO DE LIXIVIAÇÃO.....	116
V.3.1. Fórmula dos dois produtos.....	118
V.3.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973).....	123
V.4. FLOTAÇÃO DE REJEITO DE CIANETAÇÃO DE OURO EM CIRCUITO TIPO “ROUGHER/CLEANER”.....	127
V.4.1. Fórmula dos dois produtos.....	130
V.4.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973).....	134

<b><i>CAPÍTULO VI – RESULTADOS E DISCUSSÃO – PROCESSOS DE CONCENTRAÇÃO EM TRÊS ESTÁGIOS.....</i></b>	<b>138</b>
VI.1. INTRODUÇÃO.....	139
VI.2. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO OXIDADO DE ZINCO.....	140
VI.2.1. Balanço de massa e metalúrgico.....	141
VI.2.3. Balanço mineralógico.....	145
<b><i>CAPÍTULO VII – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</i></b>	<b>154</b>
<b><i>CAPÍTULO VIII – REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....</i></b>	<b>160</b>
<b><i>ANEXO I – LISTAGEM DO PROGRAMA DE CÁLCULO DO PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO EM UM ÚNICO ESTÁGIO.....</i></b>	<b>166</b>
<b><i>ANEXO II – LISTAGEM DO PROGRAMA DE CÁLCULO DO PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS.....</i></b>	<b>173</b>
<b><i>ANEXO III – LISTAGEM DO PROGRAMA DE CÁLCULO DO PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO EM TRÊS ESTÁGIOS.....</i></b>	<b>189</b>

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura II.1 -	Representação de um processo de concentração num único estágio.....	14
Figura II.2 -	Níveis dos dados para balanço de massa.....	21
Figura II.3 -	Balanço de massa dinâmico para um circuito simples.....	25
Figura II.4 -	Função de um parâmetro.....	29
Figura II.5 -	Diagrama de contorno da função de dois parâmetros.....	31
Figura II.6 -	Busca de um mínimo da função de uma variável.....	36
Figura II.7 -	Passos da reflexão do método simplex de minimização.....	41
Figura III.1 -	Fluxograma do processo de concentração num único estágio..	44
Figura III.2 -	Pasta DADOS do programa de ajuste de balanço de massa para um processo de concentração em um único estágio.....	48
Figura III.3 -	Desenho esquemático da pasta CÁLCULO do programa de ajuste de balanço de massa para um processo de concentração em um único estágio.....	49
Figura III.4 -	Pasta BALANÇO do programa de ajuste de balanço de massa para um processo de concentração em um único estágio.....	50
Figura III.5 -	Representação esquemática de um processo de concentração em dois estágios.....	51
Figura III.6 -	Pasta INSTRUÇÕES do programa de ajuste de balanço de massa para um processo de concentração em dois estágios.....	57
Figura III.7 -	Pasta DADOS para o circuito de concentração “rougher/cleaner”.....	58
Figura III.8 -	Pasta DADOS para o circuito de concentração “rougher/scavenger”.....	59

Figura IV.6 -	Variação da Função $J$ em função de valores atribuídos a $w_2$ - Processo de concentração de minério fosfático.....	93
Figura IV.7 -	Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do processo de concentração de minério fosfático em um único estágio.- Método de Smith e Ichiyen.....	94
Figura IV.8 -	Fluxograma do processo de concentração de minério de ferro...	95
Figura IV.9 -	Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico da concentração de minério de ferro em um único estágio - <i>Fórmula dos dois produtos</i> .....	99
Figura IV.10 -	Variação da Função $J$ em função de valores atribuídos a $w_2$ - Processo de concentração de minério de ferro.....	102
Figura IV.11 -	Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do processo de concentração de ferro em um único estágio.- Método de Smith e Ichiyen.....	102
Figura V.1 -	Circuito de flotação de minério fosfático com duas colunas - tipo “rougher/cleaner”.....	106
Figura V.2 -	Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito de concentração de minério fosfático - tipo “rougher/cleaner”.- <i>Fórmula dos dois produtos</i> .....	111
Figura V.3 -	Valores da função objetivo $J$ para os pares de valores dos fluxos 4 e 5 - Flotação de minério fosfático em circuito “rougher/cleaner”.....	113
Figura V.4 -	Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito “rougher/cleaner” de concentração de minério fosfático.- Método de Smith e Ichiyen.....	115
Figura V.5 -	Circuito de flotação de resíduo de prata com duas colunas em operação - tipo “rougher/scavenger”.....	117

Figura III.9 - Pasta BALANÇO do programa de ajuste de balanço de massa para o processo de concentração em um circuito tipo “rougher/cleaner”.....	61
Figura III.10 - Pasta BALANÇO do programa de ajuste de balanço de massa para o processo de concentração em um circuito tipo “rougher/scavenger” .....	62
Figura III.11 - Desenho esquemático do processo de concentração em 3 (três) estágios.....	63
Figura III.12 - Pasta INSTRUÇÕES do programa para ajuste do balanço de massa de circuitos tipo “rougher/cleaner/scavenger” .....	70
Figura III.13 - Pasta DADOS para o circuito de concentração tipo “rougher/cleaner/scavenger” .....	71
Figura III.14 - Pasta BALANÇO do programa de ajuste de balanço de massa para o processo de concentração em um circuito tipo “rougher/cleaner/scavenger”.....	73
Figura IV.1 - Fluxograma do processo de concentração de zinco.....	78
Figura IV.2 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico da concentração de Zinco em um único estágio - <i>Fórmula dos dois produtos</i> .....	83
Figura IV.3 - Variação da Função $J$ em função de valores atribuídos a $w_2$ - Processo de concentração de minério de zinco.....	86
Figura IV.4 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do processo de concentração de zinco em um estágio.- Método de Smith e Ichiyen.....	86
Figura IV.5 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico da concentração de minério fosfático em um único estágio - <i>Fórmula dos dois produtos</i> .....	91

- Figura V.6 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito de concentração de resíduo de prata - tipo “rougher/scavenger”.- *Fórmula dos dois produtos*..... 122
- Figura V.7 - Valores da função objetivo  $J$  para os pares de valores dos fluxos 4 e 5 - Flotação de resíduo de prata em circuito “rougher/scavenger”..... 124
- Figura V.8 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito “rougher/scavenger” de concentração de resíduo de prata.- Método de Smith e Ichiyen..... 126
- Figura V.9 - Circuito misto de flotação do rejeito de cianetação de ouro com célula mecânica e coluna em operação - tipo “rougher/cleaner”..... 128
- Figura V.10 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito de concentração de rejeito de cianetação - tipo “rougher/cleaner” - *Fórmula dos dois produtos*..... 133
- Figura V.11 - Valores da função objetivo  $J$  para os pares de valores dos fluxos 4 e 5 - Flotação de rejeito de cianetação em circuito “rougher/cleaner”..... 135
- Figura V.12 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito “rougher/ cleaner” de concentração de rejeito de cianetação de ouro - Método de Smith e Ichiyen..... 137
- Figura VI.1 - Fluxograma do circuito de concentração de minério oxidado de zinco..... 140
- Figura VI.2 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do processo de concentração de minério oxidado de zinco em três estágios 144
- Figura VI.3 - Fluxograma com balanço de massa e mineralógico do processo de concentração de minério oxidado de zinco em três estágios..... 152

## **LISTA DE TABELAS**



Tabela IV.1 - Teores determinados nas 6 (seis) amostragens nos diversos fluxos do circuito de concentração de zinco.....	79
Tabela IV.2 - Recuperações de Zn; CaO e MgO calculadas pela <i>Fórmula dos dois produtos</i> .....	81
Tabela IV.3 - Níveis de incerteza na recuperação calculada pelos teores de Zn, CaO e MgO.....	82
Tabela IV.4 - Massas de concentrado estimadas a partir das recuperações calculadas pelos teores dos elementos com as respectivas incertezas - Processo de concentração de minério de zinco.....	83
Tabela IV.5 - Valores de $\delta_{ji}$ para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 - Processo de concentração de minério de zinco.....	84
Tabela IV.6 - Teores de Zn, CaO e MgO medidos e corrigidos nos diversos fluxos para $w_2 = 0,273$ .....	85
Tabela IV.7 - Teores determinados nas 5 (cinco) amostragens do circuito de concentração de minério fosfático.....	87
Tabela IV.8 - Recuperações de $P_2O_5$ , $U_3O_8$ e CaO calculadas pela <i>fórmula dos dois produtos</i> .....	88
Tabela IV.9 - Níveis de incerteza na recuperação calculada pelos teores de $P_2O_5$ , $U_3O_8$ e CaO .....	89
Tabela IV.10 - Massas de concentrado estimadas a partir das recuperações calculadas pelos teores dos elementos com as respectivas incertezas - Processo de concentração de minério fosfático.....	90
Tabela IV.11 - Valores de $\delta_{ji}$ para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 - Processo de concentração de minério fosfático.....	92

Tabela IV.12 - Teores de $P_2O_5$ , $U_3O_8$ e $CaO$ medidos e corrigidos nos diversos fluxos para $w_2 = 0,672$ .....	93
Tabela IV.13 - Teores determinados nas 6 (seis) amostragens nos diversos fluxos do circuito de concentração de minério de ferro.....	96
Tabela IV.14 - Recuperações de $Fe$ e $SiO_2$ calculadas pela <i>fórmula dos dois produtos</i> .....	97
Tabela IV.15 - Níveis de incerteza na recuperação calculada pelos teores de $Fe$ e $SiO_2$ .....	98
Tabela IV.16 - Massas de concentrado estimadas a partir das recuperações calculadas pelos teores dos elementos com as respectivas incertezas - Processo de concentração de minério de ferro.....	99
Tabela IV.17 - Valores de $\delta_{ji}$ para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 - Processo de concentração de minério de ferro.....	100
Tabela IV.18 - Teores de $Fe$ e $SiO_2$ medidos e corrigidos nos diversos fluxos para $w_2 = 0,388$ .....	101
Tabela V.1 - Resultados das análises químicas dos elementos $P_2O_5$ , $Fe_2O_3$ e $SiO_2$ nas amostragens dos 5 fluxos do circuito de concentração de minério fosfático.....	107
Tabela V.2 - Recuperações de $P_2O_5$ , $Fe_2O_3$ e $SiO_2$ calculadas pela <i>Fórmula dos dois produtos</i> nas etapas “rougher”, “cleaner” e no circuito total de concentração de minério fosfático.....	109
Tabela V.3 - Partição de massa da alimentação nos concentrados com as respectivas incertezas - Flotação de minério fosfático em circuito “rougher/cleaner”.....	110
Tabela V.4 - Valores da função objetivo $J$ para os pares de valores atribuídos aos fluxos 4 e 5 - Flotação de minério fosfático em circuito “rougher/cleaner”.....	112

Tabela V.5 - Teores medidos e corrigidos para os compostos $P_2O_5$ , $Fe_2O_3$ e $SiO_2$ nos 5 fluxos do circuito de concentração de minério fosfático.....	114
Tabela V.6 - Resultados das análises químicas dos elementos Ag e Pb nas amostragens dos 5 fluxos do circuito de concentração de resíduo de prata.....	118
Tabela V.7 - Recuperações de Ag e Pb calculadas pela <i>Fórmula dos dois produtos</i> nas etapas “rougher”, “scavenger” e no circuito total.	120
Tabela V.8 - Partição de massa da alimentação nos concentrados com as respectivas incertezas - Flotação de resíduo de prata em circuito “rougher/scavenger”.....	121
Tabela V.9 - Valores da função objetivo <i>J</i> para os pares de valores atribuídos aos fluxos 4 e 5 - Flotação de resíduo de prata em circuito “rougher/scavenger”.....	123
Tabela V.10 - Teores medidos e corrigidos para os elementos Ag e Pb nos 5 fluxos do circuito “rougher/scavenger” de flotação de resíduo de prata.....	124
Tabela V.11 - Resultados das análises químicas dos elementos S, As e Au nas amostragens dos 5 fluxos do circuito de concentração de rejeito de cianetação.....	129
Tabela V.12 - Recuperações de S, As e Au calculadas pela <i>Fórmula dos dois produtos</i> nas etapas “rougher”, “cleaner” e no circuito total.....	131
Tabela V.13 - Partição de massa da alimentação nos concentrados com as respectivas incertezas - Flotação de rejeito de cianetação de ouro em circuito “rougher/cleaner”.....	132
Tabela V.14 - Valores da função objetivo <i>J</i> para os pares de valores atribuídos aos fluxos 4 e 5 - Flotação de rejeito de cianetação em circuito “rougher/cleaner”.....	134

Tabela V.15 - Teores medidos e corrigidos para os elementos S, As e Au nos 5 fluxos do circuito “rougher/cleaner” de concentração de rejeito de cianetação de ouro.....	136
Tabela VI.1 - Teores médios e respectivas variâncias determinados para os elementos/compostos de controle em amostras coletadas nos 7 fluxos - Flotação de minério oxidado de zinco.....	141
Tabela VI.2 - Teores dos elementos ou compostos, medidos e corrigidos nos diversos fluxos para $w_4 = 0,698$ , $w_5 = 0,486$ e $w_7 = 40,50$ - Flotação de minério oxidado de zinco.....	143
Tabela VI.3 - Teor e recuperação dos elementos e compostos de controle por estágio de flotação - Flotação de minério oxidado de zinco.....	145
Tabela VI.4 - Minerais constituintes do minério oxidado de zinco.....	146
Tabela VI.5 - Coeficientes de correlação das espécies mineralógicas com os principais elementos constituintes.....	148
Tabela VI.6 - Caracterização química da amostra da alimentação.....	148
Tabela VI.7 - Concentração das principais espécies mineralógicas estimadas pelos teores dos elementos e compostos constituintes.....	150
Tabela VI.8 - Teor e recuperação dos minerais por estágio de flotação.....	153

## **NOMENCLATURA**

$A$	= Massa de sólidos na alimentação
$a$	= Teor do elemento $i$ na alimentação
$ B $	= Matriz das massas dos fluxos $i$
$C$	= Massa de sólidos no concentrado
$\hat{C}_i$	= Matriz dos valores mais prováveis de $c_{ji}$
$c$	= Teor do elemento $i$ no concentrado
$c_{ji}$	= Teor do elemento $i$ no fluxo $j$
$\hat{c}_{ji}$	= Valor mais provável de $c_{ji}$
$c_{ji}$	= Valor medido para o teor do elemento genérico $i$ no fluxo $j$
$d_i$	= Vetor $m$ -dimensional
$F$	= Filtros de primeira ordem
$f$	= Taxa de fluxo
$f_i(c_i, w_i)$	= Distribuição normal multiparâmetros
$h_i$	= Escalar especificando a distância
$J$	= Função objetivo
$k$	= Número de fluxos
$L$	= Lagrangeana
$M$	= Massa de sólidos na planta
$ M_i $	= Matriz das covariâncias dos resíduos
$n$	= Número de elementos considerados
$p$	= Planta
$P_n$	= Pontos de uma função
$R$	= Massa de sólidos no rejeito
$r$	= Teor do elemento $i$ no rejeito
$Rec$	= Recuperação do elemento $i$ no concentrado

$S$	= Soma dos quadrados dos erros
$t$	= Tempo
$w_j$	= Massa dos fluxos $j$
$X$	= Conteúdo de metal $i$
$x$	= Variável exploratória
$x_i$	= Valores da variável exploratória
$y$	= Variável dependente
$y_i$	= Valores da variável dependente
$Z$	= Índice de desempenho
$Z^{-1}$	= Atrasos

### **LETRAS GREGAS**

$\alpha$	= Parâmetro de ajuste do modelo de regressão polinomial
$\beta$	= Parâmetro de ajuste do modelo de regressão polinomial
$\delta_{ji}$	= Erro associado à medida de $c_{ji}$ .
$\Delta a$	= Variação no teor do elemento $i$ na alimentação
$\Delta c$	= Variação no teor do elemento $i$ no concentrado
$\Delta r$	= Variação no teor do elemento $i$ no rejeito
$\Delta Rec$	= Variação na recuperação em função de mudanças em $a$ , $c$ e $r$
$\varepsilon_i$	= Erro residual
$\gamma$	= Coeficiente de reflexão
$\iota$	= Passo de aproximação
$\lambda$	= Multiplicador de Lagrange
$\theta^*$	= Mínimo de uma função
$\theta_m$	= Parâmetros de uma função
$\sigma_{ij}^2$	= Variância de $c_{ij}$
$\sigma_{ji}^2$	= Variância do elemento $i$ no fluxo $j$

## RESUMO

No presente trabalho é apresentada uma avaliação teórico-experimental do método matemático de ajuste de balanço de massa e metalúrgico desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al.* (1994). Esse método é baseado essencialmente no tratamento estatístico dos dados analíticos disponíveis permitindo estabelecer as relações entre as massas dos diversos fluxos que compõem os circuitos.

A partir das equações específicas para o cálculo do balanço de massa de diversos tipos de circuitos, programas computacionais foram desenvolvidos em Visual Basic, adaptados para serem executados em computadores pessoais em ambiente Windows Excel 7.0.

O balanço de massa e metalúrgico para diferentes circuitos de concentração mineral foram calculados através da metodologia tradicionalmente utilizada na indústria mineral brasileira - a *fórmula dos dois produtos* - e utilizando os programas computacionais desenvolvidos. A eficiência do método foi comprovada através da comparação entre os resultados obtidos.

O método conduz a bons resultados e, devido a sua simplicidade de uso, não são requeridos maiores conhecimentos específicos de cálculo e programação de computadores. Desta forma, constitui uma ferramenta extremamente útil para técnicos e engenheiros na avaliação de rendimentos ou eficiências de uma variada gama de processos de separação e concentração de elementos e compostos, levando à otimização e redução dos custos operacionais. Além disso, com a sistemática utilizada para o desenvolvimento das equações básicas, os cálculos poderão ser adaptados para qualquer tipo de circuito e controle de diferentes números de análises.



## ABSTRACT

A theoretical and experimental evaluation of a mathematical method for adjusting the mass and metallurgical balance is presented in this work. It was developed by Smith & Ichiyen (1973) and adapted by Fernandes et al. (1994). This method is based on the statistical treatment of the analytic data, allowing the relation among circuit mass flow.

The computer programs presented were developed from specific equations. These equations were used for calculating the mass balance of many kinds of circuits. The programs were developed using Visual Basic and adapted to be executed in PCs, using the software Windows Excel 7.0.

The mass and metallurgical balance was calculated for different situations, using the Brazilian mineral industry trivial method (*two product formula*) and the developed programs. The method efficiency was confirmed through the comparison of these results.

The method leads to good results, and due to its simplicity, there is no necessity of further knowledge in computer programming and calculus. It is a useful tool for technicians and engineers who need to evaluate the efficiency of the separation and concentration process. This evaluation leads to a process optimization and to the reduction of the operational costs. Further than this, the calculus can be adapted to any kind of circuit and to any number of analyses.

**CAPÍTULO I**  
**INTRODUÇÃO**

A sobrevivência da indústria mineral brasileira, frente à globalização da economia mundial, está intimamente relacionada à otimização de seus processos produtivos visando o melhor aproveitamento de suas reservas e a redução dos custos de investimento e operação. Para isto, o estabelecimento de um diagnóstico criterioso quanto ao desempenho de todas as etapas envolvidas nesses processos é de primordial importância.

O diagnóstico das unidades produtivas é elaborado a partir de uma análise crítica do rendimento e da qualidade dos produtos em função das condições de processo e operacionais envolvendo, em alguns casos, a realização de estudos de desenvolvimento de processos. Estes estudos são realizados através de ensaios em escala de laboratório e piloto simulando as condições reais da operação industrial.

As condições e os resultados desses estudos são utilizados para viabilização de jazidas, ampliação de unidades industriais existentes e aproveitamento de materiais contidos em bacias de rejeito. Dessa forma, esses estudos fornecem subsídios para tomada de decisões envolvendo custos significativos no que se refere ao investimento inicial, à melhoria nas condições de processo e ao aproveitamento das reservas minerais.

Para determinação do desempenho operacional de qualquer processo físico ou químico de concentração e purificação de elementos ou compostos, torna-se essencial o conhecimento do balanço das massas envolvidas e das concentrações dos elementos nos diferentes fluxos que circulam nos equipamentos. Esses dados constituem subsídios fundamentais à avaliação dos rendimentos ou da eficiência do processo e ao dimensionamento dos equipamentos, da rede de utilidades e da quantidade de energia utilizada. Assim, para uma avaliação correta, esses dados deverão ter confiabilidade adequada, ou seja, deverão apresentar significado estatisticamente correto.

Os balanços de massa e metalúrgico eram realizados, a aproximadamente vinte anos atrás, utilizando métodos aritméticos e calculadoras simples. Os resultados obtidos eram extremamente dependentes da experiência do projetista e não

apresentavam consistência com todos os dados experimentais. Para grandes unidades de beneficiamento, com recirculação significativa de fluxos, o cálculo manual tornava-se árduo e tedioso. Nas décadas passadas surgiram alguns programas computacionais para elaboração de balanço de massa e metalúrgico, inicialmente elaborados pelos usuários e posteriormente comerciais. Embora tenham sido chamados de simuladores de processo, incluíam somente os princípios de conservação de massa e energia. Além disso, eram programas de difícil utilização, exigindo um grande esforço de aprendizagem. Com a introdução dos microcomputadores pessoais e dos “softwares” tipo planilhas eletrônicas, os programas específicos de balanço de massa tornaram-se bastante competitivos. Entretanto, na maioria dos programas comerciais existentes a massa amostrada nos diversos fluxos do circuito são solicitadas como dados de entrada.

O programa comercial mais utilizado atualmente pela indústria mineral brasileira, o *Usim Pac*, fornecido pela BRGM francesa, é uma ferramenta multifuncional capaz de executar balanço de massa, simulação de unidades industriais, otimização, projeto e estimativa de custos de plantas de processamento mineral e hidrometalúrgicas. Considerando somente a elaboração de balanço de massa e metalúrgico, esse programa, além de apresentar um custo extremamente elevado, requer a medida das massas dos fluxos, que muitas vezes não são disponíveis.

Nos processos de beneficiamento de minério, as amostragens representativas dos fluxos para determinação dos teores dos compostos ou minerais de interesse, envolvendo elementos economicamente significativos e contaminantes, são relativamente simples em termos operacionais. Entretanto, a amostragem representativa dos fluxos para determinação das massas pode ser extremamente complexa devido ao elevado volume manuseado e aos erros significativos dos processos de manuseio, tais como pesagem e cronometragem. Além disso, a dificuldade de acesso a determinados fluxos de um circuito inviabiliza a amostragem para avaliação de massa.

Nessas condições, torna-se importante a utilização de método confiável para estimativa das massas, a partir dos teores dos compostos analisados nos fluxos. Para isso, *Smith & Ichiyen* (1973) desenvolveram um método matemático para ajuste do balanço de massa e metalúrgico com base somente nas análises físicas ou químicas das diversas frações (alimentação e produtos).

Neste método, os autores consideram que as análises realizadas sobre amostras retiradas durante uma operação também estão sujeitas a variações e erros intrínsecos aos métodos analíticos e ao manuseio. O ajuste do balanço de massa fornece estimativas das análises associadas às massas de forma a harmonizar os dados, minimizando as expectativas de erros entre os valores ajustados e os reais que são desconhecidos. Nesse caso, supõe-se que os erros não apresentam correlação entre si e têm distribuição estatística normal.

Nessa investigação, propõe-se a avaliação teórico-experimental do método matemático de ajuste de balanço de massa e metalúrgico desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al* (1994). Inicialmente, serão revisados os princípios matemáticos envolvidos no método, seguido da elaboração de um programa computacional de ajuste de balanço de massa utilizando esta metodologia e finalmente, será demonstrada sua aplicabilidade a diferentes situações.

Com o estudo do método matemático desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) e a elaboração de um programa computacional, em Visual Basic adaptado para ser executado em computadores pessoais em ambiente Windows Excel 7.0, será possível ajustar o balanço de massa e metalúrgico estatisticamente confiável com base somente nas análises dos fluxos e com um custo significativamente inferior aos dos programas comerciais. Considerando a simplicidade da utilização da planilha eletrônica Excel em computadores pessoais, o método desenvolvido poderá ser utilizado pela indústria mineral brasileira no acompanhamento de seus processos produtivos buscando a otimização e a redução de seus custos operacionais. A partir da sistemática utilizada para o desenvolvimento das equações básicas, os cálculos poderão ser adaptados para qualquer tipo de circuito e controle de diferentes números de análises.

## **CAPÍTULO II**

### **REVISÃO DE LITERATURA**

## II.1. INTRODUÇÃO

Um dos grandes problemas enfrentados pela indústria mineral brasileira consiste na determinação do desempenho operacional de processos físicos ou químicos de concentração e purificação de elementos ou compostos. Para isso, torna-se de fundamental importância o conhecimento do balanço das massas envolvidas e das concentrações dos elementos nos diferentes fluxos que circulam nos equipamentos.

Nos processos de beneficiamento de minério, as amostragens representativas dos fluxos para determinação dos teores dos compostos ou minerais de interesse é relativamente simples em termos operacionais. Entretanto, a realização dessa amostragem para determinação das massas pode ser extremamente complexa devido às dificuldades de acesso, ao grande volume manuseado e aos erros significativos do processo de manuseio.

A indústria mineral brasileira calcula o balanço de massa de suas unidades através da determinação dos teores dos elementos ou compostos em amostragens realizadas nos pontos de saída do circuito, utilizando a *fórmula dos dois produtos*, ou através de pacotes computacionais que, além de serem extremamente complexos, requerem os valores das massas amostradas como dados de entrada [USIM PAC for Windows Manual (1996)]. O método desenvolvido por Smith & Ychiyen (1973) estima as massas a partir dos teores dos compostos analisados nos diversos fluxos procurando harmonizar os dados, minimizando as expectativas de erros entre os valores ajustados e os reais que são desconhecidos.

Neste capítulo serão revisados alguns trabalhos da literatura referentes aos métodos de determinação de balanço de massa, aos princípios matemáticos do método de ajuste proposto por Smith & Ychiyen (1973) e os métodos de otimização de funções.

## II.2. TÉCNICAS DE ELABORAÇÃO DE BALANÇO DE MASSA

A determinação do balanço de massa nas unidades de processamento mineral, ou seja, a determinação das vazões e composição dos fluxos, consiste na etapa básica da avaliação dos circuitos de processamento mineral, sendo amplamente utilizados para o fechamento dos inventários metalúrgicos com o objetivo de determinar a massa total das espécies processadas semanal ou mensalmente. Mais recentemente, a simulação dos processos tornou-se uma nova razão para a investigação rigorosa das massas envolvidas nos fluxogramas de processo [King (1972), Loveday (1972)].

Apesar da simplicidade das leis de conservação de massa, a elaboração dos balanços de massa é complexa e freqüentemente leva a resultados imprecisos [Houdouin and Coelho (1987), Simpson et al. (1991)]. Isto se deve aos problemas associados com a coleta dos dados nas plantas industriais, normalmente pouco instrumentadas, utilizando amostragens manuais. Devido à natureza heterogênea dos fluxos onde ocorrem segregações, as amostras obtidas manualmente não têm boa representatividade. O problema se agrava com a inexistência de instalações adequadas às amostragens que são completamente ignoradas pelos projetistas.

Por outro lado, são feitas restrições em relação à instrumentação disponível que, na maioria dos casos, não permite a obtenção de medidas precisas em fluxos com elevado conteúdo de sólidos. Os únicos dados confiáveis disponíveis são as análises químicas determinadas em amostragens ou através de analisadores em linha. Cada análise assim obtida está afetada por vários erros tais como a não representatividade da amostra, as perdas por manipulação e a imprecisão dos métodos de análise. A situação ideal seria a utilização dos dados disponíveis para calcular os verdadeiros valores das taxas de fluxo de massa e teores. Na prática, os dados disponíveis somente poderão ser utilizados para fornecer uma estimativa dos verdadeiros valores e a qualidade dessas estimativas depende do refinamento dos métodos de cálculo utilizados.



A elaboração de balanço de massa pode ser feita através de diferentes técnicas. Segundo *Morrison* (1991) a escolha do método a ser utilizado depende da complexidade do problema.

O método mais simples de cálculo para avaliação dos circuitos de processamento mineral é a *fórmula dos dois ou três produtos* na qual as análises químicas experimentais são consideradas como a melhor estimativa das verdadeiras concentrações dos elementos e são utilizadas na solução das equações de conservação de massa para as taxas de fluxo de sólidos.

Essa alternativa de determinação do balanço de massa e metalúrgico é extremamente utilizada na industrial mineral brasileira com avaliações dos resultados de amostragens realizadas nos produtos em cada turno de operação. Estes resultados são acumulados por um longo período, freqüentemente mensal, para mostrar o desempenho metalúrgico global da planta.

Segundo *Morrison* (1982) a técnica de elaboração de balanço de massa através de planilhas eletrônicas simples é utilizada, ainda para avaliações preliminares, quando o circuito é mais complexo, apresentando um número maior de fluxos circulantes. Embora esta técnica apresente a vantagem de favorecer a avaliação de diferentes alternativas para fechamento do balanço, devido à facilidade de cópia de blocos, é ainda dependente da experiência do projetista.

Nas últimas décadas, muitos projetos de pesquisa e desenvolvimento para definição de métodos de determinação simultânea do balanço de todos os componentes em todos os fluxos do processo têm sido conduzidos [*Simpson et al.* (1991), *Richardson and Mular* (1986), *Reid et al.* (1982), *Richardson and White*, (1982)]. Os métodos propostos são geralmente baseados nos procedimentos dos mínimos quadrados corrigindo os erros dos dados medidos, de forma a torná-los consistentes do ponto de vista da conservação de massa. Além disso, estes métodos calculam as variáveis desconhecidas tais como as taxas de fluxo.

O interesse por estas técnicas se deve a utilização dos dados ajustados para:

- cálculo do inventário global das alimentações e produtos da planta para avaliação do consumo de material e energia;
- avaliação do estado de processo, sendo uma ferramenta poderosa uma vez que os valores calculados dos diversos componentes dos fluxos são mais precisos;
- modelamento e a simulação dos processos.

Os programas desenvolvidos são baseados no mesmo princípio fundamental, ou seja, em considerações sobre as propriedades estatísticas dos erros associados às medidas e as equações de conservação de massa. Os métodos diferem nos métodos matemáticos utilizados para resolução dos problemas, na linguagem, na sua versatilidade, na extensão com que os vários tipos de dados podem ser processados e finalmente pela facilidade de utilização. Entretanto, a maioria dos programas comerciais apresentam as desvantagens de serem complexos, de difícil utilização e de não possuírem uma documentação acessível que facilite a sua transferência aos usuários.

As técnicas de determinação de balanço de massa podem ser grosseiramente divididas em quatro classes:

- a) métodos que não corrigem a medida da composição e estimam os fluxos que minimizam a soma dos quadrados dos desvios para uma perfeita conservação das espécies nos nós do fluxograma. Eles são denominados de métodos de desequilíbrio em nós [*Lynch (1977)*];
- b) métodos que assumem a perfeita conservação das espécies em cada nó do fluxograma [*MATBAL (1985)* e *BILMAT (1985)*] e estimam as variáveis do processo que minimizem a soma dos quadrados dos resíduos (diferença entre os valores medidos e os estimados das variáveis de processo);
- c) métodos nos quais inicialmente as taxas de fluxo são estimadas pela aproximação do desequilíbrio por nó e posteriormente a composição é corrigida de forma que as leis de conservação de massa sejam exatamente obedecidas. Estas técnicas são denominadas métodos dos dois passos [*Hodouin et al. (1982)*];

d) métodos que consideram o regime estacionário e acrescentam equações que descrevem o comportamento dinâmico dos fluidos.

No método descrito em (a), assume-se que os valores analisados constituem sua melhor estimativa. Nos demais métodos, os valores analisados são ajustados por um delta de forma que a soma dos quadrados de todos os ajustes seja o mínimo possível. Este procedimento é denominado método dos mínimos quadrados.

### II.2.1. Método dos dois ou três produtos

Considerando as massas da alimentação ( $A$ ), do concentrado ( $C$ ) e do rejeito ( $R$ ) e suas respectivas análises químicas  $a$ ;  $c$  e  $r$ , as equações de conservação de massa podem ser definidas como:

$$A = C + R \quad (\text{II.1})$$

$$A \cdot a = C \cdot c + R \cdot r \quad (\text{II.2})$$

Tomando o valor de  $R$  na equação (II.1) e aplicando na equação (II.2) obtemos:

$$A \cdot a = C \cdot c + (A - C) \cdot r \quad (\text{II.3})$$

A relação de concentração  $A/C$  será dada por:

$$\frac{A}{C} = \frac{c - r}{a - r} \quad (\text{II.4})$$

A recuperação da planta será dada por:

$$Rec = \frac{100 \cdot c \cdot (a - r)}{a \cdot (c - r)} \quad (II.5)$$

Os valores de recuperação, equação (II.5), e da relação de enriquecimento, equação (II.4), podem ser determinados a partir somente dos resultados das análises utilizando a *fórmula dos dois produtos*. O controle direto pode ser obtido pela utilização dos sistemas de análise em linha. Entretanto, essa fórmula apresenta limitações no controle de processo pois, além de assumir que a planta opera sempre em estado estacionário, suposição válida somente num período de operação relativamente longo, não apresenta os mesmos resultados para os diferentes elementos analisados. Isto se deve à redundância dos dados em relação ao número de equações e à elevada sensibilidade a erros nas medidas tomadas em determinados fluxos.

Consideremos por exemplo a equação (II.5) utilizada para o cálculo de recuperação. Pode-se verificar que a recuperação calculada através deste método é extremamente dependente do valor analisado no rejeito ( $r$ ). Sabendo que a análise ( $r$ ) é o menor valor envolvido na equação (II.5) e portanto sujeita ao maior erro percentual, o valor calculado para a recuperação utilizando a *fórmula dos dois produtos* poderá estar afetada de um erro significativo. A equação (II.5) poderá ser parcialmente diferenciada em relação a  $a$ ;  $c$  e  $r$  levando respectivamente a:

$$\frac{\partial Rec}{\partial a} = \frac{100 \cdot c \cdot r}{a^2 \cdot (c - r)}; \quad \frac{\partial Rec}{\partial c} = -\frac{100 \cdot r \cdot (a - r)}{a \cdot (c - r)^2}; \quad \frac{\partial Rec}{\partial r} = -\frac{100 \cdot c \cdot (c - a)}{a \cdot (c - r)^2} \quad (II.6)$$

Para uma aproximação de primeira ordem e pequenas variações nos valores de  $a$ ;  $c$  e  $r$  temos:

$$\Delta Rec = \left| \frac{\partial R}{\partial a} \right| \cdot \Delta a + \left| \frac{\partial R}{\partial r} \right| \cdot \Delta r + \left| \frac{\partial R}{\partial c} \right| \cdot \Delta c \quad (\text{II.7})$$

onde  $\Delta Rec$  é a variação na recuperação em função das mudanças em  $a$ ;  $c$ , e  $r$ .

Das equações (II.6) e (II.7) temos:

$$\Delta Rec = \frac{100}{a \cdot (c - r)} \cdot \left[ \frac{c \cdot r}{a} \cdot \Delta a + \frac{r \cdot (a - r)}{(c - r)} \cdot \Delta c + \frac{c \cdot (c - a)}{(c - r)} \cdot \Delta r \right] \quad (\text{II.8})$$

A equação (II.8) pode ser utilizada para estimar o erro esperado no cálculo da recuperação em função de pequenos erros ocorridos nas determinações de  $a$ ;  $c$  e  $r$ . Considerando erros analíticos da ordem de 5%, a incerteza nos valores de recuperação podem ser extremamente grandes. A utilização da *fórmula dos dois produtos* está sujeita a erros significativos quando a separação dos componentes é pobre e para valores analisados próximos.

Por outro lado, a equação (II.8) mostra que uma mudança na análise da alimentação da planta apresenta um efeito oposto à do rejeito, o que é particularmente importante quando são utilizados analisadores em linha. Um súbito aumento na análise da alimentação acarretará um aumento na recuperação calculada. Após um dado período de tempo, equivalente ao tempo de residência do processo, a análise do rejeito será afetada pelo acréscimo na alimentação que, provavelmente já terá retornado ao valor original. O aumento na análise do rejeito fornecerá, neste instante, uma recuperação calculada relativamente mais baixa.

Quando a vazão de sólidos alimentados na planta ( $A$ ) em um dado período é conhecida, medida em alguns casos com relativa precisão através de balanças instaladas na correia transportadora de alimentação do moinho, a equação (II.4) pode ser utilizada para calcular a massa de concentrado ( $C$ ) e de rejeito produzidas ( $R$ ).

$$C = \frac{A \cdot (a - r)}{(c - r)} \quad (\text{II.9})$$

Considerando a massa de alimentação igual a 100%, podemos obter a partição da massa no concentrado:

$$C = \frac{100 \cdot (a - r)}{(c - r)} \quad (\text{II.10})$$

Diferenciando a equação (II.10) em relação a cada componente, temos:

$$\frac{\partial C}{\partial a} = \frac{100}{c - r}; \quad \frac{\partial C}{\partial c} = \frac{-100 \cdot (a - r)}{(c - r)^2}; \quad \frac{\partial C}{\partial r} = \frac{-100 \cdot (c - a)}{(c - r)^2} \quad (\text{II.11})$$

Para uma aproximação de primeira ordem e para pequenas variações nos valores de  $a$ ;  $c$  e  $r$  temos:

$$\Delta C = \left| \frac{\partial C}{\partial a} \right| \cdot \Delta a + \left| \frac{\partial C}{\partial c} \right| \cdot \Delta c + \left| \frac{\partial C}{\partial r} \right| \cdot \Delta r \quad (\text{II.12})$$

Das equações (II.11) e (II.12) temos:

$$\Delta C = \frac{100}{(c - r)} \cdot \left[ \Delta a + \frac{(a - r)}{(c - r)} \cdot \Delta c + \frac{(c - a)}{(c - r)} \cdot \Delta r \right] \quad (\text{II.13})$$

Este método apresenta as seguintes limitações:

- os valores calculados para a taxa de fluxo dependem amplamente da precisão das análises experimentais;
- não é possível utilizar todas as análises disponíveis uma vez que são redundantes em relação ao número de equações de conservação de massa;
- os fluxos recirculantes e os circuitos mais complexos são extremamente difíceis de serem balanceados por este método.

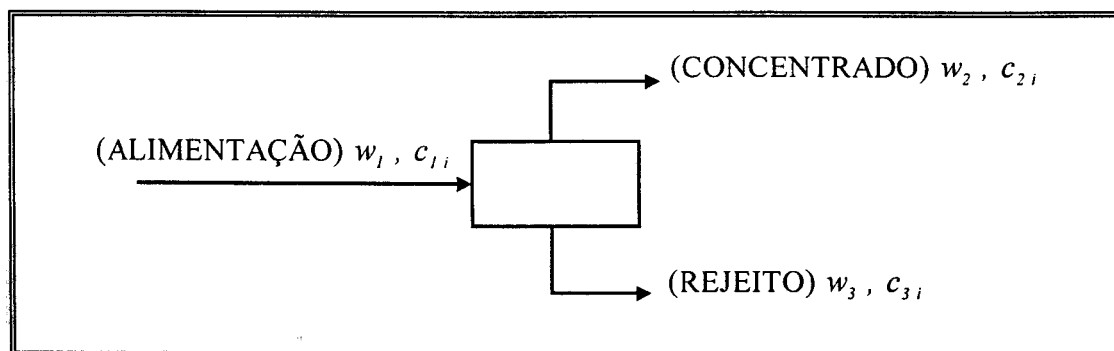
O cálculo manual de balanço de massa, conforme descrito, é extremamente dependente da experiência do projetista e só pode ser utilizado para estudos preliminares onde o objetivo é decidir sobre a realização de um desenvolvimento

mais completo do projeto. Nessa técnica, o balanço de massa e metalúrgico é calculado a partir da confiança do projetista em relação a determinadas análises e fluxos, sendo os demais, calculados por diferença.

### II.2.2. Método de *Smith & Ichiyen*

*Smith & Ichiyen* (1973) desenvolveram um método numérico para ajuste do balanço de massa e metalúrgico com base somente nas análises físicas ou químicas das diversas frações (alimentação e produtos) capaz de fornecer estimativas das análises associadas às massas de forma a harmonizar os dados, minimizando as expectativas de erros entre os valores ajustados e os reais que são desconhecidos. Nesse método os autores definiram uma função dos erros de análise, função objetivo, que deve ser minimizada através do método dos mínimos quadrados.

Sabe-se que para calcular  $N$  variáveis desconhecidas são necessárias  $N$  equações envolvendo estas variáveis. Portanto, se  $N$  taxas de fluxo independentes têm que ser calculadas num fluxograma de processo, serão necessária  $N$  equações relacionadas com estas taxas de fluxo. Consideremos um processo de concentração simples, esquematizado conforme apresentado na Figura II.1. Os fluxos de alimentação, concentrado e rejeito têm massas  $w_1$ ,  $w_2$  e  $w_3$ , respectivamente, e  $n$  elementos de controle, com teores  $c_{1i}$ ,  $c_{2i}$  e  $c_{3i}$ .



**Figura II.1 - Representação de um processo de concentração num único estágio**

Pelo balanço de massa e metalúrgico temos:

$$w_1 - w_2 - w_3 = 0 \quad (\text{II.14})$$

$$w_1 c_{1i} - w_2 c_{2i} - w_3 c_{3i} = 0 \quad (\text{II.15})$$

Se  $w_1$ ;  $c_{1i}$ ;  $c_{2i}$  e  $c_{3i}$  são conhecidas, a solução das equações será:

$$w_2 = w_1 \cdot \frac{c_{1i} - c_{3i}}{c_{2i} - c_{3i}} \quad (\text{II.16})$$

$$w_3 = w_1 \cdot \frac{c_{2i} - c_{1i}}{c_{2i} - c_{3i}} \quad (\text{II.17})$$

Isto constitui a aplicação da *fórmula dos dois produtos*. Se os mesmos fluxos forem analisados para outro elemento  $c_i$ , os resultados obtidos para as equações (II.15) e (II.16) levarão, provavelmente, a outros valores de  $w_2$  e  $w_3$ , o que implicará em conflitos na interpretação dos dados de balanço de massa.

O problema do cálculo do balanço de massa consiste então na solução do sistema de equações de conservação de massa. Para resolver este sistema é necessário que dados tenham sido coletados. Três situações podem ocorrer:

- a) o sistema não é definido e conseqüentemente não tem uma única solução. Este é o caso em que não foram coletados dados suficientes para calcular as variáveis não medidas;
- b) o sistema é exatamente definido e conseqüentemente tem uma única solução. Este é o caso quando o número de dados coletados é exatamente o necessário para calcular as variáveis não medidas;
- c) o sistema é super-definido. Este é o caso em que o número de dados coletados é maior que o necessário para calcular as variáveis não medidas. Neste caso, o conjunto de dados é denominado redundante. Considerando que os erros de



medida dos dados são aleatórios, é muito improvável que eles apresentem coerência do ponto de vista de conservação de massa, ou seja, é impossível encontrar valores das variáveis não medidas que satisfaçam todas as equações de conservação de massa simultaneamente.

O método de ajuste de balanço de massa desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al.* (1994) utiliza métodos computacionais e considera todos os dados denominados redundantes. As informações sobre o tipo e a magnitude dos erros de análise e manuseio das amostras constituem parte dos dados que poderão influenciar a solução. A precisão dos resultados também poderá ser estimada.

Considerando os erros intrínsecos aos métodos de análise associados aos erros de amostragem, os valores mais prováveis de  $c_{1i}$ ,  $c_{2i}$  e  $c_{3i}$  podem ser expressos como:

$$\hat{c}_{1i} = c_{1i} + \delta_{1i} \quad (\text{II.18})$$

$$\hat{c}_{2i} = c_{2i} + \delta_{2i} \quad (\text{II.19})$$

$$\hat{c}_{3i} = c_{3i} + \delta_{3i} \quad (\text{II.20})$$

onde:  $\delta_{ij}$  é o erro associado a análise química e amostragem.

A equação (II.15) poderá ser expressa como:

$$w_1 \hat{c}_{1i} - w_2 \hat{c}_{2i} - w_3 \hat{c}_{3i} = 0 \quad (\text{II.21})$$

Assumindo que as amostragens e os erros associados às medidas são gaussianos e independentes, a distribuição normal multiparâmetros pode ser escrita como [*Johnson and Wichern* (1988)]:

$$f_i(c_i, w_i) = (2\pi)^{m/2} \cdot |M_i|^{-1/2} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot (\hat{c}_i - c_i) \cdot |M_i|^{-1} \cdot (\hat{c}_i - c_i)\right\} \quad (\text{II.22})$$

O método desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973), utiliza o estimador de máxima verossimilhança [*Everitt* (1987), *Paiva* (1981)] para definir a função *J*, denominada função objetivo, que estabelece a solução ótima para a equação do balanço de massa.

$$J = \sum_i \delta_i^T \cdot [M_i]^{-1} \cdot \delta_i \quad (\text{II.23})$$

$$J = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{ij}^2}{\sigma_{ij}^2} \quad (\text{II.24})$$

onde:

$\sigma_{ij}^2$  = a variância de  $c_{ij}$ ;

$k$  = número de fluxos;

$n$  = número de elementos considerados.

Para um processo de concentração em um estágio, tem-se:

$$|M_i| = \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3i}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

O balanço de massa estabelece como restrição que:

$$[B] \cdot \hat{C}_i = 0 \quad (\text{II.26})$$

onde:

$$[B] = [w_1 \quad -w_2 \quad -w_3] \quad (\text{II.27})$$

$$\hat{C}_i = \begin{bmatrix} \hat{c}_{1i} \\ \hat{c}_{2i} \\ \hat{c}_{3i} \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

$$\delta_i = \begin{bmatrix} \delta_{1i} \\ \delta_{2i} \\ \delta_{3i} \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Para o caso genérico, e utilizando o método de aproximação de Lagrange, a função objetivo é dada por:

$$L = \sum_i \delta_i^T [M_i]^{-1} \delta_i + 2\lambda^T [B] \hat{C}_i \quad (\text{II.30})$$

onde:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdot \\ \lambda_n \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

Desenvolvendo a equação (II.30) para cada componente  $i$  temos:

$$L_i = \sum_{j=1}^n \frac{\delta_{i,j}^2}{2\sigma_{i,j}} + 2\sum \lambda_n \sum_i w_{ni} \hat{C}_{i,j} \quad (\text{II.32})$$

Substituindo  $\hat{C}_i = C_{ij} + \delta_{ij}$  obtém-se:

$$L_i = \sum_{j=1}^n \frac{\delta_{i,j}^2}{\sigma_{i,j}^2} + 2 \sum \lambda_n \sum_i w_{ni} (C_{i,j} + \delta_{i,j}) \quad (\text{II.33})$$

Derivando a equação (II.33) em relação a cada fluxo [Swokowsky (1994)], obtém-se a equação de  $J$ :

$$\frac{\partial L_{i,j}}{\partial \delta_{i,j}} = 2 \frac{\delta_{i,j}}{\sigma_{i,j}^2} + 2 \sum_n \lambda_n w_{n,i} = 0 \quad (\text{II.34})$$

Essa equação pode ser escrita na forma matricial [Kolman (1987)]:

$$\frac{\partial L_{i,j}}{\partial \delta_{i,j}} = [M_i]^{-1} \delta_i + [B]^T \lambda = 0 \quad (\text{II.35})$$

De onde se obtém:

$$\delta_i = -[M_i] \cdot [B]^T \lambda \quad (\text{II.36})$$

Tomando-se a derivada em relação ao multiplicador de Lagrange, obtém-se as equações da forma:

$$\frac{\partial L_{i,j}}{\partial \lambda_n} = 2 \sum_i w_{n,i} (c_{i,j} + \delta_{i,j}) = 0 \quad (\text{II.37})$$

Esta equação pode ser expressa na forma de matriz:

$$[B]c_i + [B]\delta_i = 0 \quad (\text{II.38})$$

Substituindo-se  $\delta_i$  da equação (II.36) em (II.38) obtém-se:

$$[B]c_i = [B] \cdot [M_i] \cdot [B]^T \cdot \lambda \quad (\text{II.39})$$

$$\lambda = \{[B][M_i][B]^T\}^{-1} \cdot [B] \cdot c_i \quad (\text{II.40})$$

Donde se tem:

$$\delta_i = -[M_i][B]^T \{[B][M_i][B]^T\}^{-1} [B] \cdot c_i \quad (\text{II.41})$$

### II.2.3. Método do MATBAL e BILMAT

Em 1985, foi desenvolvido na Université Laval um algoritmo denominado *MATBAL* (1985) utilizando a solução iterativa de Lagrange. Neste programa as equações foram codificadas em FORTRAN e são automaticamente resolvidas pelo programa. O usuário deve fornecer a descrição do fluxograma de acordo com a nomenclatura pré-estabelecida pelo *MATBAL*.

Neste mesmo ano foi desenvolvido pelo mesmo grupo o *BILMAT* (1985), também em FORTRAN, baseado no mesmo princípio, com decomposição do processo de cálculo em etapas denominadas minimização hierárquica. Este método considera que cada componente ou propriedade física em um dado fluxo de um circuito de processamento mineral pode ser dividido em quatro níveis esquematicamente representados na Figura II.2.

A partir do primeiro para o quarto nível, os fluxos devem ser cada vez mais caracterizados com respeito aos seus constituintes ou propriedades. A polpa, nível 1, é dividida em sólidos e líquidos no segundo nível. Os sólidos são caracterizados em seus componentes (partículas, elementos químicos, etc.) no terceiro nível. No quarto nível os componentes dos sólidos são divididos em sub-componentes tais como: composição química por fração granulométrica, distribuição de tamanho de partícula, etc.. Este método assume que a média dos valores medidos para cada variável

representa o verdadeiro valor supondo a distribuição estatística normal. O erro corresponde à diferença entre o valor medido e o verdadeiro valor. Tanto o erro quanto o verdadeiro valor não podem ser exatamente conhecidos podendo ser estimados. Além disto, assume que os erros de várias medidas são independentes.

Para utilização deste programa os fluxogramas devem ser elaborados como uma representação gráfica da conservação de massa através das unidades do processo. As leis de conservação de massa são aplicadas utilizando este fluxograma de forma que cada nó corresponda a uma unidade do processo.

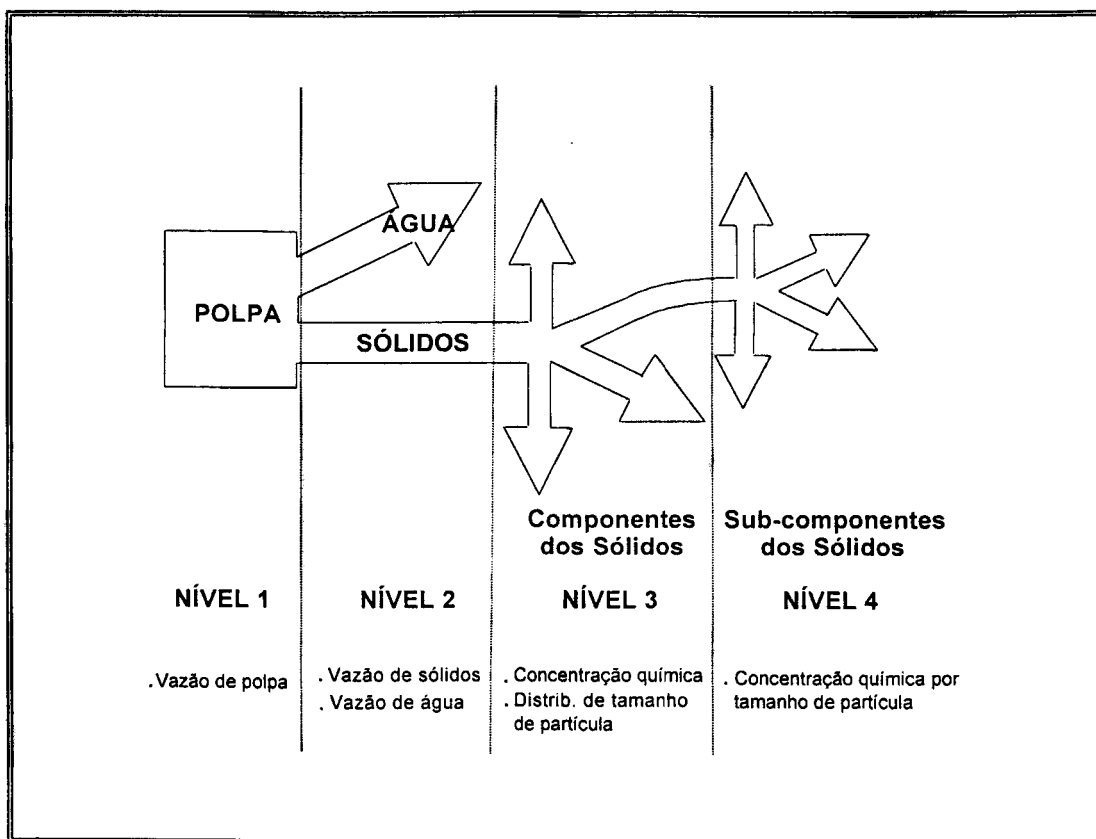


Figura II.2 - Níveis dos dados para balanço de massa

#### II.2.4. Método da aproximação em duas etapas

*Kapur et al.* (1993) desenvolveram um método capaz de determinar o balanço de massa e metalúrgico onde os erros são distribuídos sobre os dados ajustados com o mínimo de desvio possível entre valores medidos e ajustados e com a menor perturbação no índice de desempenho para cada nó individual.

Neste método os dados são ajustados em duas etapas. Inicialmente os índices de desempenho para cada nó, definidos como a relação entre a taxa de fluxo de um componente em uma corrente de saída e outra na alimentação, são estimados com base somente nos fluxos diretamente relacionados a ele, sendo posteriormente incorporados nas equações de conservação de massa.

A diferença deste método para os de reconciliação de dados através da simples minimização da função dos erros pelos mínimos quadrados é a forma de distribuição desses erros nos diversos nós do circuito. Nos métodos baseados unicamente nos mínimos quadrados, os erros são igualmente distribuídos em todos os nós do circuito ou são estimados em função de julgamentos subjetivos sobre a qualidade dos dados ou ainda em valores estatísticos obtidos através de medidas múltiplas. Considerando que os erros dos dados podem ser diferentes nos diversos pontos do circuito, isto é, podem estar distribuídos aleatoriamente, o método proposto por *Kapur et al.* (1993) impõe como restrição, que os índices de desempenho de cada nó individual, determinado pelo balanço de massa local, sofram o mínimo de perturbação possível.

Pela definição, o índice de desempenho para um dado nó que pode ser obtido a partir de qualquer propriedade do material ou sua componente, é dado por:

$$Z = \frac{C}{A} \quad (\text{II.42})$$

onde:

$Z$  = índice de desempenho;

$C$  = uma propriedade definida num fluxo de saída (no exemplo, a massa);

$A$  = a mesma propriedade definida para  $C$ , tomada no fluxo de alimentação.

Podemos utilizar os índices de desempenho para descrever o comportamento de todos os fluxos em cada nó do circuito. A função de erros deve ser minimizada considerando, além das restrições impostas pelas equações do balanço de massa, as restrições dos índices de desempenho para cada nó.

### II.2.5. Método do balanço de massa em tempo real

Atualmente a indústria mineral de diversos países utiliza sensores para monitoração da operação de circuitos de flotação. Estes sensores normalmente consistem de medidores de fluxo magnético para polpa e reagentes, densitômetros, medidores de pH e temperatura, medidores de nível e, o mais importante para o operador da flotação, o analisador em linha. Os analisadores fornecem análises químicas ou físicas nos fluxos críticos do circuito tais como: alimentação, concentrado e rejeito. Análises são disponíveis em intervalos de 5 a 20 minutos dependendo do grau de complexidade dos fluxos na planta.

O operador da flotação é usualmente treinado para ajustar o circuito de acordo com a análise do metal fornecida pelo analisador e com alguns índices de rendimento estimados a partir destas análises. As análises contêm informações suficientes para determinação do balanço de massa, estimando as massas dos fluxos e ajustando os valores analíticos filtrados para excluir alguns erros de medida. Os dados filtrados podem estar ser utilizados para estimar os índices de rendimento [*Spring* (1992), *Hodouin et al.* (1993), *Bazin et al.* (1994)]. Este procedimento foi identificado por *Bascur* (1993) como sendo a transformação de dados em informações.

Com a evolução destes tipos de sensores e dos analisadores em linha, vários estudos têm sido conduzidos no sentido de possibilitar a determinação do balanço de



massa também em linha. Os algoritmos de balanço de massa em linha para plantas de processamento mineral são utilizados para melhorar a qualidade das medidas dos fluxos e das composições enquanto estimam as variáveis de processo não medidas. Os dados são melhorados e as variáveis não medidas são estimadas assumindo as leis de conservação de massa ao longo do fluxograma da planta utilizando o critério de estimação dos mínimos quadrados. Os métodos em linha podem ser desenvolvidos diretamente dos modelos dinâmicos das plantas ou podem ser derivados dos algoritmos do balanço de massa em estado estacionário pela incorporação de alguns elementos adicionais que consideram a dinâmica do processo.

Os resultados do balanço de massa em tempo real podem ser utilizados para diferentes propósitos:

- controle das adições de reagentes segundo relações reagentes/massa de sólidos pré-determinadas;
- identificar problemas de calibração dos analisadores através da comparação entre as análises realizadas e os valores ajustados [*Aldrich and Van Deventer (1993)*];
- cálculo dos índices de desempenho tais como a recuperação das espécies de interesse e da ganga;
- desenvolvimento dos modelos base para elaboração de estratégias de controle;
- melhoria na qualidade dos dados para análise de processo e otimização.

Num algoritmo para determinação do balanço de massa que estima as massas dos fluxos a partir das análises em linha, o balanço de massa para um circuito simples pode ser representado conforme a Figura II.3.

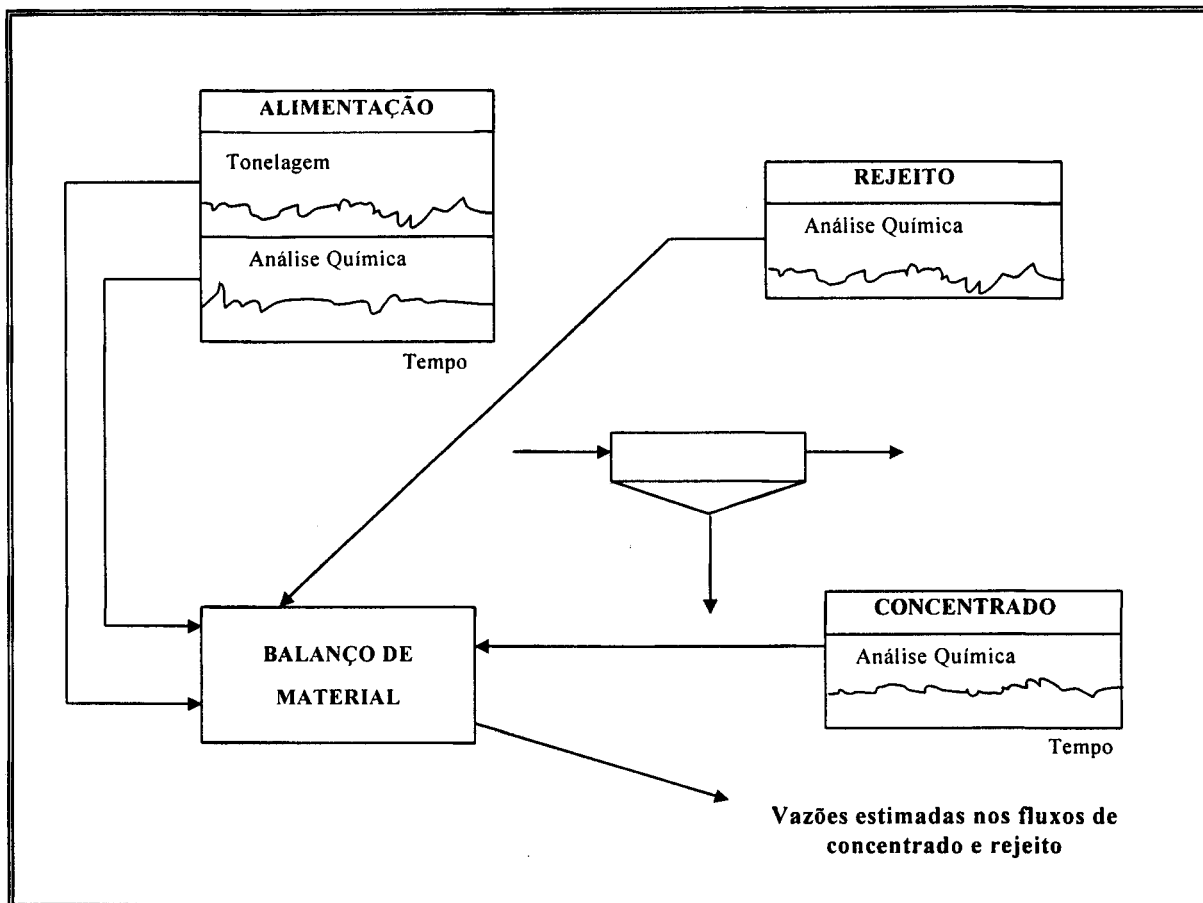


Figura II.3 - Balanço de massa dinâmico para um circuito simples

Se as análises dos fluxos de alimentação, concentrado e rejeito estão disponíveis, e as equações de conservação de sólidos e metais no tempo ( $t$ ) podem ser dadas por:

$$\frac{dM_p(t)}{dt} = f_a(t) - f_c(t) - f_r(t) \quad (\text{II.43})$$

$$\frac{dM_p(t)X_{pi}(t)}{dt} = f_a(t)X_{ai}(t) - f_c(t)X_{ci}(t) - f_r(t)X_{ri}(t) \quad (\text{II.44})$$

onde:

$f$  = taxas de fluxo;

$M$  = massa de sólidos na planta;

$X$  = conteúdo do metal  $i$ .

Os índices  $a$ ;  $c$  e  $r$  representam os teores analisados na alimentação, concentrado, rejeito e  $p$  representa a planta, respectivamente.

O objetivo do algoritmo do balanço de massa é utilizar os valores disponíveis de massa e análises químicas ou físicas para obter a melhor estimativa para os valores de  $f$  e  $X$ . Muitas soluções estão disponíveis para os sistemas de estado estacionário, isto é, derivadas das equações (II.43) e (II.44). As soluções para o balanço de massa em estado estacionário pertencem a três categorias:

**Categoria 1:** Assume-se que não há acumulação no tempo ( $t$ ), onde as condições de estado estacionário são sempre válidas. Os cálculos do balanço de massa são realizados utilizando as análises mais recentes fornecidas pelos analisadores em linha. As soluções para o balanço de massa são obtidas através de três aproximações:

- a) assumindo o estado estacionário para os sólidos e utilizando metais suficientes para solucionar as equações do balanço (II.43) e (II.44). Isto leva à fórmula dos  $n$ -produtos que conforme já anteriormente enfatizado, pode produzir uma dispersão considerável nos valores das estimativas;
- b) assumindo o estado estacionário para os sólidos e uma acumulação mínima dos metais na planta;
- c) assumindo o estado estacionário para os sólidos e todos os elementos analisados. Esta hipótese leva à formulação do algoritmo dos mínimos quadrados com restrições. Os programas **BILMAT** e **NORBAL** e outros, revistos por *Reid et al.* (1982), utilizam estes algoritmos para elaboração de balanços de massa.

**Categoria 2:** Assume-se o balanço em estado estacionário para um período de tempo chamado janela. As soluções são obtidas pela média das medidas numa dada janela e os valores de processo são tratados de acordo com uma das três

aproximações descritas anteriormente. A operação é realizada em dois passos, fazendo a média das análises e calculando o balanço de massa, ou em um simples passo, através de uma aproximação iterativa.

**Categoria 3:** Inclui modelos de processo que consideram a acumulação na planta. Soluções para planta de flotação pode ser obtida através de um modelo de filtro.

O algoritmo desenvolvido por *Bazin and Franklin* (1996) pertencem à segunda categoria e usa a condição (b) para solução do balanço de massa numa forma iterativa.

O algoritmo proposto por *Makni, et al.* (1995) está incluído na categoria 3 e utiliza a condição (c) para solução do balanço de massa. É baseado no método de aproximação em duas etapas incorporando os modelos dinâmicos que são atribuídos a cada fluxo do processo. Como consequência a planta é representada por uma série de nós e de elementos dinâmicos. Os autores consideram que o comportamento dinâmico dos fluxos podem ser representados por uma série de atrasos  $Z^{-1}$  e filtros de primeira ordem  $F$ .

Este método permite a utilização de janelas mais estreitas sem um aumento significativo dos erros nas estimativas das variáveis não medidas e eliminam as distorções verificadas no método anterior.

Os algoritmos de balanço de massa em linha apresentam excelentes resultados quando comparados aos métodos que utilizam as equações de conservação de massa supondo que as plantas de concentração mineral operam em regime estacionário. Entretanto, considerando o baixo nível de instrumentação existente nas plantas industriais brasileiras, estes métodos só poderão ser implementados após a realização de um trabalho exaustivo de conscientização dos projetistas e dos engenheiros de processo sobre as vantagens da utilização de métodos estatísticos no ajuste dos balanços de massa.

### II.3. MÉTODOS DE MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES

As técnicas de otimização são utilizadas para determinação de uma série de parâmetros que maximizam ou minimizam uma função objetivo. Esses métodos são de grande importância estatística para ajuste de modelos matemáticos [Everitt (1987), Johnson e Wichern (1988)].

Um problema freqüente na otimização de uma função de interesse, consiste em achar a estimativa de dois parâmetros num modelo de regressão linear simples correlacionando a variável dependente  $y$  com a variável exploratória  $x$ . O modelo é usualmente formulado como:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \quad (\text{II.45})$$

onde:  $x_i; y_i; i = 1; \dots; n$  são os valores da variável exploratória e da dependente, para uma amostra das observações consideradas para construção do modelo, e  $\varepsilon_i; i = 1; \dots; n$  são os erros ou termos residuais, com zero como valor esperado, que representam a distância entre o valor medido de  $y_i$  e o valor estimado por  $\alpha + \beta x_i$ .

O problema de encontrar a estimativa dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  do modelo de regressão pode ser abordado de várias maneiras. A forma mais comum é encontrar um critério que meça o quanto o modelo concorda com os dados observados e então achar os valores dos dois parâmetros que minimizem a medida encontrada. Um critério adequado para o modelo de regressão linear simples é a soma dos quadrados dos erros, isto é:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (\text{II.46})$$

A soma  $S$  mede o quanto os valores observados da variável dependente ajustam-se aos preditos pelo modelo. Considerando que valores baixos de  $S$  indicam

um melhor ajuste, achar as estimativas de  $\alpha$  e  $\beta$  que minimizem  $S$  é um procedimento razoável denominado técnica dos mínimos quadrados.

O problema acima pode ser formulado em termos de otimização de uma função numérica com um dado número de parâmetros.

A forma mais geral do problema de otimização consiste na determinação do valor ótimo (máximo ou mínimo) da função  $f(\theta_1; \dots; \theta_m)$  de  $m$  parâmetros  $\theta_1; \dots; \theta_m$ . Do ponto de vista matemático, o problema se resume à minimização já que maximizar  $f$  é equivalente a minimizar  $-f$ . Os valores tomados para os parâmetros podem ser limitados ou ilimitados. No modelo de regressão linear da seção anterior  $\alpha$  e  $\beta$  podem tomar quaisquer valores sendo ilimitados.

Muitos conceitos dos métodos de otimização podem ser introduzidos através do estudo de função de um só parâmetro. A Figura II.4 representa graficamente esta função.

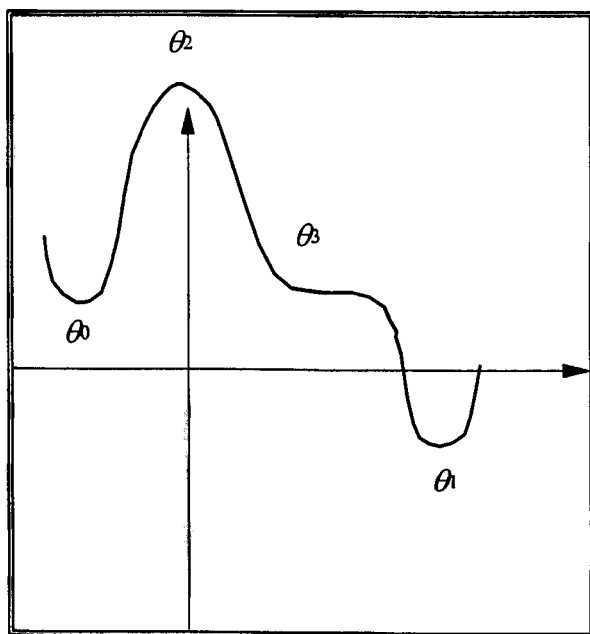


Figura II.4. - Função de um parâmetro

Esse gráfico mostra que a função tem dois mínimos sendo um  $\theta_0$  e outro  $\theta_1$ , um máximo em  $\theta_2$  e um ponto de inflexão  $\theta_3$ . O valor  $\theta_0$  é o mínimo local, uma vez que o valor de  $\theta_0$  é menor que  $f(\theta)$  para valores de  $\theta$  na vizinhança de  $\theta_0$ . O mínimo  $\theta_1$  é conhecido como mínimo global, desde que  $f(\theta_1)$  é menor que  $f(\theta)$  para todos os valores de  $\theta$ . O maior problema na minimização de funções complexas é decidir se o mínimo encontrado é global ou local.

A aproximação clássica para solução do problema consiste em achar os valores de  $\theta_0$  e  $\theta_1$  e verificar que, para ambos, a inclinação de  $f(\theta)$  é zero. Nesta condição  $\theta_0$  e  $\theta_1$  serão soluções da equação:

$$\frac{df}{d\theta} = 0 \quad (\text{II.47})$$

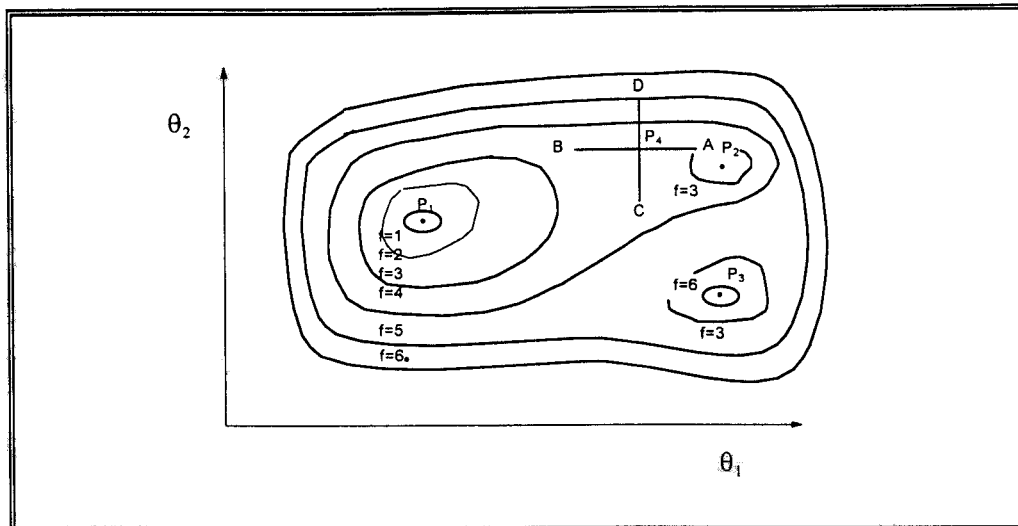
Pode se verificar que os valores de  $\theta_2$ , que consiste em um máximo global, e  $\theta_3$ , que consiste do ponto de inflexão horizontal, também satisfazem esta equação. Então, satisfazer a equação (II.47) é uma condição necessária porém não suficiente para um ponto ser mínimo. Entretanto, vemos que em  $\theta_0$  e  $\theta_1$ , a inclinação muda de sinal de positivo para negativo, em  $\theta_2$ , a mudança é de positivo para negativo e em  $\theta_3$ , não há mudança de sinal. Então, num ponto de mínimo, a inclinação é uma função crescente e a taxa de mudança da inclinação pode ser medida pela derivada segunda:

$$\frac{d^2 f}{d\theta^2} > 0 \quad (\text{II.48})$$

Estas idéias podem ser estendidas para minimização de funções de muitas variáveis  $f(\theta_1; \dots; \theta_m)$ , onde a condição necessária para o mínimo é:

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_1} = \frac{\partial f}{\partial \theta_2} = \dots = \frac{\partial f}{\partial \theta_m} \quad (\text{II.49})$$

Soluções para essas equações podem também representar um máximo ou ponto de sela e essas várias possibilidades estão representadas na Figura II.5 através diagrama de contorno da função de duas variáveis.



**Figura II.5 - Diagrama de contorno da função de dois parâmetros**

Neste diagrama  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$  são pontos que satisfazem a equação (II.49).  $P_1$  é o mínimo global, ou seja, o mínimo geral da função.  $P_2$  é um mínimo local, isto é,  $f(P_2)$  é menor que  $f$  para todos os pontos na vizinhança de  $P_2$  mas  $f(P_2) > f(P_1)$ .  $P_3$  é um máximo local de  $f$  e  $P_4$  é um ponto de sela; ao longo da direção AB ele corresponde a um máximo enquanto ao longo da direção CD corresponde a um ponto de mínimo.

A condição suficiente para determinação do mínimo correspondente ao requerido pela equação (II.49) para o caso de um parâmetro, é a matriz  $H$  positiva quando avaliada no ponto considerado, com elementos  $h_{ij}$  dada por:

$$h_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \quad (\text{II.50})$$

As técnicas de minimização são iterativas e são executadas pela geração de uma seqüência de solução, sendo que cada uma representa uma aproximação melhorada do valor do parâmetro no mínimo de  $f$ :

$$f(\theta_{i+1}) \leq f(\theta_i) \quad (\text{II.51})$$



onde:  $\theta_{i+1}$  e  $\theta_i$  são vetores contendo valores de  $m$  parâmetros nas interações  $i+1$  e  $i$ . Tais procedimentos requerem a estimativa inicial de parâmetros  $\theta_0$ , geralmente fornecida pelo projetista, a partir da qual são feitas sucessivas aproximações por meio de equação da forma:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + h_i d_i \quad (\text{II.52})$$

Nessa equação,  $d_i$  é um vetor  $m$ -dimensional especificando a direção a tomar para mover de  $\theta_i$  para  $\theta_{i+1}$  e  $h_i$  é um escalar especificando a distância a ser movida nessa direção. A escolha da direção e distância adequados para satisfazer a equação (II.52) pode ser feita de várias maneiras. Pode-se confiar somente nos valores da função obtidos de cada interação ou nos valores das derivadas parciais de  $f$  com relação aos parâmetros. Técnicas adotando a primeira aproximação são geralmente conhecidas como *método de pesquisa direta* e o segundo tipo é denominado método dos gradientes.

Um problema comum a todas as técnicas é como decidir quando o procedimento iterativo atingiu o mínimo requerido. Em geral essas decisões são tomadas com base na seqüência  $\{\theta_i\}$  e  $\{f(\theta_i)\}$  onde um critério possível de convergência é:

$$|f(\theta_{i+1}) - f(\theta_i)| < \varepsilon \quad (\text{II.53})$$

e/ou

$$|\theta_{i+1} - \theta_i| < \varepsilon \quad (\text{II.54})$$

Embora tais critérios sejam comumente utilizados e, em algumas condições, satisfatórios, podem levar ao término do procedimento iterativo prematuramente. São os casos onde a função descreve uma região do tipo patamar ou em mínimos locais.

Além disso, os critérios de convergência são dependentes da escala da função objetivo  $f$  e dos parâmetros  $\theta_1; \dots; \theta_m$ . Por exemplo, se  $\varepsilon = 10^{-3}$  e  $f$  está sempre no intervalo  $(10^{-7}, 10^{-5})$  então qualquer valor de  $\theta_1; \dots; \theta_m$  satisfaz a equação (II.53). O problema cresce quando os parâmetros estão em escala muito diferentes. Por exemplo, quando  $m = 2$  e  $\theta_1$  está no intervalo  $(10, 100)$  então a equação (II.54) irá virtualmente ignorar o segundo parâmetro. A solução óbvia para o problema é a escolha de unidades para os parâmetros na mesma ordem de grandeza.

Na discussão anterior estava implícito que os elementos do vetor parâmetro  $\theta_0$ , não estavam sujeitos a nenhuma restrição. Entretanto, em muitas situações, o problema consiste em minimizar uma função objetivo,  $f(\theta)$ , sujeita a várias restrições nos parâmetros. Essas restrições podem ser igualdades, por exemplo:

$$\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 = 1 \quad (\text{II.55})$$

ou desigualdades. Restrições nos parâmetros nos problemas de estatística podem ser provenientes de uma série de razões tais como a variância ser muito maior que zero, proporções que devem encontrar-se entre 0 e 1, etc.

O método mais simples de solucionar problemas com restrições é reparametrizar de forma que a função não apresente mais restrições. Outros métodos de solução dos problemas de otimização são os *multiplicadores de Lagrange*.

Supondo que a função a ser minimizada é de segundo grau com respeito a variável  $x$  e apresenta restrição linear em  $x$  podemos definir:

$$J(x) = x^T \cdot A \cdot x - 2 \cdot B \cdot x + D \quad (\text{II.56})$$

e a restrição linear a ser observada é:

$$C \cdot x = c \quad (\text{II.57})$$

A solução deste problema é obtida através da introdução de uma nova função, denominada Lagrangiana cuja derivada em relação a  $x$  e  $\lambda$  seja igual a zero. As novas incógnitas são chamadas multiplicadores de Lagrange. A Lagrangiana é dada por:

$$\ell(x, \lambda) = x^T \cdot A \cdot x = 2 \cdot B + D + 2 \cdot \lambda^T \cdot (C \cdot x - c) \quad (\text{II.58})$$

As derivadas são igualadas a zero:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \ell}{\partial x} = A \cdot x - B^T + C^T \cdot \lambda = 0 \quad (\text{II.59})$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \lambda} = C \cdot x - c = 0 \quad (\text{II.60})$$

Multiplicando a equação (II.59) por  $CA^{-1}$  obtêm-se:

$$C \cdot x - CA^{-1} \cdot B^T + CA^{-1} \cdot C^T \cdot \lambda = 0 \quad (\text{II.61})$$

De onde  $\lambda$  pode ser extraída:

$$\lambda = (CA^{-1} \cdot C^T)^{-1} \cdot (CA^{-1} \cdot B^T - C) \quad (\text{II.62})$$

Substituindo este valor na equação (II.59) temos:

$$x = A^{-1} \cdot B^T - A^{-1} \cdot C^T \cdot (CA^{-1} \cdot C^T)^{-1} \cdot (CA^{-1} \cdot B^T - C) \quad (\text{II.63})$$

que é o valor de  $x$  que minimiza  $J$  respeitando as restrições.

### II.3.1. Método de minimização de funções de um parâmetro por pesquisa direta

O método de pesquisa direta para minimização de funções confia somente nos valores encontrados para a função durante o processo de interação não requerendo a avaliação explícita de nenhuma derivada da função a ser minimizada mas somente dos valores obtidos para a função durante o processo iterativo. Em alguns casos os valores da função são utilizados para obtenção de aproximações da função objetivo e em outros, como base para ajuste de polinômios de ordem menor ou superfícies na vizinhança do mínimo. Inicialmente discutiremos a minimização de uma função de um único parâmetro e posteriormente a situação de multiparâmetros.

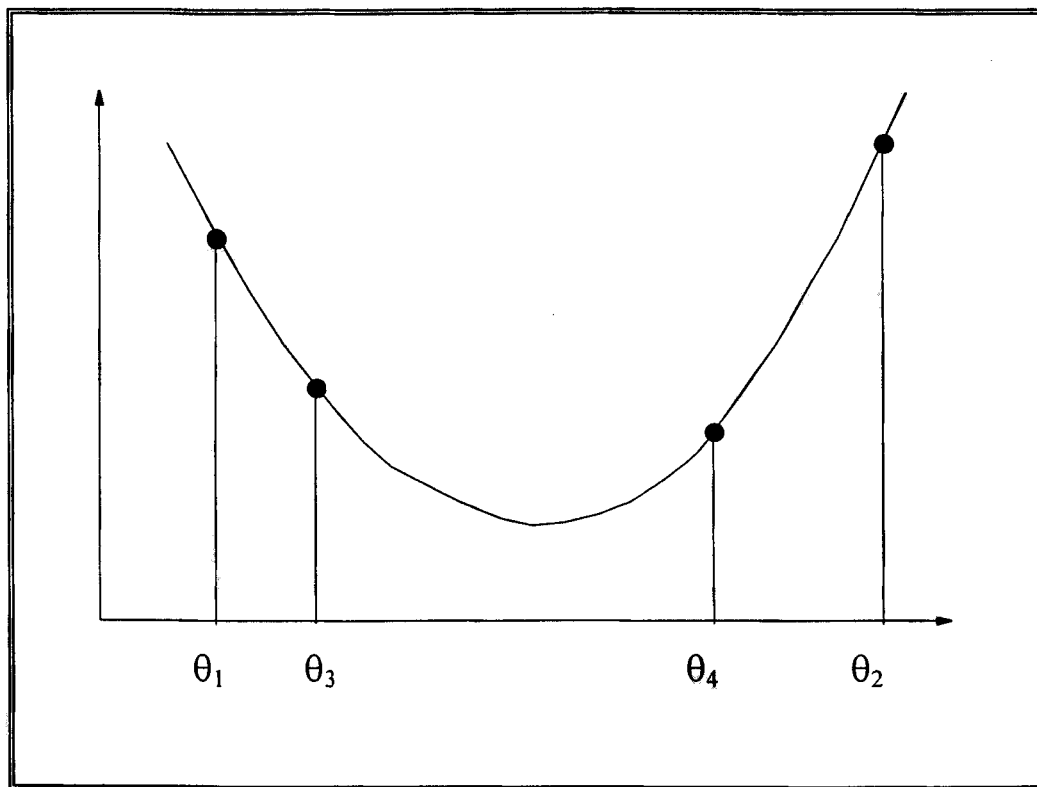
O método de pesquisa direta para minimização de uma função de uma variável se divide em duas classes: aquelas que especificam o intervalo onde o mínimo ocorre e aquelas que especificam a posição do mínimo por aproximação de pontos. Nesse caso o mínimo da função é buscado num intervalo  $a < \theta < b$  pela avaliação da função em pontos contidos no intervalo. Uma alternativa consiste em utilizar os valores da função em pontos particulares para aproximar a função por um polinômio simples, em uma faixa definida de valores. A posição do mínimo da função é então aproximada pela posição do mínimo polinomial, que é relativamente simples de calcular.

Na Figura II.6 está representada uma função exemplo, onde podemos supor que o mínimo esteja localizado no intervalo  $(\theta_1 ; \theta_2)$ , e que os pontos  $\theta_3$  e  $\theta_4$  estão localizados dentro do intervalo.

$$\theta_1 < \theta_3 < \theta_4 < \theta_2 \quad (\text{II.64})$$

Assumindo que a função é unimodal em  $(\theta_1 ; \theta_2)$ , se  $f(\theta_3) \geq f(\theta_4)$ , então o mínimo encontra-se no intervalo  $(\theta_3 ; \theta_2)$ , enquanto se  $f(\theta_3) \leq f(\theta_4)$  o mínimo encontra-se no intervalo  $(\theta_1, \theta_4)$ . Para redução do intervalo contendo o mínimo pode-se avaliar outros pontos no intervalo considerado. A questão consiste em determinar

os valores dos pontos onde a função deve ser avaliada. Certamente não poderemos avaliar todos os pontos da função mas poderemos utilizar os valores obtidos anteriormente para determinar a posição do próximo ponto a ser testado.



**Figura II.6 - Busca de um mínimo da função de uma variável**

Se nós conhecemos os valores da função  $f(\theta)$  em três pontos distintos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ , podemos aproximar  $f(\theta)$  pela função quadrática:

$$h(\theta) = D\theta^2 + E\theta + G \quad (\text{II.65})$$

onde:  $D$ ,  $E$  e  $G$  podem ser determinados das seguintes equações:

$$D\theta_1^2 + E\theta_1 + G = f(\theta_1) \quad (\text{II.66})$$

$$D\theta_2^2 + E\theta_2 + G = f(\theta_2) \quad (\text{II.67})$$

$$D\theta_3^2 + E\theta_3 + G = f(\theta_3) \quad (\text{II.68})$$

A solução para essas equações leva a:

$$D = - \left[ \frac{(\theta_2 - \theta_3)f(\theta_1) + (\theta_3 - \theta_1)f(\theta_2) + (\theta_1 - \theta_2)f(\theta_3)}{(\theta_1 - \theta_2)(\theta_2 - \theta_3)(\theta_3 - \theta_1)} \right] \quad (\text{II.69})$$

$$E = - \left[ \frac{(\theta_2^2 - \theta_3^2)f(\theta_1) + (\theta_3^2 - \theta_1^2)f(\theta_2) + (\theta_1^2 - \theta_2^2)f(\theta_3)}{(\theta_1 - \theta_2)(\theta_2 - \theta_3)(\theta_3 - \theta_1)} \right] \quad (\text{II.70})$$

$$D = - \left[ \frac{\theta_2\theta_3(\theta_3 - \theta_2)f(\theta_1) + \theta_3\theta_1(\theta_1 - \theta_3)f(\theta_2) + \theta_1\theta_2(\theta_2 - \theta_1)f(\theta_3)}{(\theta_1 - \theta_2)(\theta_2 - \theta_3)(\theta_3 - \theta_1)} \right] \quad (\text{II.71})$$

Se diferenciamos (II.65) com relação a  $\theta$  obtemos:

$$\frac{dh(\theta)}{d\theta} = 2D\theta + E \quad (\text{II.72})$$

obtendo-se o mínimo de  $h$  como:

$$\theta_{\min} = - \frac{E}{2D} \quad (\text{II.73})$$

$$D\theta_1^2 + E\theta_1 + G = f(\theta_1) \quad (\text{II.66})$$

$$D\theta_2^2 + E\theta_2 + G = f(\theta_2) \quad (\text{II.67})$$

$$D\theta_3^2 + E\theta_3 + G = f(\theta_3) \quad (\text{II.68})$$

A solução para essas equações leva a:

$$D = - \left[ \frac{(\theta_2 - \theta_3)f(\theta_1) + (\theta_3 - \theta_1)f(\theta_2) + (\theta_1 - \theta_2)f(\theta_3)}{(\theta_1 - \theta_2)(\theta_2 - \theta_3)(\theta_3 - \theta_1)} \right] \quad (\text{II.69})$$

$$E = - \left[ \frac{(\theta_2^2 - \theta_3^2)f(\theta_1) + (\theta_3^2 - \theta_1^2)f(\theta_2) + (\theta_1^2 - \theta_2^2)f(\theta_3)}{(\theta_1 - \theta_2)(\theta_2 - \theta_3)(\theta_3 - \theta_1)} \right] \quad (\text{II.70})$$

$$D = - \left[ \frac{\theta_2\theta_3(\theta_3 - \theta_2)f(\theta_1) + \theta_3\theta_1(\theta_1 - \theta_3)f(\theta_2) + \theta_1\theta_2(\theta_2 - \theta_1)f(\theta_3)}{(\theta_1 - \theta_2)(\theta_2 - \theta_3)(\theta_3 - \theta_1)} \right] \quad (\text{II.71})$$

Se diferenciamos (II.65) com relação a  $\theta$  obtemos:

$$\frac{dh(\theta)}{d\theta} = 2D\theta + E \quad (\text{II.72})$$

obtendo-se o mínimo de  $h$  como:

$$\theta_{\min} = - \frac{E}{2D} \quad (\text{II.73})$$

Substituindo (II.69) e (II.70) em (II.73) temos:

$$\theta_{min} = \frac{1}{2} \left[ \frac{(\theta_2^2 - \theta_3^2)f(\theta_1) + (\theta_3^2 - \theta_1^2)f(\theta_2) + (\theta_1^2 - \theta_2^2)f(\theta_3)}{(\theta_2 - \theta_3)f(\theta_1) + (\theta_3 - \theta_1)f(\theta_2) + (\theta_1 - \theta_2)f(\theta_3)} \right] \quad (\text{II.74})$$

O valor obtido da equação (II.74) é uma aproximação para o mínimo da função  $f(\theta)$ .

Na prática, para usar esta aproximação, assumimos conhecer um valor inicial da posição do ponto de mínimo,  $\theta^*$ , e selecionamos o comprimento do passo,  $l$ . Começamos pelos pontos:

$$\theta_1 = \theta^*; \quad \theta_2 = \theta^* + l \quad (\text{II.75})$$

e avaliamos  $f(\theta_1)$  e  $f(\theta_2)$ . Se  $f(\theta_1) < f(\theta_2)$  teremos o terceiro ponto  $\theta_3$  dado por:

$$\theta_3 = \theta^* - l \quad (\text{II.76})$$

Entretanto, se  $f(\theta_1) > f(\theta_2)$  nós obtemos  $\theta_3$  como:

$$\theta_3 = \theta^* + 2l \quad (\text{II.77})$$

Calculamos então  $f(\theta_3)$  e utilizamos a equação (II.74) para encontrar a próxima aproximação para o mínimo de  $f$ . O processo pode agora ser repetido para achar a nova aproximação do mínimo, podendo ser utilizada uma redução no comprimento do passo.

A interpolação quadrática tem um grande valor no caso de funções multiparâmetros, onde é freqüentemente necessário localizar o mínimo de  $f(\theta)$  nos pontos da linha  $\theta_0 + \lambda d$  onde  $\theta_0$  é um ponto dado e  $d$  especifica uma direção. Os



valores de  $f(\theta_0 + \lambda d)$  sobre esta linha são função de uma única variável  $\lambda$ . Por exemplo, se o mínimo da função

$$f(\theta) = (\theta_1^2 - \theta_2)^2 + (1 - \theta_1)^2 \quad (\text{II.78})$$

do ponto  $\theta_0 = [-2; -2]$  na direção  $d' = [1,00 ; 0,25]$  selecionamos o novo ponto  $\theta_1$  como:

$$\theta_1 = \theta_0 + \phi d \quad (\text{II.79})$$

e achamos o mínimo de  $\phi$ :  $\phi^*$ , que faz de  $f(\theta^1)$  um mínimo. Desde que  $f(\theta^1)$  igual a:

$$f(-2 + \phi, -2 + 0.25\phi) = [(-2 + \phi)^2 - (-2 + 0.25\phi)]^2 + [1 - (-2 + \phi)] \quad (\text{II.80})$$

nós precisamos achar o valor de  $\phi$  que minimize (II.80). A interpolação quadrática pode ser utilizada para achar  $\phi^*$ .

### II.3.2. Método de pesquisa direta para funções multiparâmetros

Muitos métodos de pesquisa direta para determinação do mínimo de uma função com mais de um parâmetro foram propostos, mas vamos considerar somente um denominado *simplex*, originalmente descrito por Spendley, Hext e Himsworth (1962) e posteriormente desenvolvido por Nelder e Mead (1965). O *simplex* é uma figura geométrica formada por um conjunto de  $m+1$  pontos num espaço  $m$ -dimensional. Quando os pontos são equidistantes o *simplex* é considerado regular em duas dimensões (consistindo em um triângulo) e em três direções (tetraedro).

A idéia básica do método *simplex* consiste em comparar os valores da função objetivo em  $m+1$  vértices e mover gradualmente na direção do mínimo durante o processo de interação. A técnica original mantinha o *simplex* regular em cada estágio mas foram introduzidas modificações incluindo a transformação do *simplex* em não

regular de forma a aumentar o poder e a eficiência do método. Os movimentos do *simplex* em direção ao mínimo são obtido através de três operações básicas, ou seja, reflexão, contração e expansão. Começamos com  $m+1$  pontos,  $\theta_1; \theta_2; \dots; \theta_{m+1}$  e avaliamos a função em cada um para obter  $f_i = f(\theta_i) i = 1; \dots; m+1$ . Suponha que o maior valor é  $f_n$  correspondente ao vértice  $\theta_n$ . Podemos mover refletindo  $\theta_n$  na face oposta do *simplex* para obter o ponto  $\theta_r$  que será utilizado na construção do novo *simplex*. Matematicamente o ponto de reflexão é dado por:

$$\theta_r = (1 + \alpha)\theta_0 - \alpha\theta_n \quad (\text{II.81})$$

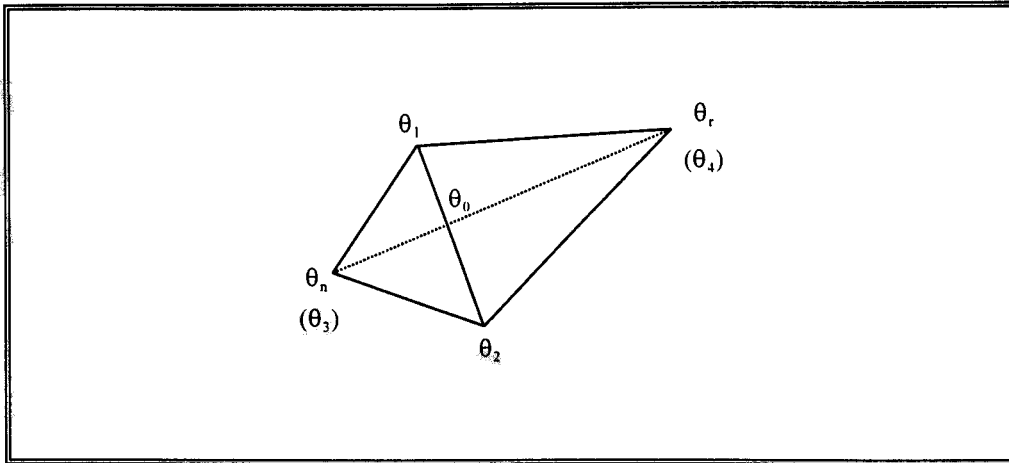
onde:  $\theta_0$  é a centróide de todos os pontos com exceção de  $\theta_n$ , isto é,

$$\theta_0 = \frac{1}{m} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^{m+1} \theta_i \quad (\text{II.82})$$

e  $\alpha$  é o coeficiente de reflexão definido como:

$$\alpha = \frac{\text{distância entre } \theta_r \text{ e } \theta_0}{\text{distância entre } \theta_n \text{ e } \theta_0} \quad (\text{II.83})$$

O ponto refletido  $\theta_r$  estará localizado sobre a linha de ligação de  $\theta_n$  e  $\theta_0$ , conforme ilustrado na Figura II.7. Os pontos  $\theta_1; \theta_2$  e  $\theta_3$  formam o *simplex* original e os pontos  $\theta_1; \theta_2$  e  $\theta_4$  formam o novo.



**Figura II.7 - Passos da reflexão do método *simplex* de minimização**

Desde que a direção do movimento do *simplex* é sempre oposta ao maior valor da função, a aplicação repetida do processo leva a um zig-zag na direção do mínimo.

Se somente o processo de reflexão é utilizado para alcançar o mínimo de uma função, podem ser encontradas dificuldades, por exemplo, quando caminha para um vale e o valor da função objetivo para  $\theta_r$  e  $\theta_n$  são iguais. Este problema pode ser resolvido utilizando os processos de expansão e contração. Se o processo de reflexão leva a um ponto  $\theta_r$  no qual  $f(\theta_r) > f(\theta_i)$  para todo  $i$  exceto  $i = n$  então o *simplex* é contraído na direção  $\theta_r$  a  $\theta_0$  até encontrar o melhor ponto para retornar ao procedimento de reflexão. Alternativamente, se o processo de reflexão encontra um novo mínimo, pode ser que o valor da função possa ser reduzido continuando na direção  $\theta_0$  para  $\theta_r$ , ou seja, expandindo o *simplex*.

O critério de convergência geralmente utilizado com o método *simplex* consiste em determinar quando o desvio padrão dos valores da função em  $m + 1$  vértices seja menor que o valor do erro experimental  $\varepsilon$ .

$$\left\{ \frac{\sum_{i=1}^{m+1} [f(\theta_i) - f(\theta_0)]^2}{m+1} \right\}^{1/2} < \varepsilon \quad (\text{II.84})$$

## **CAPÍTULO III**

### **MATERIAIS E MÉTODOS**

### III.1. INTRODUÇÃO

Para o estabelecimento do desempenho operacional de equipamentos utilizados nas unidades que efetuam o processamento de minérios com o objetivo de separar ou concentrar determinados elementos ou minerais torna-se essencial o conhecimento do balanço das massas envolvidas. Entretanto, é reconhecida a complexidade das amostragens para determinação das massas em determinados fluxos de um circuito de concentração ou purificação de elementos, devido às dificuldades de acesso, ao grande volume manuseado e aos erros significativos do processo de manuseio. Por outro lado, as amostragens para determinação dos teores de elementos ou compostos é relativamente simples.

Nestas condições, a aplicação do método matemático desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al.* (1994), que permite o ajuste do balanço de massa com base somente nas análises físicas ou químicas das diversas frações torna-se de fundamental importância. O objetivo do método é fornecer estimativas das análises associadas às relações de massas das diversas frações, de forma a harmonizar os dados, minimizando as expectativas de erros entre os valores ajustados e os reais que são desconhecidos. Este método conduz a resultados plenamente satisfatórios e constitui um instrumento extremamente útil para técnicos e engenheiros na avaliação de rendimentos ou eficiências de uma variada gama de processos de transformação, separação ou concentração de elementos ou minerais.

Embora o método seja baseado em relações matemáticas relativamente simples, os cálculos requeridos para determinação dos rendimentos de cada etapa e para cada um dos elementos de interesse podem ser extremamente trabalhosos e até mesmo impraticáveis sem o auxílio de computadores. Assim, foram desenvolvidos programas específicos em Visual Basic adaptados para serem executados em ambiente Windows Excel versão 7.0, em microcomputadores contendo microprocessador 80486 ou mais avançado, de 16 megabytes de memória RAM ou superior, contemplando diferentes alternativas de circuitos.

Neste capítulo, serão apresentados o desenvolvimento das equações para diferentes tipos de circuitos, os programas computacionais e a metodologia para avaliação da eficiência do método de ajuste de balanço de massa.

### III.2. PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO NUM ÚNICO ESTÁGIO

O fluxograma básico de um processo de concentração em um único estágio está esquematizado na Figura III.1. Nesta figura estão representados os fluxos de alimentação, concentrado e rejeito com as massas  $w_1$ ;  $w_2$  e  $w_3$ , respectivamente, contendo os elementos de interesse ou de controle com teores de  $c_{1i}$ ;  $c_{2i}$  e  $c_{3i}$ .

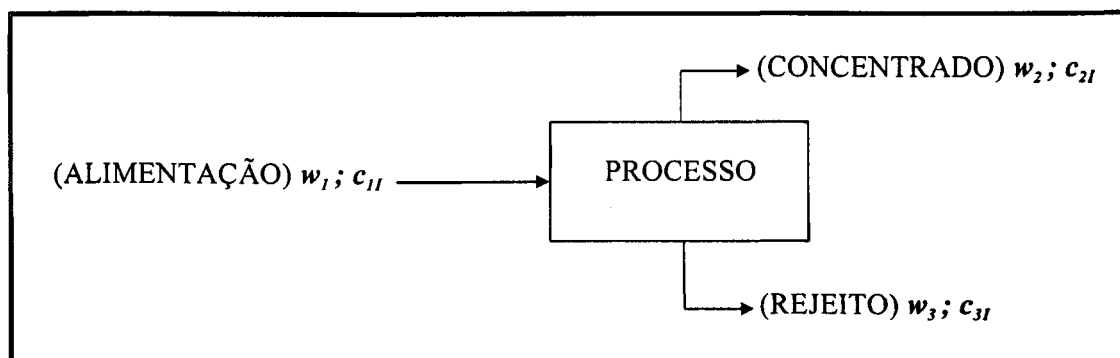


Figura III.1 - Fluxograma do processo de concentração num único estágio

#### III.2.1. Desenvolvimento das equações

A partir da equação (II.40) e considerando as matrizes e vetores das equações (II.24); (II.26) e (II.27), apresenta-se o desenvolvimento do método aplicado para  $n$  componente ( $i$ ).

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} \delta_{1j}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{1j}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{1j}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ -w_2 \\ -w_3 \end{bmatrix} \cdot \left[ w_1 - w_2 - w_3 \right] \cdot \begin{bmatrix} \delta_{1j}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{1j}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{1j}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ -w_2 \\ -w_3 \end{bmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \left[ w_1 - w_2 - w_3 \right] \cdot \begin{bmatrix} c_{1i} \\ c_{2i} \\ c_{3i} \end{bmatrix}$$

O desenvolvimento deste cálculo é apresentado a seguir:

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 w_1 \\ -\sigma_{2i}^2 w_2 \\ -\sigma_{3i}^2 w_3 \end{bmatrix} \cdot \left[ \sigma_{1i}^2 w_1 - \sigma_{2i}^2 w_2 - \sigma_{3i}^2 w_3 \right] \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ -w_2 \\ -w_3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot [w_1 c_{1i} - w_2 c_{2i} - w_3 c_{3i}]$$

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 w_1 \\ -\sigma_{2i}^2 w_2 \\ -\sigma_{3i}^2 w_3 \end{bmatrix} \cdot \left[ \sigma_{1i}^2 w_1^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2 \right]^{-1} \cdot [w_1 c_{1i} - w_2 c_{2i} - w_3 c_{3i}]$$

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} (\sigma_{1i}^2 w_1) / (\sigma_{1i}^2 w_1^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2) \\ -(\sigma_{2i}^2 w_2) / (\sigma_{1i}^2 w_1^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2) \\ -(\sigma_{3i}^2 w_3) / (\sigma_{1i}^2 w_1^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2) \end{bmatrix} \times [w_1 c_{1i} - w_2 c_{2i} - w_3 c_{3i}]$$

Onde se tem finalmente:

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} \left( (\sigma_{1i}^2 w_1) (w_1 c_{1i} - w_2 c_{2i} - w_3 c_{3i}) \right) / (\sigma_{1i}^2 w_1^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2) \\ - \left( (\sigma_{2i}^2 w_2) (w_1 c_{1i} - w_2 c_{2i} - w_3 c_{3i}) \right) / (\sigma_{1i}^2 w_1^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2) \\ - \left( (\sigma_{3i}^2 w_3) (w_1 c_{1i} - w_2 c_{2i} - w_3 c_{3i}) \right) / (\sigma_{1i}^2 w_1^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2) \end{bmatrix}$$

Na equação (II.13), considerando  $w_1 = 1$  (100%) temos:

$$w_3 = 1 - w_2 \quad (\text{III.1})$$

De onde se tem:

$$\delta_i = - \left[ \begin{array}{l} \left( \sigma_{1i}^2 \right) \left( c_{1i} - w_2 c_{2i} - (1 - w_2) c_{3i} \right) / \left( \sigma_{1i}^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 (1 - w_2)^2 \right) \\ - \left( \sigma_{2i}^2 w_2 \right) \left( c_{1i} - w_2 c_{2i} - (1 - w_2) c_{3i} \right) / \left( \sigma_{1i}^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 (1 - w_2)^2 \right) \\ - \left( \sigma_{3i}^2 (1 - w_2) \right) \left( c_{1i} - w_2 c_{2i} - (1 - w_2) c_{3i} \right) / \left( \sigma_{1i}^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 (1 - w_2)^2 \right) \end{array} \right]$$

No caso de um processo em um único estágio e considerando os elementos A, B e C controlados temos:

$$\delta_{1A} = - \frac{\sigma_{1A}^2 \left( c_{1A} - w_2 c_{2A} - (1 - w_2) c_{3A} \right)}{\sigma_{1A}^2 + \sigma_{2A}^2 w_2^2 + \sigma_{3A}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{1A} - c_{1A} \quad (\text{III.2})$$

$$\delta_{1B} = - \frac{\sigma_{1B}^2 \left( c_{1B} - w_2 c_{2B} - (1 - w_2) c_{3B} \right)}{\sigma_{1B}^2 + \sigma_{2B}^2 w_2^2 + \sigma_{3B}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{1B} - c_{1B} \quad (\text{III.3})$$

$$\delta_{1C} = - \frac{\sigma_{1C}^2 \left( c_{1C} - w_2 c_{2C} - (1 - w_2) c_{3C} \right)}{\sigma_{1C}^2 + \sigma_{2C}^2 w_2^2 + \sigma_{3C}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{1C} - c_{1C} \quad (\text{III.4})$$

$$\delta_{2A} = \frac{\sigma_{2A}^2 w_2 \left( c_{1A} - w_2 c_{2A} - (1 - w_2) c_{3A} \right)}{\sigma_{1A}^2 + \sigma_{2A}^2 w_2^2 + \sigma_{3A}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{2A} - c_{2A} \quad (\text{III.5})$$



$$\delta_{2B} = \frac{\sigma_{2B}^2 w_2 \left( (c_{1B} - w_2 c_{2B} - (1 - w_2) c_{3B}) \right)}{\sigma_{1B}^2 + \sigma_{2B}^2 w_2^2 + \sigma_{3B}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{2B} - c_{2B} \quad (\text{III.6})$$

$$\delta_{2C} = \frac{\sigma_{2C}^2 w_2 \left( (c_{1C} - w_2 c_{2C} - (1 - w_2) c_{3C}) \right)}{\sigma_{1C}^2 + \sigma_{2C}^2 w_2^2 + \sigma_{3C}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{2C} - c_{2C} \quad (\text{III.7})$$

$$\delta_{3A} = \frac{\sigma_{3A}^2 (1 - w_2) \left( (c_{1A} - w_2 c_{2A} - (1 - w_2) c_{3A}) \right)}{\sigma_{1A}^2 + \sigma_{2A}^2 w_2^2 + \sigma_{3A}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{3A} - c_{3A} \quad (\text{III.8})$$

$$\delta_{3B} = \frac{\sigma_{3B}^2 (1 - w_2) \left( (c_{1B} - w_2 c_{2B} - (1 - w_2) c_{3B}) \right)}{\sigma_{1B}^2 + \sigma_{2B}^2 w_2^2 + \sigma_{3B}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{3B} - c_{3B} \quad (\text{III.9})$$

$$\delta_{3C} = \frac{\sigma_{3C}^2 (1 - w_2) \left( (c_{1C} - w_2 c_{2C} - (1 - w_2) c_{3C}) \right)}{\sigma_{1C}^2 + \sigma_{2C}^2 w_2^2 + \sigma_{3C}^2 (1 - w_2)^2} = \hat{c}_{3C} - c_{3C} \quad (\text{III.10})$$

Substituindo os valores das variáveis A, B e C nas equações (III.2) a (III.10), obtém-se os valores de  $\delta_{ij}$  para cada fluxo e cada elemento de controle. A função objetivo  $J$ , definida na equação (II.23), é então calculada para cada valor atribuído à massa do fluxo 2 ( $w_2$ ). O valor  $w_2$  que minimiza a função  $J$  representa a melhor solução para o balanço de massa deste circuito. Nessas condições, os respectivos valores de  $\delta_{ij}$  representam as correções nos valores analisados para os teores dos elementos A, B e C permitindo a obtenção de valores ajustados para esses teores.

### III.2.2. Programa de cálculo

Para o processamento dos cálculos requeridos por este método foi desenvolvido um programa específico para ser processado em microcomputador pessoal com ambiente Windows Excel, versão 7.0.

Foram utilizadas quatro pastas da planilha. Na pasta **DADOS**, apresentada na Figura III.2, estão contidas as instruções de utilização do programa e o quadro 1 de entrada de dados. São requeridos como dados de entrada apenas os teores dos elementos A, B e C e as suas respectivas variâncias.

**INSTRUÇÕES PARA UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO DO  
BALANÇO DE MASSA EM UM ÚNICO ESTÁGIO**

1. Lançar no Quadro 1 os valores das análises químicas dos elementos A; B e C efetuadas sobre amostras coletadas na ALIMENTAÇÃO, CONCENTRADO e REJEITO da planta.
2. Lançar nas células G4 a I6 da pasta CÁLCULO os valores das variâncias das análises químicas dos elementos A, B e C nas amostras da ALIMENTAÇÃO, CONCENTRADO e REJEITO.
3. Acionar a MACRO Ctrl + a ou clicar com o mouse o Botão Acionar Cálculo.
4. O balanço de massa será apresentado na pasta BALANÇO, com todos os teores corrigidos para o valor mais provável e as distribuições de massa estarão calculadas para o "valor ótimo".
5. Para executar nova seqüência de cálculo, RETORNE ao QUADRO 1, chamando a pasta DADOS.

	Alimentação	Concentrado	Rejeito
A			
B			
C			

Acionar cálculo
Ctrl a

**Figura III.2 - Pasta DADOS do programa de ajuste de balanço de massa para um processo de concentração em um único estágio**

Na pasta **CÁLCULO**, são realizadas todas as operações necessárias ao ajuste do balanço de massa. Nas células G4 a I6 são colocadas as variâncias estimadas para cada elemento analisado em cada um dos fluxos.

A coluna A 10..A 1000 foi preenchida com as massas atribuídas para  $w_2$  com passo de 0,001 para garantir a precisão do cálculo de  $J_{\text{mínimo}}$ . Nas colunas B a J foram colocadas as equações (III.2) a (III.10), respectivamente. Na coluna K encontra-se a equação (II.23) para o cálculo do valor da função objetivo  $J$ . Um desenho esquemático da pasta CÁLCULO está apresentado na Figura III.3.

Ao acionar a macro *cálculo* (Ctrl + a), os dados de entrada são transferidos para as células C4 a E6 e os valores de  $J$  são calculados para cada valor atribuído a  $w_2$ . Pelo método de pesquisa direta, o programa localiza o valor de  $w_2$  que minimiza a função  $J$  e representa a melhor solução para o balanço de massa deste circuito. Para este valor, o programa identifica os valores de  $\delta$ , corrige as análises químicas, calcula a distribuição de massa e as recuperações dos elementos e envia os resultados para a pasta BALANÇO.

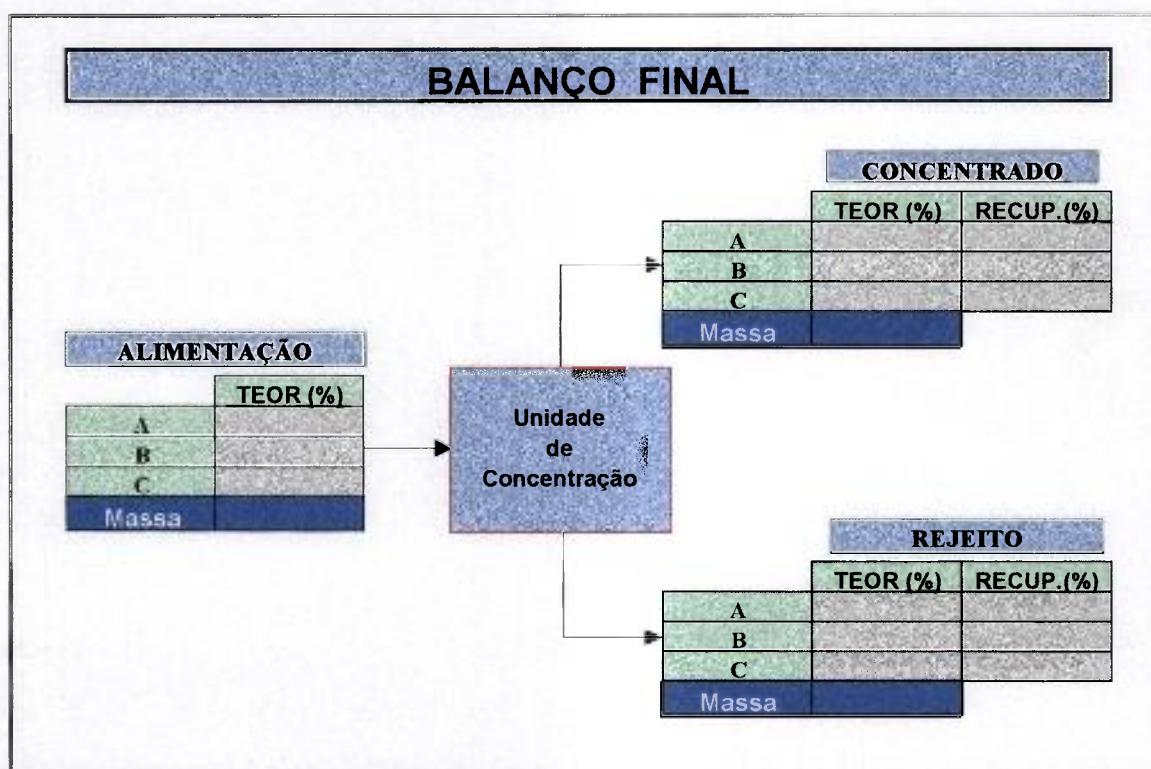
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	Dados de entrada				Variância						
3	Elem.	Alim.	Conc.	Rej.	Elem.	Alim.	Conc.	Rej.			
4	A				A						
5	B				B						
6	C				C						
7											
8	Equações										
9	Massa	(III.8)	(III.9)	(III.10)	(III.11)	(III.12)	(III.13)	(III.14)	(III.15)	(II.23)	
10	0,001	(III.8)	(III.9)	(III.10)	(III.11)	(III.12)	(III.13)	(III.14)	(III.15)	(II.23)	
.	.	(III.8)	(III.9)	(III.10)	(III.11)	(III.12)	(III.13)	(III.14)	(III.15)	(II.23)	
.	.	(III.8)	(III.9)	(III.10)	(III.11)	(III.12)	(III.13)	(III.14)	(III.15)	(II.23)	
999	0,989	(III.8)	(III.9)	(III.10)	(III.11)	(III.12)	(III.13)	(III.14)	(III.15)	(II.23)	
1000	0,990	(III.8)	(III.9)	(III.10)	(III.11)	(III.12)	(III.13)	(III.14)	(III.15)	(II.23)	

**Figura III.3 - Desenho esquemático da pasta CÁLCULO do programa de ajuste de balanço de massa para um processo de concentração em um único estágio**

A Figura III.4 mostra a pasta **BALANÇO** onde os dados ajustados e as massas estimadas em termos percentuais para os diversos fluxos são apresentados.

Na pasta **MÓDULO 1** encontram-se as macros, em **VISUAL BASIC**, necessárias à execução dos cálculos de ajuste e transferência de dados.

No Anexo I encontra-se a listagem deste programa. Considerando a extensão e a repetição das equações ao longo das células da planilha, com alterações somente nas células de referência, a pasta **CÁLCULO** está apresentada de forma reduzida.



**Figura III.4 - Pasta BALANÇO do programa de ajuste de balanço de massa para um processo de concentração em um único estágio**

### III.3. PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS - CIRCUITOS TIPO “ROUGHER/CLEANER” OU “ROUGHER/SCAVENGER”

Um processo de concentração em dois estágios pode ser esquematizado conforme apresentado na Figura III.5, onde  $w_j$  é a massa do fluxo  $j$  e  $c_{ji}$  é o teor ou concentração do elemento ou composto  $i$  no fluxo  $j$ .

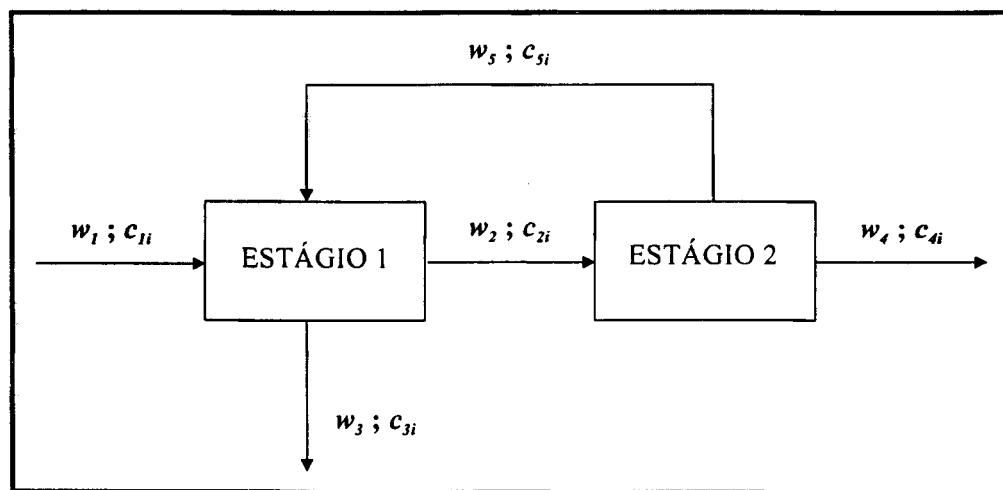


Figura III.5 - Representação esquemática de um processo de concentração em dois estágios

#### III.3.1. Desenvolvimento das equações

Considerando  $w_1 = 1$  (alimentação unitária ou 100%) tem-se:

$$1 - w_2 - w_3 + 0 + w_5 = 0 \quad (\text{III.11})$$

$$0 + w_2 + 0 - w_4 - w_5 = 0 \quad (\text{III.12})$$

Considerando os erros intrínsecos aos métodos analíticos, associados a eventuais erros nos procedimentos de análise, os valores mais prováveis de  $\hat{c}_{ji}$  podem ser expressos como:

$$\hat{c}_{ji} = c_{ji} + \delta_{ji} \quad (\text{III.13})$$

onde:  $c_{ji}$  é o valor medido para o teor do elemento genérico  $i$  no fluxo  $j$  e

$\delta_{ji}$  é o erro associado à medida de  $c_{ji}$ .

As equações do balanço metalúrgico podem então ser escritas como:

$$\hat{c}_{1i} - w_2 \cdot \hat{c}_{2i} - w_3 \cdot \hat{c}_{3i} + w_5 \cdot \hat{c}_{5i} = 0 \quad (\text{III.14})$$

$$w_2 \cdot \hat{c}_{2i} - w_4 \cdot \hat{c}_{4i} - w_5 \cdot \hat{c}_{5i} = 0 \quad (\text{III.15})$$

Para este circuito temos:

$$|M_i| = \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2i}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{4i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{5i}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

O balanço de massa estabelece como restrição que:

$$[B] \cdot \hat{C}_i = 0 \quad (\text{III.17})$$

onde:

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 - w_2 & -w_3 & 0 & +w_5 \\ 0 & +w_2 & 0 & -w_4 & -w_5 \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

$$\hat{C}_i = \begin{bmatrix} \hat{c}_{1i} \\ \hat{c}_{2i} \\ \hat{c}_{3i} \\ \hat{c}_{4i} \\ \hat{c}_{5i} \end{bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

$$\delta_i = \begin{bmatrix} \delta_{1i} \\ \delta_{2i} \\ \delta_{3i} \\ \delta_{4i} \\ \delta_{5i} \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

Desenvolvendo a equação (II.40) para este caso, temos:

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2i}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{4i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{5i}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -w_2 & +w_2 \\ -w_3 & 0 \\ 0 & -w_4 \\ +w_5 & -w_5 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -w_2 - w_3 & 0 & +w_5 \\ 0 & +w_2 & 0 & -w_4 - w_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2i}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{4i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{5i}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ -w_2 & +w_2 \\ -w_3 & 0 \\ 0 & -w_4 \\ +w_5 & -w_5 \end{bmatrix}^{-1} \times$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -w_2 & -w_3 & 0 & +w_5 \\ 0 & +w_2 & 0 & -w_4 & -w_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{1i} \\ c_{2i} \\ c_{3i} \\ c_{4i} \\ c_{5i} \end{bmatrix}$$

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} +\sigma_{1i}^2 & 0 \\ -\sigma_{2i}^2 w_2 & +\sigma_{2i}^2 w_2 \\ -\sigma_{3i}^2 w_3 & 0 \\ 0 & -\sigma_{4i}^2 w_4 \\ +\sigma_{5i}^2 w_5 & -\sigma_{5i}^2 w_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 & -\sigma_{2i}^2 w_2 & -\sigma_{3i}^2 w_3 & 0 & +\sigma_{5i}^2 w_5 \\ 0 & +\sigma_{2i}^2 w_2 & 0 & -\sigma_{4i}^2 w_4 & -\sigma_{5i}^2 w_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -w_2 & +w_2 \\ -w_3 & 0 \\ 0 & -w_4 \\ +w_5 & -w_5 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} (c_{1i} - c_{2i} w_2 - c_{3i} w_3 + c_{5i} w_5) \\ (c_{2i} w_2 - c_{4i} w_4 - c_{5i} w_5) \end{bmatrix}$$

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} +\sigma_{1i}^2 & 0 \\ -\sigma_{2i}^2 w_2 & +\sigma_{2i}^2 w_2 \\ -\sigma_{3i}^2 w_3 & 0 \\ 0 & -\sigma_{4i}^2 w_4 \\ +\sigma_{5i}^2 w_5 & -\sigma_{5i}^2 w_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (\sigma_{1i}^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2 + \sigma_{5i}^2 w_5^2)(-\sigma_{2i}^2 w_2^2 - \sigma_{5i}^2 w_5^2) \\ (-\sigma_{2i}^2 w_2^2 - \sigma_{5i}^2 w_5^2)(\sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{4i}^2 w_4^2 + \sigma_{5i}^2 w_5^2) \end{bmatrix}^{-1} \times$$

$$\begin{bmatrix} (c_{1i} - c_{2i} w_2 - c_{3i} w_3 + c_{5i} w_5) \\ (c_{2i} w_2 - c_{4i} w_4 - c_{5i} w_5) \end{bmatrix}$$

Fazendo:

$$A = (\sigma_{1i}^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2 + \sigma_{5i}^2 w_5^2);$$

$$B = C = (-\sigma_{2i}^2 w_2^2 - \sigma_{5i}^2 w_5^2);$$

$$D = (\sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{4i}^2 w_4^2 + \sigma_{5i}^2 w_5^2)$$



Temos:

$$\delta_i = - \begin{bmatrix} +\sigma_{1i}^2 & 0 \\ -\sigma_{2i}^2 w_2 & +\sigma_{2i}^2 w_2 \\ -\sigma_{3i}^2 w_3 & 0 \\ 0 & -\sigma_{4i}^2 w_4 \\ +\sigma_{5i}^2 w_5 & -\sigma_{5i}^2 w_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D/(AD-BC) & -B/(AD-BC) \\ -C/(AD-BC) & A/(AD-BC) \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} (c_{1i} - c_{2i}w_2 - c_{3i}w_3 + c_{5i}w_5) \\ (c_{2i}w_2 - c_{4i}w_4 - c_{5i}w_5) \end{bmatrix}$$

De onde se tem:

$$-\delta_{1i} = \frac{\sigma_{1i}^2 \cdot (c_{1i} - c_{2i}w_2 - c_{3i}w_3 + c_{5i}w_5) \cdot D}{AD - BC} - \frac{\sigma_{1i}^2 \cdot (c_{2i}w_2 - c_{4i}w_4 - c_{5i}w_5) \cdot B}{AD - BC} \quad (\text{III.21})$$

$$-\delta_{2i} = \frac{\sigma_{2i}^2 w_2 \cdot (c_{2i}w_2 - c_{4i}w_4 - c_{5i}w_5) \cdot (A+B)}{AD - BC} - \frac{\sigma_{2i}^2 w_2 \cdot (c_{1i} - c_{2i}w_2 - c_{3i}w_3 + c_{5i}w_5) \cdot (C+D)}{AD - BC} \quad (\text{III.22})$$

$$-\delta_{3i} = \frac{\sigma_{3i}^2 w_3 \cdot (c_{2i}w_2 - c_{4i}w_4 - c_{5i}w_5) \cdot B}{AD - BC} - \frac{\sigma_{3i}^2 w_3 \cdot (c_{1i} - c_{2i}w_2 - c_{3i}w_3 + c_{5i}w_5) \cdot D}{AD - BC} \quad (\text{III.23})$$

$$-\delta_{4i} = \frac{\sigma_{4i}^2 w_4 \cdot (c_{1i} - c_{2i}w_2 - c_{3i}w_3 + c_{5i}w_5) \cdot C}{AD - BC} - \frac{\sigma_{4i}^2 w_4 \cdot (c_{2i}w_2 - c_{4i}w_4 - c_{5i}w_5) \cdot A}{AD - BC} \quad (\text{III.24})$$

$$-\delta_{5i} = \frac{\sigma_{5i}^2 w_5 \cdot (c_{1i} - c_{2i}w_2 - c_{3i}w_3 + c_{5i}w_5) \cdot (C+D)}{AD - BC} - \frac{\sigma_{5i}^2 w_5 \cdot (c_{2i}w_2 - c_{4i}w_4 - c_{5i}w_5) \cdot (A+B)}{AD - BC} \quad (\text{III.25})$$

De acordo com as equações (III.11) e (III.12) podemos expressar as variáveis  $w_2$  e  $w_3$  em função das variáveis  $w_4$  e  $w_5$ :

$$w_2 = w_4 + w_5 \quad (\text{III.26})$$

$$w_3 = 1 - w_4 \quad (\text{III.27})$$

Considerando que os valores dos teores e das variâncias para todos os elementos são conhecidos (a partir das análises das amostras colhidas em todos os fluxos), verifica-se que os valores de  $\delta_{ji}$  serão função de  $w_4$  e  $w_5$ . A minimização da função objetivo  $J$  será então feita com 2 graus de liberdade, ou seja, considerando os pares de valores atribuídos a  $w_4$  e  $w_5$ .

Substituindo os valores das variáveis A, B, C e D nas equações (III.21) a (III.25), obtém-se os valores de  $\delta_{ij}$  para cada fluxo e cada elemento de controle. A função objetivo  $J$ , definida na equação (II.23), é então calculada para cada valor atribuído às massas dos fluxos 4 ( $w_4$ ) e 5 ( $w_5$ ). Os valores de  $w_4$  e  $w_5$  que minimizam a função  $J$  representam a melhor solução para o balanço de massa deste circuito. Nessas condições, os respectivos valores de  $\delta_{ij}$  representam as correções nos valores analisados para os teores dos elementos permitindo a obtenção de valores ajustados para esses teores.

### III.3.2. Programa de cálculo

Para o processamento dos cálculos requeridos ao ajuste do balanço de massa dos circuitos “rougher/cleaner” e “rougher/scavenger” foram desenvolvidos dois programas específicos para serem processados em microcomputador pessoal com ambiente Windows Excel, versão 7.0.

Nos dois programas foram utilizadas seis pastas da planilha. Na pasta **INSTRUÇÕES**, apresentada na Figura III.6, estão contidas as instruções de utilização dos programas.

**INSTRUÇÕES PARA UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO DO BALANÇO DE MASSA EM CIRCUITO "ROUGHER / CLEANER" OU "ROUGHER/SCAVENGER"**

1. Lançar na planilha "Dados" os teores de A, B e C determinados por análise química em amostras coletadas nos fluxos respectivos: ALIMENTAÇÃO INICIAL, CONCENTRADO FINAL, REJEITO FINAL, REJEITO DA FLOTAÇÃO "CLEANER"/"SCAVENGER" e CONCENTRADO DA FLOTAÇÃO "ROUGHER".
  
2. O primeiro passo para a determinação do balanço, consiste em determinar o mínimo da chamada Função J, em função da massa ESTIMADA para o REJEITO FINAL.  
Para se ter uma base inicial desta estimativa, pode-se utilizar o programa anterior, considerado apenas os teores dos fluxos de entrada (ALIMENTAÇÃO INICIAL) e saída (REJEITO FINAL e CONCENTRADO FINAL).
  
3. Após "determinar" um número-base para a massa do fluxo no REJEITO FINAL, proceder o cálculo dos valores da Função J, clicando o botão Acionar cálculo ou utilizando-se a tecla de atalho Ctrl + a.  
O programa "pedirá" uma estimativa para a massa do Rejeito Final, expressa em valores PERCENTUAIS, relativamente à ALIMENTAÇÃO INICIAL (tomada como 100%). Lançar o valor "pedido" e dar OK.  
O programa fará todos os cálculos e lançará na Tabela I, o valor da Função J para o conjunto das massas determinado para todos os fluxos, expressas em valores PERCENTUAIS da massa inicial (100%).  
  
Alternativamente, pode-se "pedir" ao programa que faça um cálculo automático para valores sucessivamente crescentes em relação ao valor inicialmente proposto. Neste caso, o programa efetuará os cálculos para acréscimos de, respectivamente, 0,01 - 0,02 - 0,03 - 0,04 - 0,05 e 0,06, e lançará os resultados na Tabela I. O comando para se acionar este cálculo é feito clicando-se o botão Calcular Tabela ou utilizando-se a tecla de atalho Ctrl + b.
  
4. Repetir o procedimento, clicando novamente Acionar cálculo com novos valores estimados para a massa do rejeito, até que o valor da Função J passe por um **MÍNIMO**.  
Para facilitar a visualização do J Mínimo, está indicado no topo da Tabela o menor valor da coluna **Função J Mínimo**.
  
5. Após "determinar" a massa do rejeito final que leva ao valor de **J Mínimo**, acionar através do botão Apresentar Balanço ou da tecla de atalho Ctrl + m a determinação do BALANÇO FINAL.  
Quando o programa "pedir" o valor da massa do rejeito final, lançar o valor "ótimo" determinado na etapa 4.
  
6. O BALANÇO DE MASSA será apresentado na tela, com todos os teores corrigidos para os valores mais prováveis e as distribuições dos elementos A, B e C estarão determinadas.
  
7. Para executar nova seqüência de cálculos, RETORNE ao fluxograma inicial, chamando a planilha "DADOS".
  
8. Para apagar todo o conteúdo da Tabela I, acionar o botão Apagar Tabela ou utilizar a tecla de atalho Ctrl + y.

**Figura III.6 - Pasta INSTRUÇÕES do programa de ajuste de balanço de massa para um processo de concentração em dois estágios**

Nas pastas DADOS, apresentadas nas Figuras III.6 e III.7, para os circuitos “rougher/cleaner” e “rougher/scavenger”, respectivamente, são requeridos como dados de entrada os teores dos elementos A, B e C nos fluxos dos circuitos. Ao acionar a macro *cálculo* (*Ctrl + a*), o programa solicita uma estimativa da massa do rejeito final,  $w_r$ . Esta estimativa pode ser obtida utilizando o programa desenvolvido para ajuste de balanço de massa num estágio, considerando o circuito global, ou seja, utilizando apenas os teores da alimentação, concentrado e rejeito final.

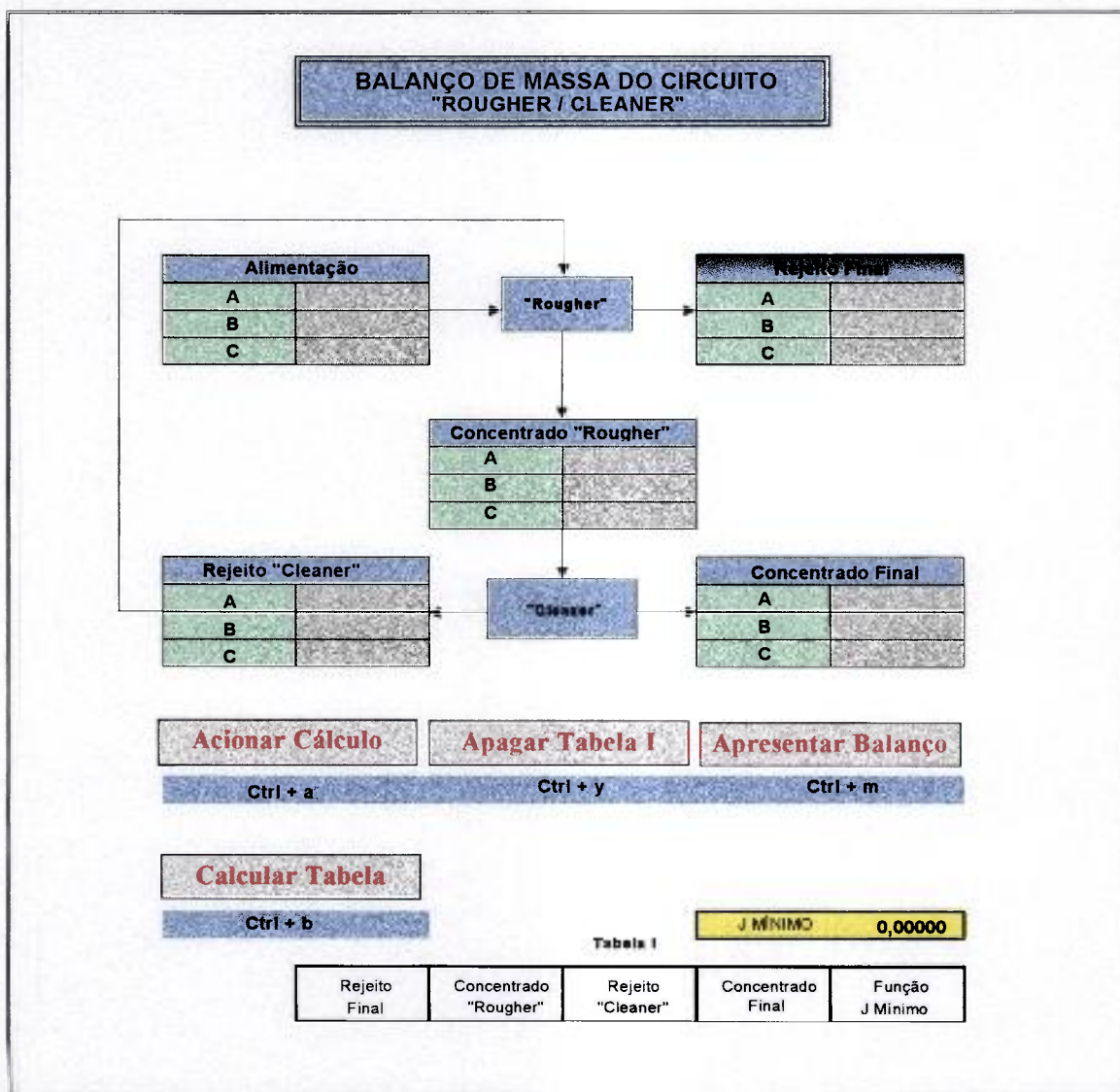
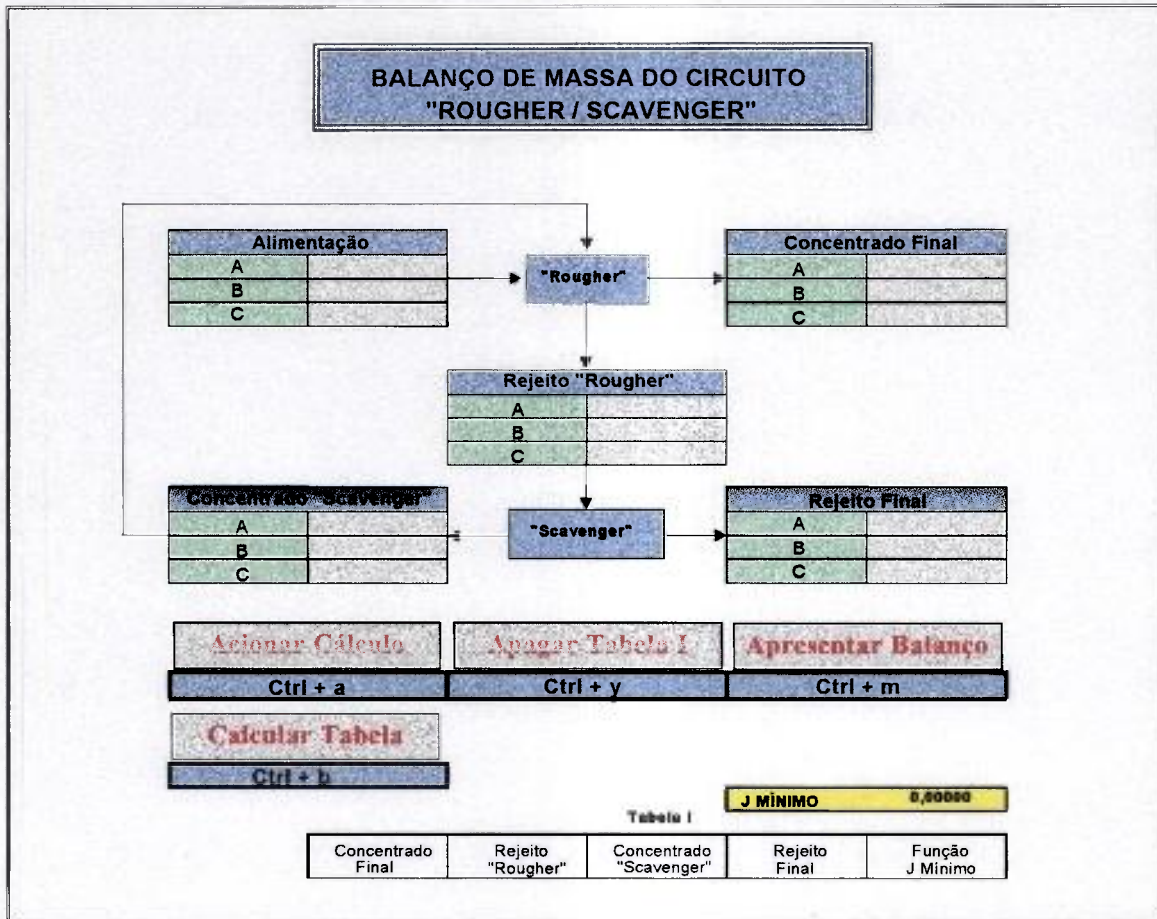


Figura III.7 - Pasta DADOS para o circuito de concentração “rougher/cleaner”





**Figura III.8 - Pasta DADOS para o circuito de concentração "rougher/scavenger"**

Na pasta CÁLCULO, são realizadas todas as operações necessárias ao ajuste do balanço de massa. Nas células K4 a O6 são colocadas as variâncias estimadas para cada elemento analisado em cada um dos fluxos.

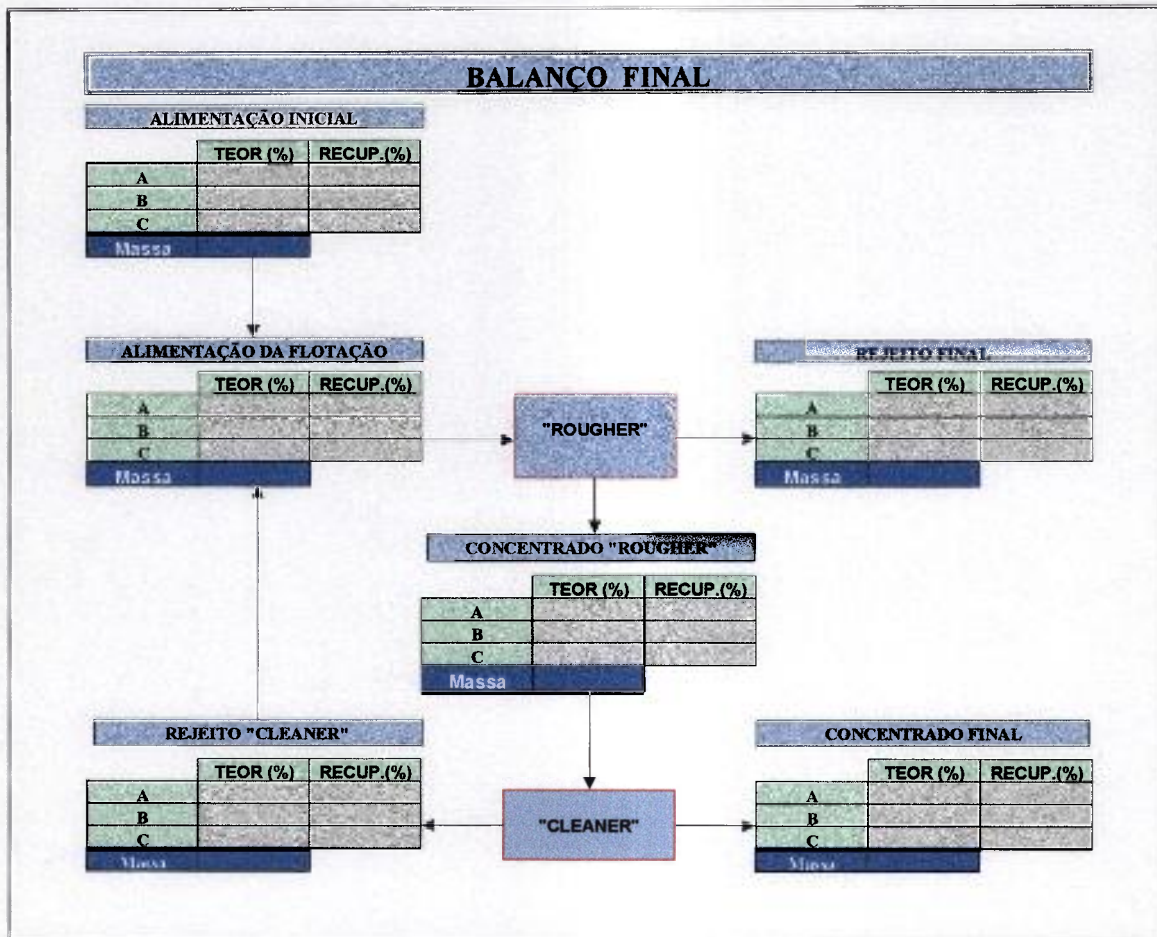
As colunas A 10..A 1000 , B 10..B 1000, C 10..C 1000, D 10..D 1000, foram preenchidas com os valores de  $w_2$ ,  $w_3$ ,  $w_4$  e  $w_5$ , respectivamente. Os valores de  $w_2$  e  $w_3$  são calculados em função de  $w_4$  e  $w_5$  segundo as equações (III.26) e (III.27). Nas colunas subsequentes foram colocadas as equações (III.21) a (III.25) para cada um dos elementos analisados. O programa efetua o cálculo da função  $J$  considerando os valores atribuídos a  $w_4$  pelo usuário e uma faixa de valores propostos para a massa  $w_5$ .

$w_5$ . O par de valores de  $w_4$  e  $w_5$  que minimiza a função  $J$ , identificado por pesquisa direta, representa a melhor solução para o balanço de massa deste circuito. Ao acionar a macro *apresentar balanço* (**Ctrl + M**) o programa solicita estes valores, identifica os valores de  $\delta_{ji}$  correspondentes, corrige as análises químicas, calcula a distribuição de massa e as recuperações dos elementos e envia os resultados para a pasta **BALANÇO**.

As Figuras III.9 e III.10 mostram as pastas **BALANÇO** para os circuitos “rougher/cleaner” e “rougher/scavenger”, respectivamente, onde os dados ajustados e as massas estimadas em termos percentuais para os diversos fluxos são apresentados.

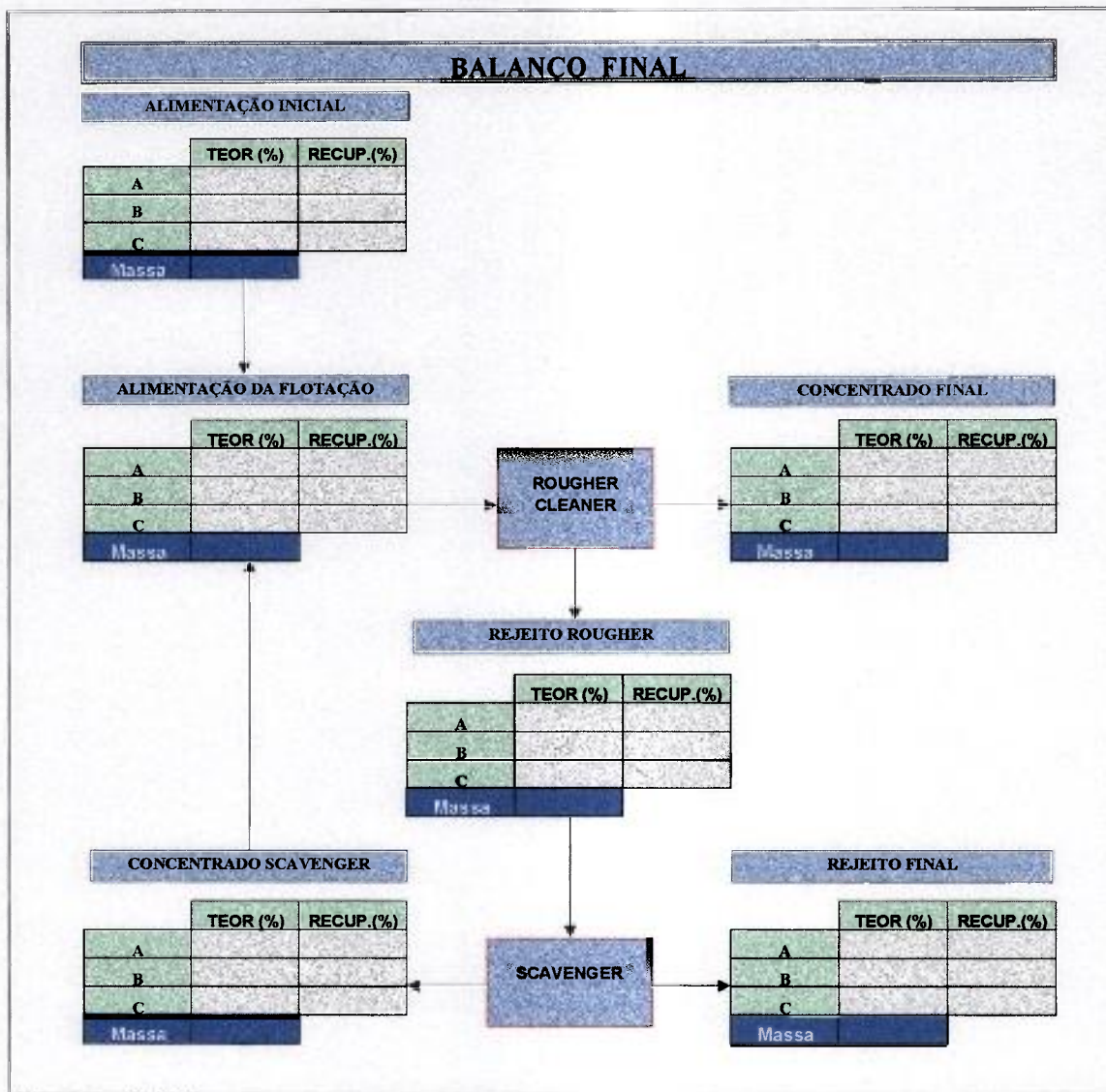
Nas pastas **MÓDULO 1** e **MÓDULO 2** encontram-se as macros, em **VISUAL BASIC**, necessárias à execução dos cálculos de ajuste e transferência de dados.

No Anexo II encontra-se a listagem destes programas. Considerando a repetição das equações com alterações somente na referência das células, a pasta **CÁLCULO** foi apresentada de forma resumida.



**Figura III.9 - Pasta BALANÇO do programa de ajuste de balanço de massa para o processo de concentração em um circuito tipo "rougher/cleaner"**





**Figura III.10 - Pasta BALANÇO do programa de ajuste de balanço de massa para o processo de concentração em um circuito tipo “rougher/scavenger”**



### III.4. PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO EM TRÊS ESTÁGIOS - CIRCUITO TIPO "ROUGHER/CLEANER/SCAVENGER"

Consideremos o circuito genérico apresentado na Figura III.11, constituído de três estágios de concentração e 7 fluxos, com recirculação de dois desses fluxos.

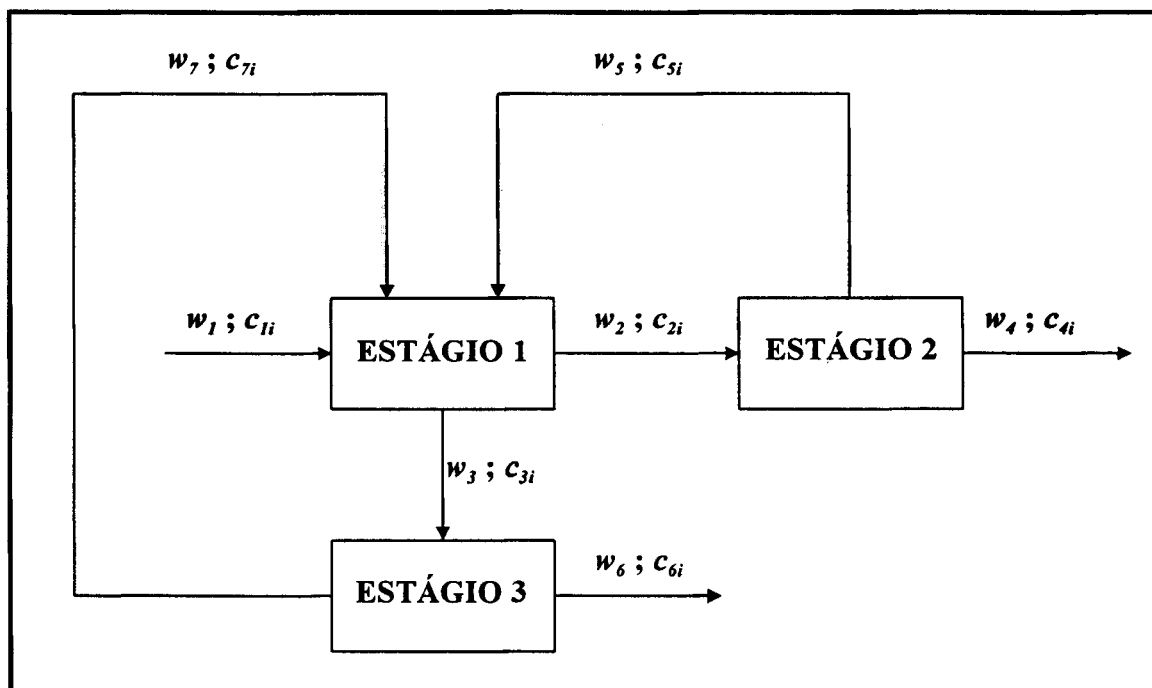


Figura III.11 - Desenho esquemático do processo de concentração em 3 estágios

#### III.4.1. Desenvolvimento das equações

Tomando  $w_1 = 1$  (alimentação unitária ou 100%), temos:

$$\text{Estágio 1: } 1 - w_2 - w_3 + 0 + w_5 + 0 + w_7 = 0 \quad (\text{III.28})$$

$$\text{Estágio 2: } 0 + w_2 + 0 - w_4 - w_5 + 0 + 0 = 0 \quad (\text{III.29})$$

$$\text{Estágio 3: } 0 + 0 + w_3 + 0 + 0 - w_6 - w_7 = 0 \quad (\text{III.30})$$

De forma análoga ao apresentado para o circuito com dois estágios, os valores mais prováveis de  $\hat{c}_{ji}$  podem ser expressos como:

$$\hat{c}_{ji} = c_{ji} + \delta_{ji} \quad (\text{III.31})$$

onde:  $c_{ji}$  é o valor medido para o teor do elemento genérico  $i$  no fluxo  $j$  e

$\delta_{ji}$  é o erro associado à medida de  $c_{ji}$ .

As equações do balanço metalúrgico podem então ser escritas como:

$$\hat{c}_{1i} - w_2 \cdot \hat{c}_{2i} - w_3 \cdot \hat{c}_{3i} + w_5 \cdot \hat{c}_{5i} + w_7 \cdot \hat{c}_{7i} = 0 \quad (\text{III.32})$$

$$w_2 \cdot \hat{c}_{2i} - w_4 \cdot \hat{c}_{4i} - w_5 \cdot \hat{c}_{5i} = 0 \quad (\text{III.33})$$

$$w_3 \cdot \hat{c}_{3i} - w_6 \cdot \hat{c}_{6i} - w_7 \cdot \hat{c}_{7i} = 0 \quad (\text{III.34})$$

Para este circuito temos:

$$|M_i| = \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2i}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3i}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{4i}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{5i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{6i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{7i}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.35})$$

O balanço de massa estabelece como restrição que:

$$[B] \cdot \hat{C}_i = 0 \quad (\text{III.36})$$

onde:

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & -w_2 & -w_3 & 0 & +w_5 & 0 & +w_7 \\ 0 & +w_2 & 0 & -w_4 & -w_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +w_3 & 0 & 0 & -w_6 & -w_7 \end{bmatrix} \quad (\text{III.37})$$

$$\hat{C}_i = \begin{bmatrix} \hat{c}_{1i} \\ \hat{c}_{2i} \\ \hat{c}_{3i} \\ \hat{c}_{4i} \\ \hat{c}_{5i} \\ \hat{c}_{6i} \\ \hat{c}_{7i} \end{bmatrix} \quad (\text{III.38})$$

$$\delta_i = \begin{bmatrix} \delta_{1i} \\ \delta_{2i} \\ \delta_{3i} \\ \delta_{4i} \\ \delta_{5i} \\ \delta_{6i} \\ \delta_{7i} \end{bmatrix} \quad (\text{III.39})$$

A partir dessas expressões, o desenvolvimento da equação (II.40) pode ser feito de maneira análoga ao demonstrado no item III.3.1.

As expressões para os valores de  $\delta_i$  nos diversos fluxos tornam-se extensas e complexas em função do maior número de fluxos. Para facilitar o entendimento, o desenvolvimento da equação (II.40), será apresentado em etapas.

$$[M_i] \cdot [B]^T = \begin{bmatrix} +\sigma_{1i}^2 & 0 & 0 \\ -\sigma_{2i}^2 w_2 & +\sigma_{2i}^2 w_2 & 0 \\ -\sigma_{3i}^2 w_3 & 0 & +\sigma_{3i}^2 w_3 \\ 0 & -\sigma_{4i}^2 w_4 & 0 \\ +\sigma_{5i}^2 w_5 & -\sigma_{5i}^2 w_5 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_{6i}^2 w_6 \\ +\sigma_{7i}^2 w_7 & 0 & -\sigma_{7i}^2 w_7 \end{bmatrix}$$

$$[B] \cdot [c_i] = \begin{bmatrix} (c_1 - c_2 w_2 - c_3 w_3 + c_5 w_5 + c_7 w_7) \\ (c_2 w_2 - c_4 w_4 - c_5 w_5) \\ (c_3 w_3 - c_6 w_6 - c_7 w_7) \end{bmatrix}$$

Fazendo:

$$X = c_1 - c_2 w_2 - c_3 w_3 + c_5 w_5 + c_7 w_7$$

$$Y = c_2 w_2 - c_4 w_4 - c_5 w_5$$

$$Z = c_3 w_3 - c_6 w_6 - c_7 w_7$$

$$[M_i] \cdot [B] = \begin{bmatrix} \sigma_{1i}^2 & -\sigma_{2i}^2 w_2 & -\sigma_{3i}^2 w_3 & 0 & +\sigma_{5i}^2 w_5 & 0 & +\sigma_{7i}^2 w_7 \\ 0 & +\sigma_{2i}^2 w_2 & 0 & -\sigma_{4i}^2 w_4 & -\sigma_{5i}^2 w_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +\sigma_{3i}^2 w_3 & 0 & 0 & -\sigma_{6i}^2 w_6 & -\sigma_{7i}^2 w_7 \end{bmatrix}$$

$$[B] \cdot [M_i] \cdot [B]^T = \begin{bmatrix} (\sigma_{1i}^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2 + \sigma_{5i}^2 w_5^2 + \sigma_{7i}^2 w_7^2) & (-\sigma_{2i}^2 w_2^2 - \sigma_{5i}^2 w_5^2) & (-\sigma_{3i}^2 w_3^2 - \sigma_{7i}^2 w_7^2) \\ (-\sigma_{2i}^2 w_2^2 - \sigma_{5i}^2 w_5^2) & (\sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{4i}^2 w_4^2 + \sigma_{5i}^2 w_5^2) & 0 \\ (-\sigma_{3i}^2 w_3^2 - \sigma_{7i}^2 w_7^2) & 0 & (\sigma_{3i}^2 w_3^2 + \sigma_{6i}^2 w_6^2 + \sigma_{7i}^2 w_7^2) \end{bmatrix}$$

Fazendo:

$$A = \sigma_{1i}^2 + \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{3i}^2 w_3^2 + \sigma_{5i}^2 w_5^2 + \sigma_{7i}^2 w_7^2$$

$$B = -\sigma_{2i}^2 w_2^2 - \sigma_{5i}^2 w_5^2$$

$$C = -\sigma_{3i}^2 w_3^2 - \sigma_{7i}^2 w_7^2$$

$$D = \sigma_{2i}^2 w_2^2 + \sigma_{4i}^2 w_4^2 + \sigma_{5i}^2 w_5^2$$

$$E = \sigma_{3i}^2 w_3^2 + \sigma_{6i}^2 w_6^2 + \sigma_{7i}^2 w_7^2$$

$$[B] \cdot [M_i] \cdot [B]^T \Big|^{-1} = \begin{bmatrix} +(D \cdot E) / M & -(B \cdot E) / M & -(C \cdot D) / M \\ -(B \cdot E) / M & +(A \cdot E - C^2) / M & +(B \cdot C) / M \\ -(C \cdot D) / M & +(B \cdot C) / M & +(A \cdot D - B^2) / M \end{bmatrix}$$

$$\text{Onde: } M = (A \cdot D \cdot E - B^2 \cdot E - C^2 \cdot D)$$

Utilizando essas expressões, obtemos as seguintes equações para  $\delta_i$  nos sete fluxos:

$$-\delta_{1i} = \frac{\sigma_{1i}^2}{M} \cdot [(D \cdot E \cdot X) - (B \cdot E \cdot Y) - (C \cdot D \cdot Z)] \quad (\text{III.40})$$

$$-\delta_{2i} = \frac{\sigma_{2i}^2 \cdot w_2}{M} \cdot \left\{ Y \cdot [(B \cdot E) + (A \cdot E - C^2)] + Z \cdot [(C \cdot D) + (B \cdot C)] - X \cdot [(D \cdot E) + (B \cdot E)] \right\} \quad (\text{III.41})$$

$$-\delta_{3i} = \frac{\sigma_{3i}^2 \cdot w_3}{M} \cdot \left\{ Z \cdot [(C \cdot D) + (A \cdot D - B^2)] + Y \cdot [(B \cdot E) + (B \cdot C)] - X \cdot [(D \cdot E) + (C \cdot D)] \right\} \quad (\text{III.42})$$

$$-\delta_{4i} = \frac{\sigma_{4i}^2 \cdot w_4}{M} \cdot [(B \cdot E \cdot X) - (B \cdot C \cdot Z) - Y \cdot (A \cdot E - C^2)] \quad (\text{III.43})$$

$$-\delta_{5I} = \frac{\sigma_{5i}^2 \cdot w_5}{M} \cdot \left\{ X \cdot [(D \cdot E) + (B \cdot E)] - Y \cdot [(B \cdot E) + (A \cdot E - C^2)] - Z \cdot [(B \cdot C) + (C \cdot D)] \right\} \quad (\text{III.44})$$

$$-\delta_{6i} = \frac{\sigma_{6i}^2 \cdot w_6}{M} \cdot \left[ (C \cdot D \cdot X) - (B \cdot C \cdot Y) - Z \cdot (A \cdot D - B^2) \right] \quad (\text{III.45})$$

$$-\delta_{7I} = \frac{\sigma_{7i}^2 \cdot w_7}{M} \cdot \left\{ X \cdot [(D \cdot E) + (C \cdot D)] - Z \cdot [(C \cdot D) + (A \cdot D - B^2)] - Y \cdot [(B \cdot E) + (B \cdot C)] \right\} \quad (\text{III.46})$$

De acordo com as equações (III.28), (III.29) e (III.30) as variáveis  $w_2$ ,  $w_3$  e  $w_6$  podem ser expressas em função de  $w_4$ ,  $w_5$  e  $w_7$  como:

$$w_2 = w_4 + w_5 \quad (\text{III.47})$$

$$w_3 = I - w_4 + w_7 \quad (\text{III.48})$$

$$w_6 = I - w_4 \quad (\text{III.49})$$

Considerando que os valores dos teores e das variâncias para todos os fluxos são conhecidos, a minimização da função objetivo  $J$  será feita com três graus de liberdade, ou seja, atribuindo valores a  $w_4$ ,  $w_5$  e  $w_7$ .

Substituindo os valores das variáveis A, B, C, D, E, X, Y, Z e M nas equações (III.40) a (III.46), obtém-se os valores de  $\delta_{ij}$  para cada fluxo e cada elemento de controle. A função objetivo  $J$ , definida na equação (II.23), é então calculada para cada valor atribuído às massas dos fluxos 4 ( $w_4$ ), 5 ( $w_5$ ) e 7 ( $w_7$ ). Os valores de  $w_4$ ,  $w_5$  e  $w_7$  que minimizam a função  $J$  representam a melhor solução para o balanço de massa deste circuito. Nessas condições, os respectivos valores de  $\delta_{ij}$  representam as correções nos valores analisados para os teores dos elementos permitindo a obtenção de valores ajustados para esses teores.

### III.4.2. Programa de cálculo

Para o processamento dos cálculos requeridos ao ajuste do balanço de massa do circuito tipo “rougher/cleaner/scavenger” foi desenvolvido um programa específico para ser processado em microcomputador pessoal com ambiente Windows Excel, versão 7.0.

Neste programa foram utilizadas quatro pastas da planilha. Na pasta INSTRUÇÕES, apresentada na Figura III.12, estão contidas as instruções de utilização do programa.

Na pasta DADOS, apresentada na Figura III.13, são requeridos como dados de entrada os teores dos elementos A, B e C nos diversos fluxos dos circuitos. Ao acionar a macro *efetuar cálculo* (*Ctrl + d*), o programa solicita uma estimativa da massa do concentrado final,  $w_4$ . Esta estimativa pode ser obtida utilizando o programa desenvolvido para ajuste de balanço de massa num estágio, considerando o circuito global, ou seja, utilizando apenas os teores da alimentação, concentrado e rejeito final. A partir desta informação, o programa solicita uma estimativa da massa do concentrado da flotação “rougher”,  $w_7$ . Esta estimativa pode ser obtida utilizando o programa para circuito tipo “rougher/cleaner” e considerando somente estes fluxos. O programa efetuará os cálculos da função  $J$  considerando os valores introduzidos pelo usuário e uma faixa de valores propostos para a massa do concentrado “scavenger”,  $w_5$ .

A partir desses valores iniciais, são efetuados acréscimos sucessivos na massa do concentrado “rougher”, mantendo constante a massa do concentrado final, até que se encontre um valor onde a função  $J$  passe por um mínimo. Atribui-se então um novo valor ao concentrado final e repete-se a mesma seqüência de cálculo, para encontrar um valor de  $J$  mínimo para a segunda série. Este procedimento é repetido até que se identifique as massas dos fluxos: concentrado final, concentrado “rougher” e concentrado “scavenger” que levem ao menor valor possível para a função  $J$ .

**INSTRUÇÕES PARA UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO**  
 CIRCUITO TIPO: "ROUGHER/CLEANER/SCAVENGER"

1. Abrir a Folha de Trabalho CÁLCULO.
2. Lançar no Fluxograma os valores das concentrações de A, B e C determinados por análise em amostras de cada um dos fluxos indicados, ou seja:
  - . Fluxo 1 : Alimentação Inicial;
  - . Fluxo 2 : Concentrado da flotação "rougher";
  - . Fluxo 3 : Rejeito da flotação "rougher";
  - . Fluxo 4 : Concentrado da flotação "cleaner" - Concentrado Final;
  - . Fluxo 5 : Rejeito da flotação "cleaner" que retorna ao estágio "rougher";
  - . Fluxo 6 : Rejeito da flotação "scavenger" - Rejeito Final;
  - . Fluxo 7 : Concentrado da flotação "scavenger" que retorna ao estágio "rougher".
3. Caso haja valores anteriores lançados na TABELA I, dar um clique no Botão **Apagar a Tabela I** ou usar a tecla de atalho **Ctrl + x**.
4. O cálculo da Função J Mínimo é feito através da ESTIMATIVA inicial das massas relativas aos fluxos:
  - \* Concentrado da flotação "cleaner" - Concentrado Final;
  - \* Concentrado da flotação "rougher".

Para balizar os valores usados nesta estimativa, sugere-se usar os programas anteriormente descritos "determinando-se" as massas dos fluxos no Rejeito Final e no Concentrado Rougher para circuitos simplificados, isto é, circuitos formados inicialmente de ENTRADA (Alimentação Inicial) e SAIDAS (Concentrado Final e Rejeito Final) e, num segundo estágio, circuito tipo "Rougher / Cleaner".

A partir desses valores básicos, efetuar acréscimos sucessivos numa das variáveis, mantendo-se a outra constante até se determinar o valor de J Mínimo para aquele par de valores.

Em seguida, repetir a mesma seqüência de cálculo a partir de um novo valor atribuído à primeira variável, para se determinar o valor de J Mínimo de uma 2a. série.

Proceder sucessivos acréscimos na primeira variável, repetindo a seqüência de cálculos, com o objetivo de se determinar o valor MÍNIMO de todas as séries, isto é, encontrar os valores das massas dos fluxos

  - \* Concentrado da flotação "cleaner" - Concentrado Final;
  - \* Concentrado da flotação "rougher";
  - \* Concentrado da flotação "scavenger".

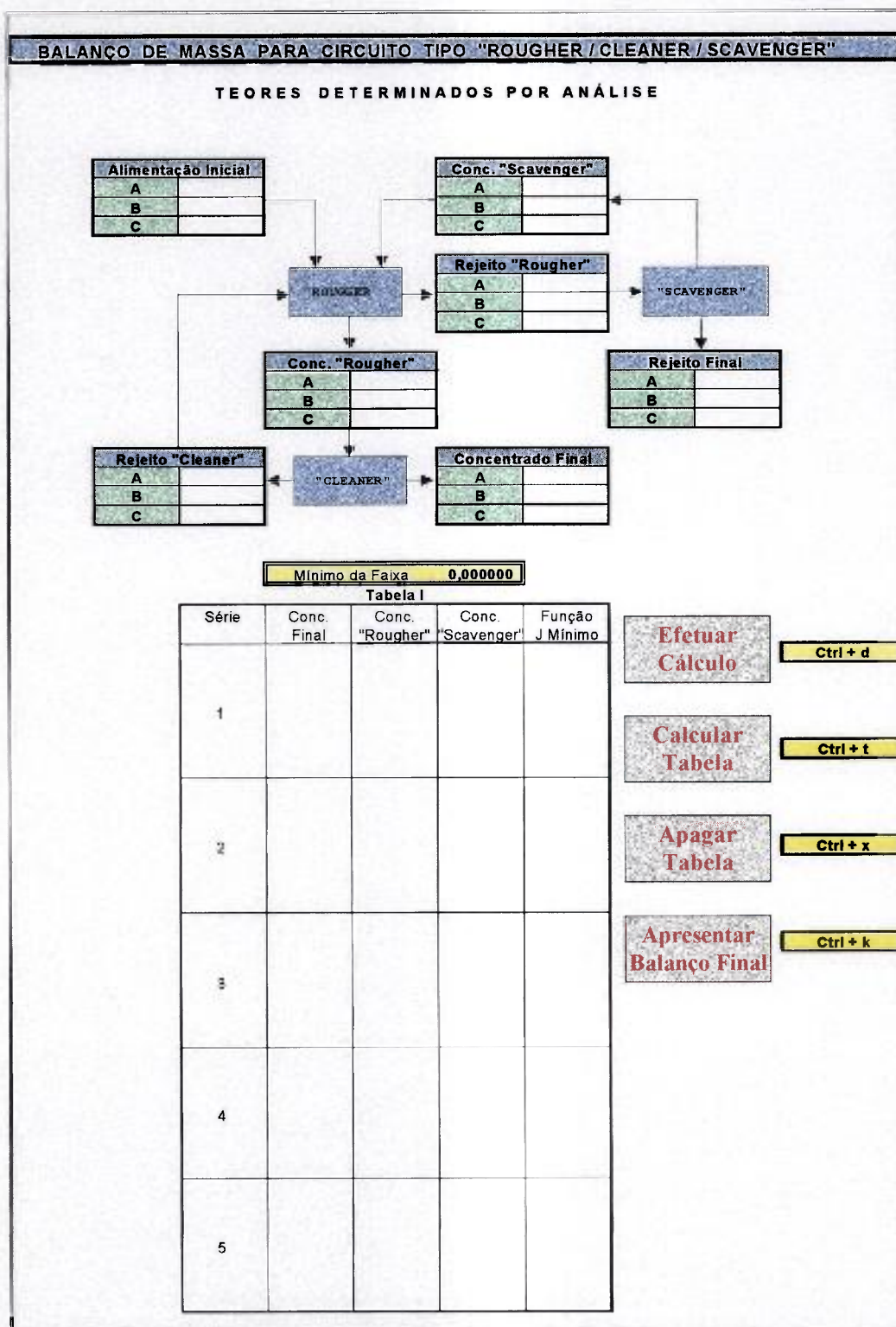
que levem ao menor valor possível para a Função J.

Para acionar os cálculos dar um clique no Botão **Efetuar Cálculo** ou utilizar a tecla de atalho **Ctrl + d**.

Lançar os valores ESTIMADOS para os fluxos pedidos, expressos em PERCENTAGEM e dar ENTER
5. O programa efetuará o cálculo da Função J Mínimo considerando os valores introduzidos pelo usuário e uma faixa de valores propostos para a massa do concentrado "scavenger".  
O programa vai lançar na Tabela I os valores correspondentes às massas do
  - \* Concentrado da flotação "cleaner" - Concentrado Final;
  - \* Concentrado da flotação "rougher";
  - \* Concentrado da flotação "scavenger";
 juntamente com o valor relativo ao J Mínimo.
6. Em procedimento alternativo, pode-se "pedir" ao programa que faça um cálculo automático para valores sucessivamente crescentes em relação ao valor proposto inicialmente para o concentrado "rougher".  
Neste caso, o programa efetuará os cálculos para acréscimos de, respectivamente, 0,01 - 0,02 - 0,03 - 0,04 - 0,05 e 0,06 e lançará os resultados na Tabela I. O comando para se acionar este procedimento consiste em clicar o botão **Calcular Tabela** ou utilizar a tecla de atalho **Ctrl + t**.
7. Os VALORES ÓTIMOS para as massas são aqueles que levam ao menor valor possível para o J Mínimo.  
Para facilitar a determinação dos valores ótimos, é indicado nas células D31..F31 o menor valor de J Mínimo verificado para a faixa de valores estimados.  
Caso se deseje APAGAR todo o conteúdo da tabela I para execução do cálculo com novas faixas de valores dar um clique no Botão **Apagar a Tabela I** ou usar a tecla de atalho **Ctrl + x**.
8. Para a determinação do BALANÇO FINAL, dar um clique no botão **Apresentar Balanço Final** ou utilizar a tecla de atalho **Ctrl + k** reintroduzindo o par de valores otimizado na etapa anterior.  
O BALANÇO DE MASSA será apresentado na tela, com todos os teores corrigidos para os valores mais prováveis e as distribuições dos elementos A, B e C estarão determinadas.
9. Para novos cálculos, retornar a pasta de Trabalho CÁLCULO.

**Figura III.12 - Pasta INSTRUÇÕES do programa para ajuste do balanço de massa de circuitos tipo "rougher/cleaner/scavenger"**





**Figura III.13 - Pasta DADOS para o circuito de concentração tipo "rougher/cleaner/scavenger"**

Os valores  $w_4$  ;  $w_5$  e  $w_7$  que minimizam a função  $J$  representam a melhor solução para o balanço de massa deste circuito. Para estes valores, ao acionar a macro *apresentar balanço final* (**Ctrl + K**), o programa identifica os valores de  $\delta_{ji}$ , corrige as análises químicas, calcula a distribuição de massa e as recuperações dos elementos e envia os resultados para a pasta **BALANÇO**.

A Figura III.14 mostra a pasta **BALANÇO** onde os dados ajustados e as massas estimadas em termos percentuais para os diversos fluxos são apresentados.

Nas pastas **MÓDULO 1** e **MÓDULO 2** encontram-se as macros, em **VISUAL BASIC**, necessárias à execução dos cálculos de ajuste e transferência de dados.

No Anexo III encontra-se a listagem deste programa. Considerando que as equações de cálculo dos valores de  $\delta_{ji}$  e de  $J$  são repetidas nas colunas para cada conjunto de valores de  $w_4$  ;  $w_5$  e  $w_7$ , a pasta **CÁLCULO** está apresentada de forma resumida.

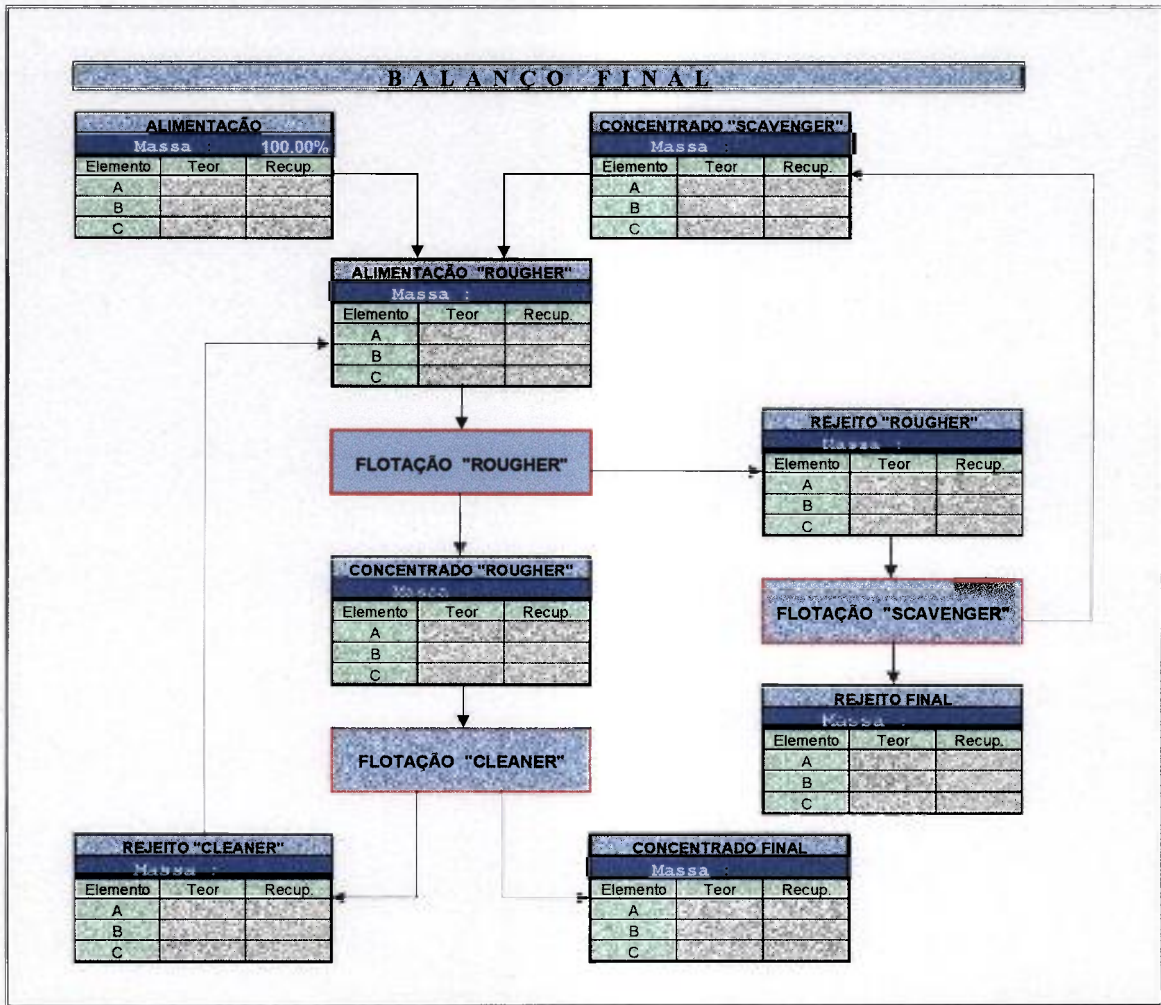


Figura III.14 - Pasta BALANÇO do programa de ajuste de balanço de massa para o processo de concentração em um circuito tipo "rougher/cleaner/scavenger"

### III.5. METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO MÉTODO

A eficiência do método estatístico de determinação de balanço de massa e metalúrgico, proposto por *Smith e Ichiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al.* (1994), foi avaliado através de sua aplicação ao processo de concentração por flotação.

A flotação é o processo de concentração de minerais mais utilizado na indústria mineral. Esse processo foi patenteado em 1906 e tem permitido o aproveitamento de minérios complexos e/ou com baixo teor. Consiste em um processo seletivo e foi inicialmente desenvolvido para recuperação de minerais sulfetados, tais como: galena, calcopirita, esfalerita, etc. Posteriormente a sua aplicação foi estendida para concentração dos minerais oxidados, tais como: cassiterita, fluorita, apatita, willemita, hematita, etc.

A teoria de flotação é complexa e baseia-se nas diferenças das propriedades físico-química das superfícies das partículas minerais. Para que ocorra a concentração dos minerais de interesse pelo processo de flotação é necessário que estes minerais estejam liberados dos minerais de ganga e que permitam a coleta pelas bolhas de ar. Para isto, o minério extraído deverá ser cominuído pelos processos de britagem e moagem até atingir a granulometria de liberação dos minerais e posteriormente condicionado com reagentes específicos, tais como: coletores, depressores, ativadores, espumantes e reguladores de pH.

Para separação dos minerais, a polpa condicionada com os reagentes é alimentada em uma máquina de flotação para que ocorra a geração de bolhas, o contato e adesão da partícula-bolha e a separação dos minerais flotados dos não flotados. Isto envolve uma série de subprocessos, desde a transferência das partículas da polpa para a espuma, através da coleta partícula-bolha, até a separação do material flotado.

Devido a importância do processo de flotação para a concentração física de minérios e a sua elevada utilização na indústria mineral brasileira, os programas computacionais desenvolvidos foram aplicados à concentração por flotação de diferentes tipos de minérios.

Inicialmente os programas de ajuste de balanço de massa para circuitos de concentração em um único estágio foram aplicados à concentração de um minério oxidado de zinco, considerando os elementos/compostos de controle Zn, CaO e MgO, a um minério fósforo-uranífero, com os compostos  $P_2O_5$ ,  $U_3O_8$  e CaO e a um minério de ferro, controlando o elementos Fe e o composto  $SiO_2$ .

Posteriormente os programas de ajuste de balanço de massa para processos de concentração em dois estágios foram aplicados à concentração de minério fosfático num circuito tipo “rougher/cleaner”, considerando os compostos de controle  $P_2O_5$ ,  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$  e à flotação de rejeito de cianetação de ouro controlando os elementos S, As e Au. Para a análise do circuito tipo “rougher/scavenger” o programa foi aplicado à flotação de prata de resíduo de lixiviação, controlando os elementos Ag e Pb.

Os resultados foram comparados aos obtidos utilizando a *fórmula dos dois produtos*. Foi também feita uma análise do erro associado aos métodos e uma análise de sensibilidade do método proposto por *Smith e Ichiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al.* (1994) à precisão analítica.

Finalmente, o programa de ajuste de balanço de massa e metalúrgico para um processo de concentração em três estágios, considerando 7 (sete) elementos e 7 (sete) fluxos, foi aplicado à flotação de minério oxidado de zinco em circuito tipo “rougher/scavenger/cleaner”. Os resultados obtidos foram utilizados na elaboração de um balanço mineralógico obtido a partir de uma adaptação do programa com uma mineralogia estimada através da análise química.

## **CAPÍTULO IV**

### **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

#### **PROCESSO DE CONCENTRAÇÃO EM UM ÚNICO ESTÁGIO**

## IV.1. INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores foram inicialmente apresentados um breve histórico sobre o desenvolvimento de metodologias de ajuste de balanço de massa e os métodos descritos na literatura. Posteriormente, as equações do método proposto por *Smith & Ychiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al.* (1994) foram desenvolvidas e os programas específicos elaborados em Visual Basic adaptados para serem executados em ambiente Windows Excel versão 7.0 foram descritos.

Neste capítulo será apresentada uma avaliação da eficiência da metodologia de ajuste de balanço de massa proposta por *Smith & Ychiyen* (1973) para o circuito de concentração em um único estágio. Para isso, esse método e a *fórmula dos dois produtos* foram aplicados à elaboração dos balanços de massa referentes aos processos de concentração de três diferentes tipos de minérios: zinco, fosfático e de ferro. Os resultados obtidos foram discutidos e comparados. Os programas computacionais desenvolvidos foram utilizados.

## IV.2. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO OXIDADO DE ZINCO

A concentração de minério oxidado de zinco é complexa devido à similaridade das propriedades de superfície dos minerais de zinco e da ganga. A flotação em coluna tem sido aplicada com sucesso na concentração deste tipo de minério, nas etapas “rougher/scavenger” e “cleaner” com resultados superiores aos das células mecanicamente agitadas, principalmente quando existe a presença significativa de partículas finas.

No circuito apresentado na Figura IV.1 a coluna de flotação opera com minério de zinco, em circuito aberto, ou seja, com a obtenção do concentrado e do rejeito final nas frações flotada e não flotada, respectivamente.

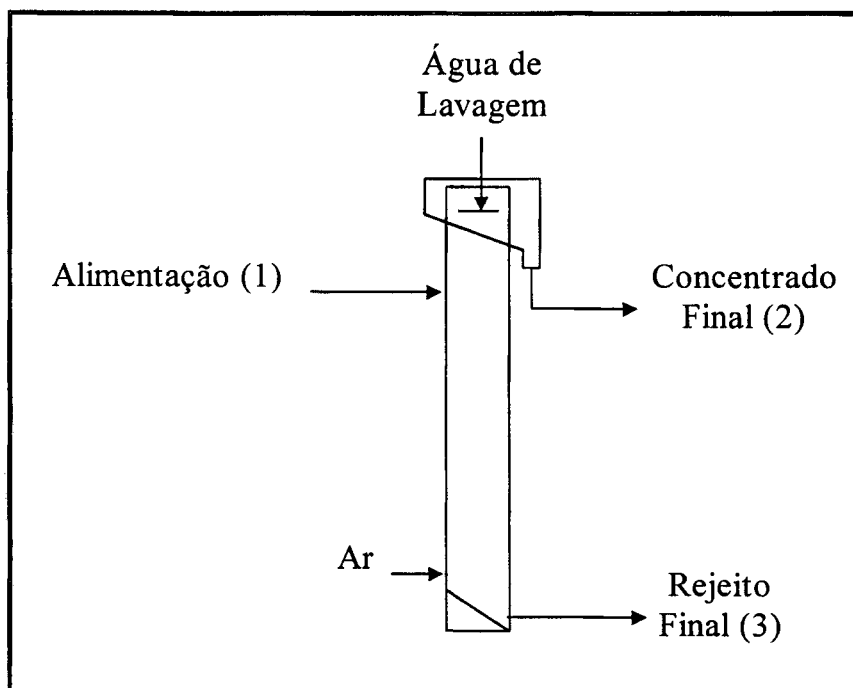


Figura IV.1 - Fluxograma do processo de concentração de zinco



Durante uma operação em condições estabilizadas, foram realizadas 6 amostragens sucessivas nos fluxos de alimentação, concentrado e rejeito. Na Tabela IV.1 estão apresentados os resultados das análises químicas dos três elementos/compostos de controle: Zn; CaO e MgO e as respectivas médias e variâncias calculadas pelas equações:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad (\text{IV.1})$$

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (\text{IV.2})$$

**Tabela IV.1 - Teores determinados nas 6 (seis) amostragens dos diversos fluxos do circuito de concentração de zinco**

Amostragens	Zn			CaO			MgO		
	Fluxo			Fluxo			Fluxo		
	Alim.	Conc.	Rej.	Alim.	Conc.	Rej.	Alim.	Conc.	Rej.
1	14,12	45,12	3,20	9,64	1,90	13,15	6,02	0,70	7,53
2	14,55	45,47	3,44	10,21	2,44	11,84	6,15	0,90	8,15
3	14,76	44,05	3,92	9,55	2,17	12,75	5,84	0,75	7,89
4	15,06	43,85	3,04	9,72	1,86	13,44	6,05	0,67	7,85
5	15,10	44,20	3,27	9,63	1,98	12,55	5,92	0,72	8,04
6	14,68	44,72	3,85	10,05	2,20	12,01	5,68	0,85	7,66
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>14,71</b>	<b>44,57</b>	<b>3,45</b>	<b>9,80</b>	<b>2,09</b>	<b>12,62</b>	<b>5,94</b>	<b>0,77</b>	<b>7,85</b>
<b>Variância (<math>s^2</math>)</b>	<b>0,36</b>	<b>0,64</b>	<b>0,36</b>	<b>0,27</b>	<b>0,22</b>	<b>0,63</b>	<b>0,17</b>	<b>0,09</b>	<b>0,23</b>

#### IV.1.1. Fórmula dos dois produtos

Substituindo na equação (II.5), que determina a recuperação de um elemento em função das análises químicas, os teores de Zn; CaO e MgO analisados na alimentação (*a*), concentrado (*c*) e rejeito (*r*), obtêm-se os valores de recuperação para cada um dos elementos, em cada amostragem. O coeficiente de variação (*CV*) entre as recuperações obtidas em cada amostragem e o erro percentual foram calculados pelas equações (IV.3) e (IV.4):

$$CV(\%) = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 \quad (IV.3)$$

$$Erro(\%) = \frac{x - \bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100 \quad (IV.4)$$

Os resultados estão apresentados na Tabela IV.2 e mostram que, se a recuperação fosse calculada a partir dos teores de Zn, apresentaria uma variação relativamente baixa enquanto que se fossem utilizados os teores de CaO e MgO, esta variação seria da ordem de 20%. Além disso, os erros percentuais no cálculo da recuperação pelo teor de Zn foram significativamente inferiores aos obtidos pelos teores de CaO e MgO.

**Tabela IV.2 - Recuperações de Zn; CaO e MgO calculadas pela  
 fórmula dos dois produtos**

Amostragens	Recuperação (%)			Erro Percentual		
	Zn	CaO	MgO	Zn	CaO	MgO
1	83,24	6,15	2,57	0,33	7,67	-26,49
2	82,61	4,14	4,04	-0,44	-27,44	15,44
3	80,62	6,87	3,69	-2,84	20,33	5,44
4	85,76	6,15	2,78	3,36	7,63	-20,61
5	84,60	5,68	3,52	1,97	-0,55	0,72
6	80,72	4,37	4,35	-2,71	-23,42	24,42
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>82,97</b>	<b>5,71</b>	<b>3,50</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>2,06</b>	<b>1,08</b>	<b>0,70</b>	-	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>2,48</b>	<b>18,93</b>	<b>19,95</b>	-	-	-

Para estimar a incerteza no cálculo da recuperação em função de pequenos desvios ocorridos nas determinações dos teores, os valores analisados de Zn; CaO e MgO foram substituídos na equação (II.8) e erros analíticos equivalentes à variância desses teores em cada fluxo foram considerados. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela IV.3 e mostram que, nesta relação de concentração, a recuperação no concentrado calculada pelos teores de Zn; CaO e MgO, apresentaria uma sensibilidade média a desvios nas determinações de  $a$ ,  $b$  e  $c$  de  $\pm 2,65$ ;  $\pm 2,38\%$  e  $\pm 1,17\%$ , respectivamente.

Conhecendo os valores de recuperação estimados pela *fórmula dos dois produtos*, a partição da massa de alimentação no concentrado foi calculada através da equação (II.9). A massa de alimentação foi considerada como unitária ou 100%, e os teores da Zn; CaO e MgO analisados foram substituídos nessa equação. A incerteza no cálculo da partição de massa no concentrado foi calculada utilizando a equação (II.12).

**Tabela IV.3 - Níveis de incerteza na recuperação calculada pelos teores de Zn; CaO e MgO**

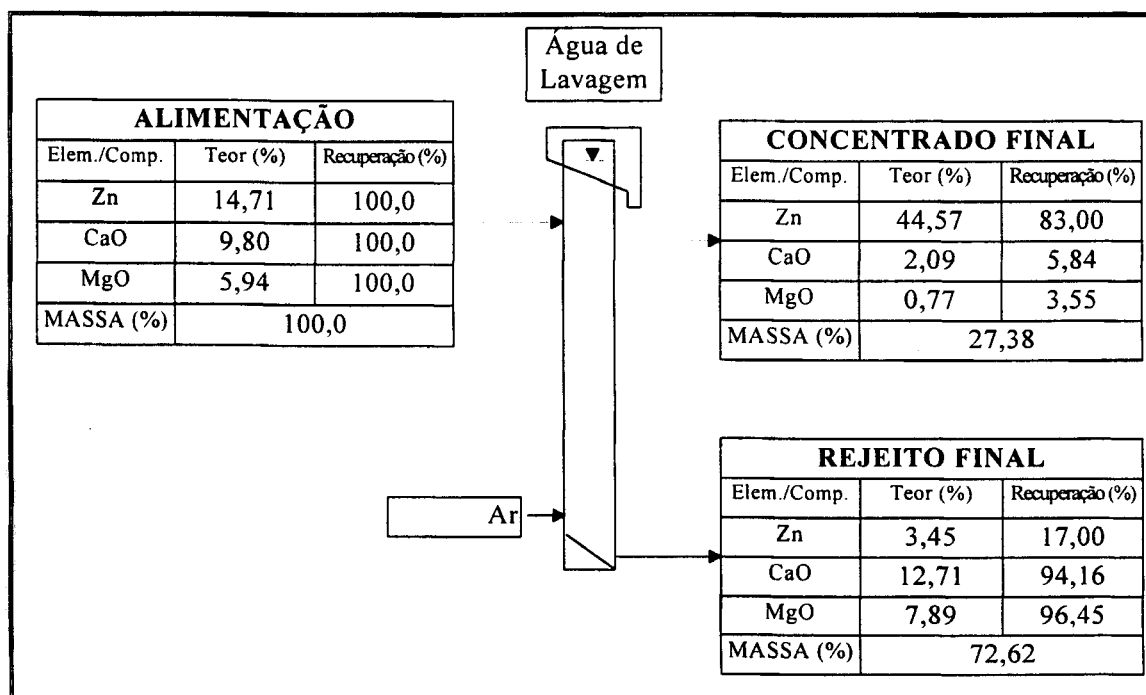
Amostragens	Incerteza na recuperação (%)		
	Zn	CaO	MgO
1	2,74	-2,24	-1,03
2	2,70	-2,59	-1,24
3	2,78	-2,56	-1,20
4	2,42	-2,17	-1,01
5	2,49	-2,32	-1,14
6	2,78	-2,38	-1,38
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>2,65</b>	<b>-2,38</b>	<b>-1,17</b>

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela IV.4 e mostram que, embora as massas médias, calculadas pelas recuperações estimadas a partir dos teores de Zn; CaO e MgO, tenha sido muito próximas, as obtidas nas diversas amostragens foram significativamente diferentes. Além disto, a incerteza no cálculo das massas a partir dos teores de CaO ou MgO é muito maior que na calculada pelo teor de Zn.

Em função disso, o balanço de massa foi estimado pelo teor de zinco considerando todo o erro associado ao rejeito da coluna. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura IV.2 e mostram que foram necessários ajustes nos teores dos compostos CaO e MgO do rejeito para satisfazer as equações de conservação de massa.

**Tabela IV.4 - Massas de concentrado estimadas a partir das recuperações calculadas pelos teores dos elementos com as respectivas incertezas -  
 Processo de concentração de minério de zinco**

Amostragens	Massa de concentrado (%)			Incerteza na massa (%)		
	Zn	CaO	MgO	Zn	CaO	MgO
1	26,05	31,20	22,11	3,37	-8,57	-8,81
2	26,43	17,34	27,59	3,46	-10,86	-8,48
3	27,01	30,25	28,71	3,68	-9,03	-8,18
4	29,45	32,12	25,07	3,69	-8,39	-8,43
5	28,90	27,63	28,96	3,69	-9,11	-8,09
6	26,50	19,98	29,07	3,59	-10,24	-8,34
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>27,38</b>	<b>26,78</b>	<b>26,98</b>	<b>3,58</b>	<b>-9,37</b>	<b>-8,39</b>



**Figura IV.2 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico da concentração de zinco em um único estágio - Fórmula dos dois produtos**

**IV.2.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973)**

Substituindo os teores médios de Zn; CaO e MgO e suas respectivas variâncias, apresentados na Tabela IV.1, nas equações (III.2) a (III.10), que determinam os valores de  $\delta_{ji}$  para cada fluxo e cada elemento de controle, obtêm-se os dados apresentados na Tabela IV.5, para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 ( $w_2$ ).

A partir dos valores de  $\delta_{ji}$ , foram determinados os valores da função objetivo  $J$ , definida na equação (II.23), para cada valor atribuído à massa do fluxo 2 ( $w_2$ ). Os valores desta função  $J$  estão também apresentados na Tabela IV.5. Conforme demonstrado no capítulo III, o valor de  $w_2$  (0,273) que minimiza a função  $J$  representa a melhor solução para o balanço de massa.

**Tabela IV.5 - Valores de  $\delta_{ji}$  para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 -  
 Processo de concentração de minério de zinco**

$w_2$	0,257	0,261	0,265	0,269	0,273	0,277	0,281	0,285	0,289	0,293
$\delta_1$ (Zn)	-0,521	-0,395	-0,271	-0,148	<b>-0,025</b>	0,096	0,17	0,366	0,455	0,572
$\delta_2$ (Zn)	0,405	0,313	0,218	0,120	<b>0,021</b>	-0,081	-0,184	-0,290	-0,398	-0,508
$\delta_3$ (Zn)	0,091	0,069	0,047	0,025	<b>0,004</b>	-0,016	-0,037	-0,056	-0,076	-0,095
$\delta_1$ (CaO)	0,066	0,042	0,017	-0,007	<b>-0,032</b>	-0,057	-0,083	-0,108	-0,134	-0,160
$\delta_2$ (CaO)	-0,004	-0,002	-0,001	0,000	<b>0,002</b>	0,003	0,005	0,007	0,008	0,010
$\delta_3$ (CaO)	-0,063	-0,040	-0,016	0,007	<b>0,030</b>	0,053	0,076	0,099	0,122	0,145
$\delta_1$ (MgO)	0,052	0,036	0,020	0,003	<b>-0,013</b>	-0,030	-0,047	-0,064	-0,081	-0,098
$\delta_2$ (MgO)	-0,002	-0,001	-0,001	0,000	<b>0,000</b>	0,001	0,002	0,002	0,003	0,004
$\delta_3$ (MgO)	-0,051	-0,035	-0,019	-0,003	<b>0,013</b>	0,029	0,045	0,060	0,076	0,092
<b>Função J</b>	<b>0,261</b>	<b>0,149</b>	<b>0,069</b>	<b>0,020</b>	<b>0,003</b>	<b>0,017</b>	<b>0,061</b>	<b>0,136</b>	<b>0,242</b>	<b>0,377</b>

Nessas condições, os respectivos valores de  $\delta_{ji}$  representam as correções nos valores determinados para os teores dos três elementos e permitem obter os valores ajustados para esses teores.

Na Tabela IV.6 estão apresentados os resultados desse ajuste e o cálculo do balanço final. Nas Figuras IV.3 e IV.4 estão apresentados o gráfico da função  $J$  e o balanço de massa final, respectivamente. Uma análise do balanço de massa e metalúrgico final apresentado, mostra que os erros experimentais foram distribuídos nos diversos fluxos do circuito segundo suas respectivas variâncias.

Os resultados obtidos utilizando a *fórmula dos dois produtos* e o método desenvolvido por *Smith & Ichiyen (1973)* foram aproximadamente os mesmos. Isto se deve aos erros analíticos relativamente baixos e à elevada relação de concentração verificada neste caso.

**Tabela IV.6 - Teores de Zn; CaO e MgO medidos e corrigidos nos diversos fluxos para  $w_2 = 0,273$**

Fluxo	$\delta$ (Zn)	Zn (%)		$\delta$ (CaO)	CaO (%)		$\delta$ (MgO)	MgO (%)	
		Medido	Corrigido		Medido	Corrigido		Medido	Corrigido
1	-0,025	14,71	14,685	-0,032	9,80	9,768	-0,013	5,94	5,927
2	0,021	44,57	44,591	0,002	2,09	2,092	0,000	0,77	0,770
3	0,004	3,45	3,454	0,030	12,62	12,650	0,013	7,85	7,863

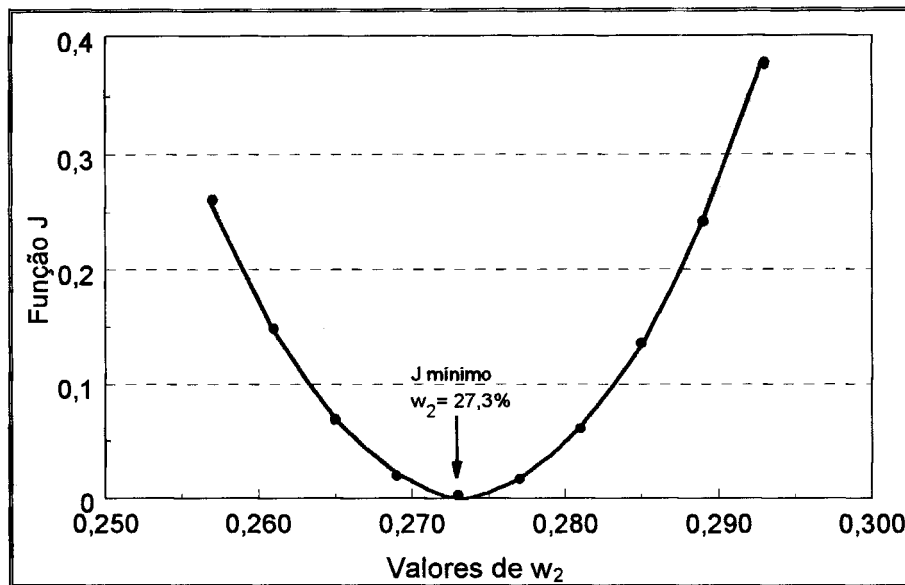


Figura IV.3 - Variação da Função  $J$  em função de valores atribuídos a  $w_2$  - Processo de concentração de minério de zinco

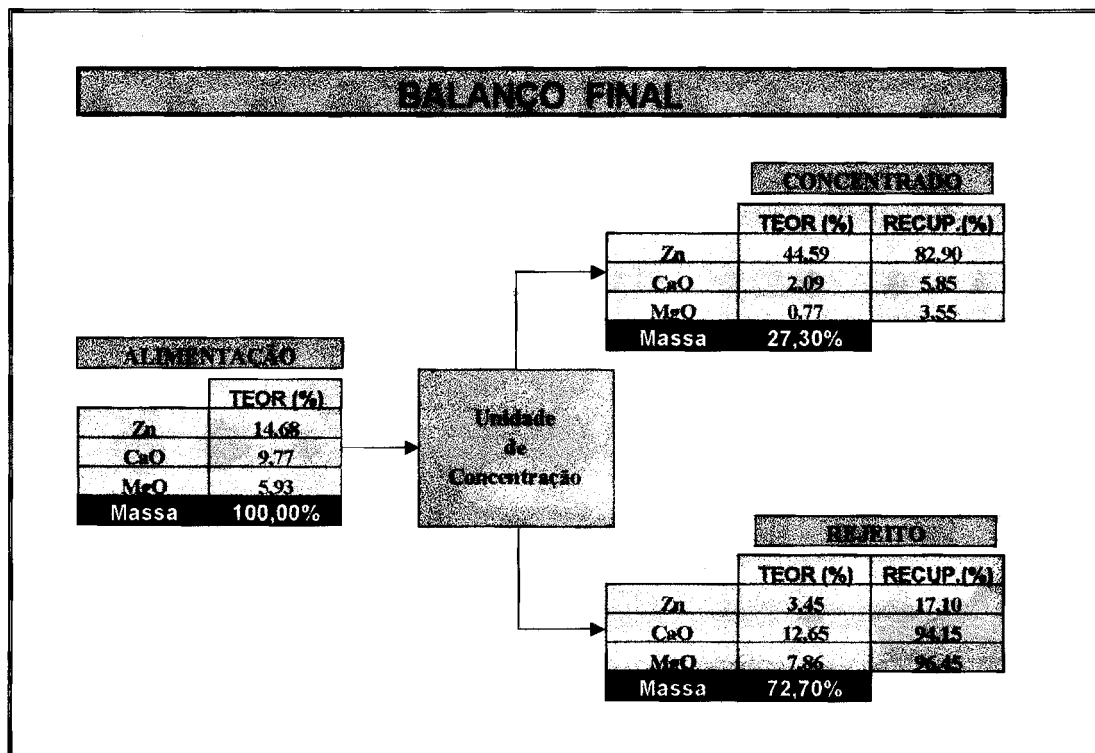


Figura IV.4 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do processo de concentração de zinco em um único estágio – Método de Smith e Ychiyen



### IV.3. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO FOSFÁTICO

A concentração de minérios fosfáticos é realizada com sucesso através do processo de flotação. Na última década, as colunas de flotação foram introduzidas nas unidades industriais em substituição parcial ou total das células mecanicamente agitadas, com resultados significativamente superiores, tanto no que se refere à qualidade do produtos quanto ao rendimento metalúrgico.

O fluxograma apresentado na Figura IV.1, foi também utilizado na concentração de fosfato. Durante a operação em condições estabilizadas foram realizadas 5 amostragens, com intervalos de 1 (uma) hora, nos fluxos de alimentação (*a*), concentrado (*c*) e rejeito (*r*). Nas amostras obtidas foram analisados os teores dos compostos de controle  $P_2O_5$ ;  $U_3O_8$  e CaO.

Na Tabela IV.7 estão apresentados os resultados das análises químicas dos compostos de controle nas cinco amostragens com suas respectivas médias e variâncias.

**Tabela IV.7 - Teores determinados nas 5 (cinco) amostragens do circuito de concentração de minério fosfático**

Amostragens	$P_2O_5$			$U_3O_8$			CaO		
	Fluxo			Fluxo			Fluxo		
	Alim.	Conc.	Rej.	Alim.	Conc.	Rej.	Alim.	Conc.	Rej.
1	15,70	22,21	1,12	0,125	0,143	0,050	36,00	51,19	5,74
2	14,99	22,64	1,42	0,128	0,149	0,051	36,32	52,14	7,25
3	15,26	21,70	1,18	0,120	0,147	0,050	35,75	49,18	7,26
4	15,92	23,32	1,30	0,135	0,151	0,052	36,25	52,05	7,52
5	15,27	21,59	1,20	0,118	0,148	0,048	37,75	50,32	6,96
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>15,43</b>	<b>22,29</b>	<b>1,24</b>	<b>0,125</b>	<b>0,148</b>	<b>0,050</b>	<b>36,41</b>	<b>50,98</b>	<b>6,95</b>
<b>Variância (<math>s^2</math>)</b>	<b>0,14</b>	<b>0,51</b>	<b>0,01</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,61</b>	<b>1,55</b>	<b>0,49</b>

### IV.3.1. Fórmula dos dois produtos

De forma análoga ao estudo do processo de concentração de zinco, os teores de  $P_2O_5$ ;  $U_3O_8$  e  $CaO$  analisados na alimentação ( $a$ ), concentrado ( $c$ ) e rejeito ( $r$ ), foram substituídos na equação (II.5) obtendo-se os valores de recuperação para cada um dos compostos, em cada amostragem. O coeficiente de variação ( $CV$ ) entre as recuperações obtidas em cada amostragem e o erro percentual foram calculados pelas equações (IV.3) e (IV.4), respectivamente.

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela IV.8 e mostram que os coeficientes de variação e o erro percentual das recuperações de  $U_3O_8$  foram significativamente superiores aos de  $P_2O_5$  e  $CaO$ .

**Tabela IV.8 - Recuperações de  $P_2O_5$ ;  $U_3O_8$  e  $CaO$  calculadas pela fórmula dos dois produtos**

Amostragens	Recuperação (%)			Erro Percentual		
	$P_2O_5$	$U_3O_8$	$CaO$	$P_2O_5$	$U_3O_8$	$CaO$
1	97,80	92,26	94,67	0,45	1,67	1,05
2	96,58	91,46	92,97	-0,79	0,80	-0,77
3	97,57	88,40	93,49	0,22	-2,58	-0,20
4	97,26	93,77	92,64	-0,10	3,35	-1,12
5	97,56	87,80	94,66	0,21	-3,24	1,04
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>97,36</b>	<b>90,74</b>	<b>93,68</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>0,47</b>	<b>2,56</b>	<b>0,94</b>	-	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>0,48</b>	<b>2,82</b>	<b>1,01</b>	-	-	-

Para estimar a incerteza no cálculo da recuperação em função de pequenos desvios ocorridos nas determinações dos teores, os valores analisados dos óxidos  $P_2O_5$ ,  $U_3O_8$  e  $CaO$  foram substituídos na equação (II.8) e os erros analíticos equivalentes às variâncias desses teores nos diversos fluxos foram considerados. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela IV.9 e mostram que as recuperações calculadas foram pouco sensíveis aos erros analíticos na faixa estudada.

**Tabela IV.9 - Níveis de incerteza na recuperação calculada pelos teores de  $P_2O_5$ ;  $U_3O_8$  e  $CaO$**

Amostragens	Incerteza na recuperação (%)		
	$P_2O_5$	$U_3O_8$	$CaO$
1	0,21	0,03	1,18
2	0,27	0,02	1,39
3	0,24	0,03	1,44
4	0,23	0,02	1,44
5	0,24	0,03	1,25
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>0,24</b>	<b>0,03</b>	<b>1,34</b>

A partição da massa de alimentação no concentrado foi calculada através da equação (II.9), considerando as recuperações estimadas pela *fórmula dos dois produtos*, os teores de  $P_2O_5$ ;  $U_3O_8$  e  $CaO$  analisados e a massa de alimentação como unitária ou 100%. A incerteza no cálculo da partição de massa no concentrado foi calculada utilizando a equação (II.12).

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela IV.10 e mostram que, se a massa de concentrado fosse calculada pelas recuperações estimadas a partir dos teores de  $P_2O_5$  e  $CaO$ , os resultados seriam aproximadamente os mesmos. Entretanto, utilizando a recuperação de  $U_3O_8$  a massa calculada seria aproximadamente 10% maior. Além disto, a incerteza no cálculo das massas a partir do teor de  $U_3O_8$  foi superior às calculadas pelos teores de  $P_2O_5$  e  $CaO$ . O maior nível de incerteza

associado à análise de  $U_3O_8$  é função da baixa taxa de concentração que aumenta significativamente a sensibilidade dos resultados à precisão na análise química do rejeito.

**Tabela IV.10 - Massas de concentrado estimadas a partir das recuperações calculadas pelos teores dos elementos com as respectivas incertezas - Processo de concentração de minério fosfático**

Amostragens	Massa de concentrado (%)			Incerteza na massa (%)		
	$P_2O_5$	$U_3O_8$	CaO	$P_2O_5$	$U_3O_8$	CaO
1	69,13	80,65	66,58	7,44	13,44	7,92
2	63,95	78,57	64,76	7,06	13,06	8,09
3	68,62	72,16	67,96	7,44	12,37	8,53
4	66,39	83,84	64,52	7,23	13,64	8,14
5	69,00	70,00	71,01	7,49	11,80	8,71
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>67,42</b>	<b>77,04</b>	<b>66,97</b>	<b>7,33</b>	<b>12,86</b>	<b>8,28</b>

Em função disso, o balanço de massa foi estimado pelo teor de  $P_2O_5$  considerando todo o erro associado ao rejeito da coluna. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura IV.5 e mostram que, para satisfazer as equações de conservação de massa, foram necessários grandes ajustes no teor de  $U_3O_8$  do rejeito e na sua recuperação no concentrado.

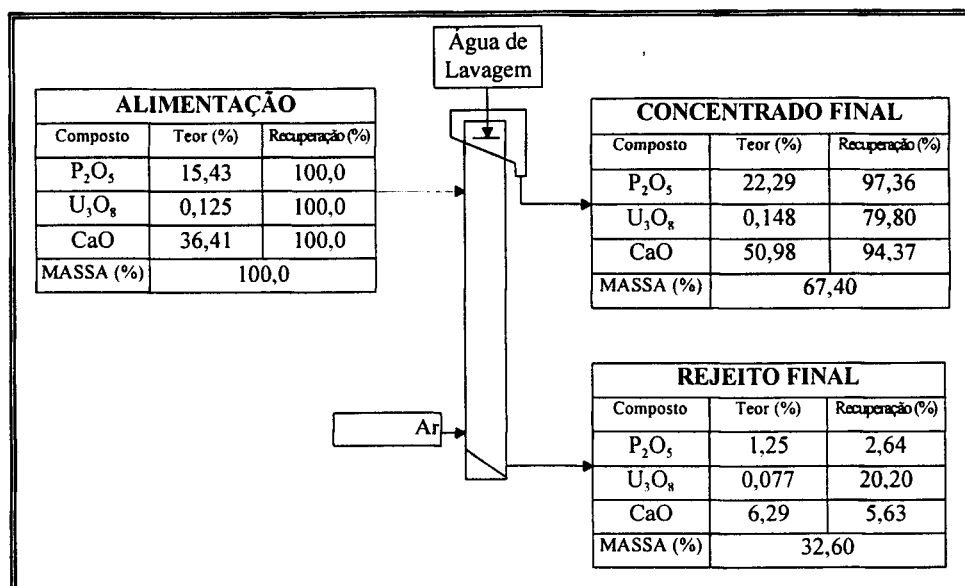


Figura IV.5 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico da concentração de minério fosfático em um único estágio - *Fórmula dos dois produtos*

#### IV.3.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973)

De forma análoga ao estudo de concentração de zinco, os teores médios de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>; U<sub>3</sub>O<sub>8</sub> e CaO e suas respectivas variâncias, apresentados na Tabela IV.7, foram substituídos nas equações (III.2) a (III.10), obtendo-se os dados apresentados na Tabela IV.11, para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 ( $w_2$ ).

A partir dos valores de  $\delta_{ji}$ , foram determinados os valores da função objetivo  $J$ , também apresentados na Tabela IV.11, para cada valor atribuído à massa do fluxo 2 ( $w_2$ ).

**Tabela IV.11 - Valores de  $\delta_{ji}$  para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 - Processo de concentração de minério fosfático**

$w_2$	0,652	0,655	0,660	0,665	0,672	0,679	0,685	0,690	0,695	0,700
$\delta_1(P_2O_5)$	-0,284	-0,245	-0,180	-0,116	<b>-0,027</b>	0,061	0,136	0,197	0,258	0,319
$\delta_2(P_2O_5)$	0,251	0,218	0,161	0,104	<b>0,024</b>	-0,057	-0,126	-0,185	-0,244	-0,303
$\delta_3(P_2O_5)$	0,049	0,042	0,031	0,019	<b>0,004</b>	-0,010	-0,021	-0,031	-0,039	-0,048
$\delta_1(U_3O_8)$	-0,007	-0,007	-0,007	-0,006	<b>-0,006</b>	-0,005	-0,005	-0,005	-0,004	-0,004
$\delta_2(U_3O_8)$	0,005	0,005	0,004	0,004	<b>0,004</b>	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003
$\delta_3(U_3O_8)$	0,002	0,002	0,002	0,002	<b>0,002</b>	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001
$\delta_1(CaO)$	-0,359	-0,295	-0,191	-0,087	<b>0,056</b>	0,198	0,318	0,417	0,515	0,611
$\delta_2(CaO)$	0,508	0,429	0,279	0,128	<b>-0,084</b>	-0,298	-0,482	-0,637	-0,792	-0,948
$\delta_3(CaO)$	0,180	0,147	0,094	0,042	<b>-0,027</b>	-0,092	-0,144	-0,186	-0,026	-0,265
<b>Função J</b>	<b>1,413</b>	<b>1,044</b>	<b>0,562</b>	<b>0,244</b>	<b>0,0719</b>	<b>0,212</b>	<b>0,577</b>	<b>1,050</b>	<b>1,675</b>	<b>2,449</b>

O valor de  $w_2$  (0,672) que minimiza a função  $J$  representa a melhor solução para o balanço de massa. Nessas condições, os respectivos valores de  $\delta_{ji}$  representam as correções nos valores determinados para os teores dos três compostos e permitem obter os valores ajustados para esses teores.

Na Tabela IV.12 estão apresentados os resultados desse ajuste. Nas Figuras IV.6 e IV.7 estão apresentados o gráfico da função  $J$  e o balanço de massa final, respectivamente. Uma análise do balanço de massa e metalúrgico final apresentado, mostra que os erros experimentais foram distribuídos nos diversos fluxos do circuito segundo suas respectivas variâncias.

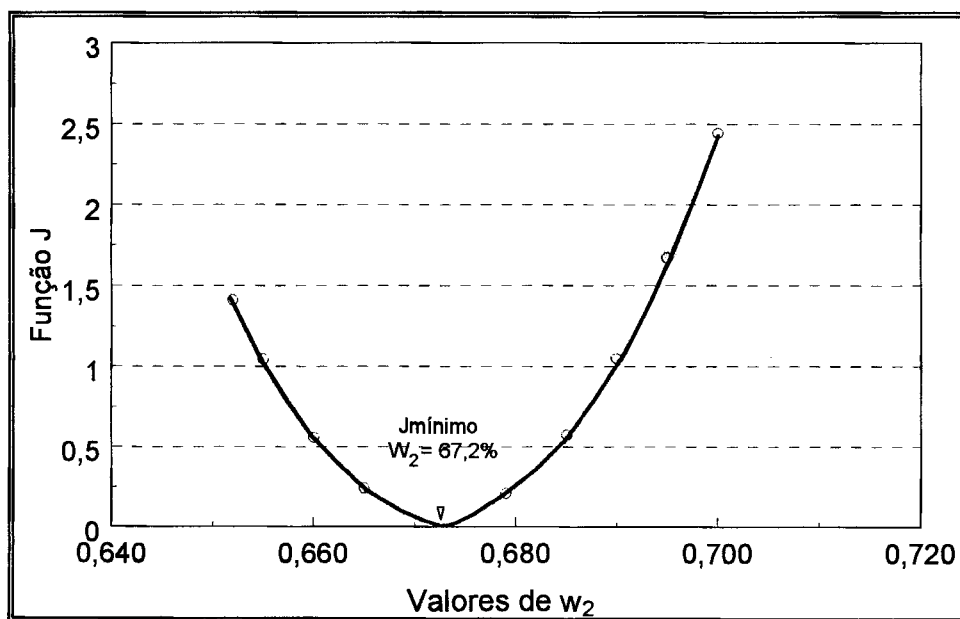
As massas obtidas utilizando a *fórmula dos dois produtos* e o método desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) foram aproximadamente as mesmas. Entretanto, a recuperação e os teores de  $U_3O_8$  foram significativamente diferentes,

apresentando um melhor ajuste quando utilizado o método desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973).

Neste caso, ficou evidenciada a importância da utilização de um método estatístico para ajuste do balanço de massa, principalmente quando os dados são redundantes.

**Tabela IV.12 - Teores de  $P_2O_5$ ;  $U_3O_8$  e  $CaO$  medidos e corrigidos nos diversos fluxos para  $w_2 = 0,672$**

Fluxo	$\delta$ ( $P_2O_5$ )	$P_2O_5$ (%)		$\delta$ ( $U_3O_8$ )	$U_3O_8$ (%)		$\delta$ ( $CaO$ )	$CaO$ (%)	
		Medido	Corrigido		Medido	Corrigido		Medido	Corrigido
1	-0,027	15,43	15,403	-0,006	0,125	0,119	0,056	36,41	36,466
2	0,024	22,29	22,314	0,004	0,148	0,152	-0,084	50,98	50,896
3	0,004	1,24	1,244	0,002	0,050	0,052	-0,027	6,95	6,923



**Figura IV.6 - Variação da Função  $J$  em função de valores atribuídos a  $w_2$  - Processo de concentração de minério fosfático**

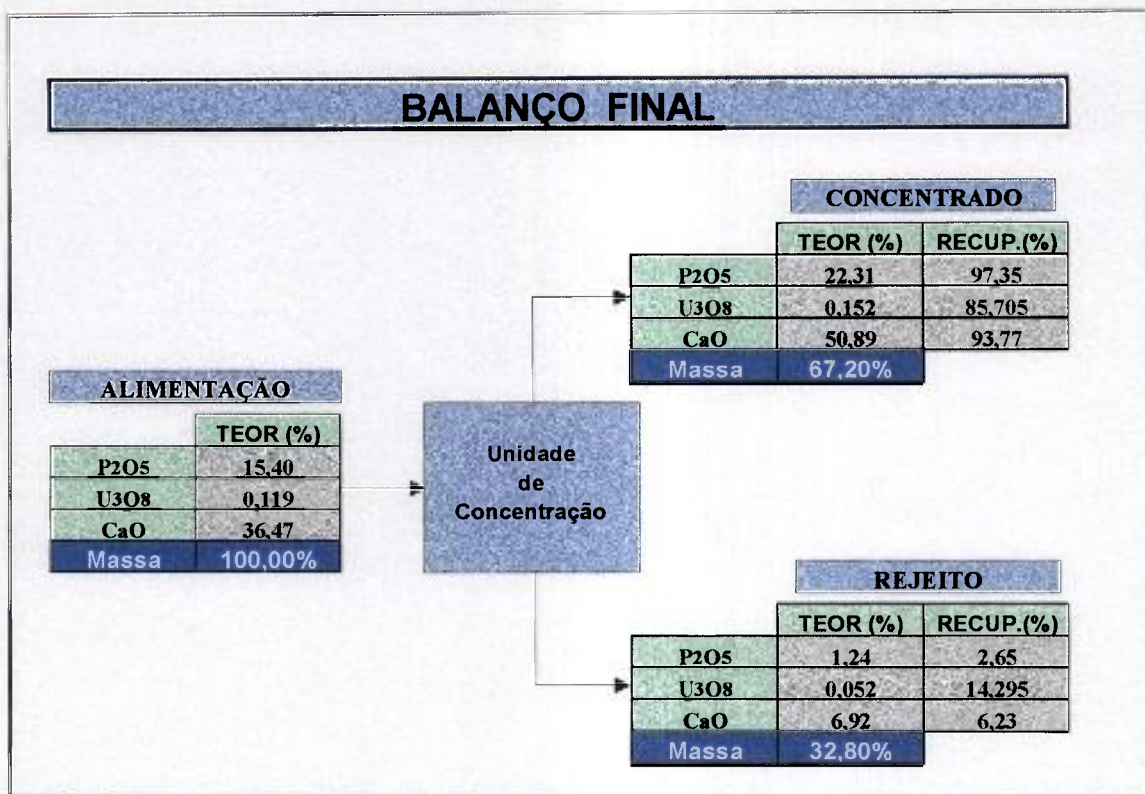


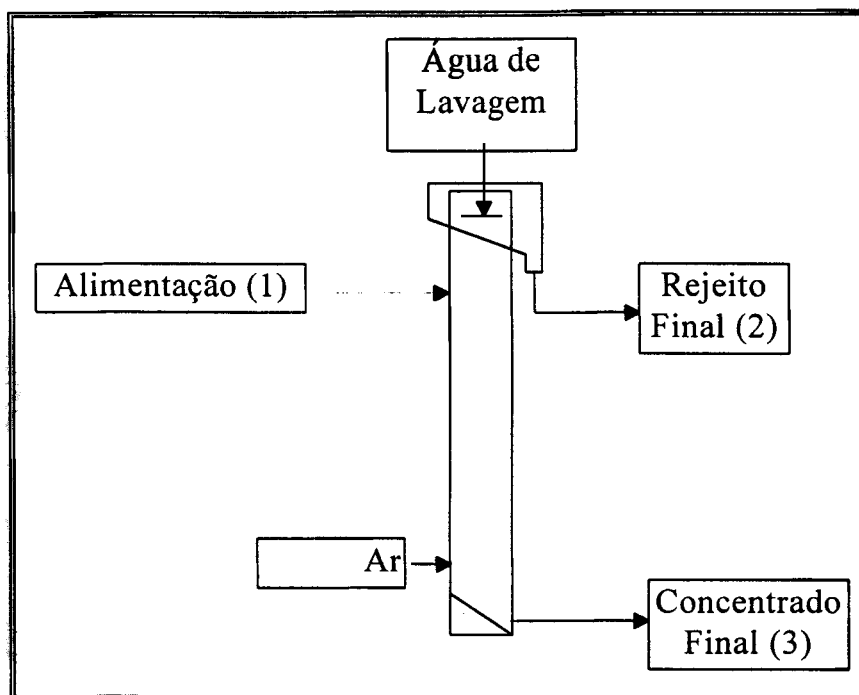
Figura IV.7- Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do processo de concentração de minério fosfático em um estágio – Método de Smith e Ychiyen

### IV.3. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO DE FERRO

A concentração de minério de ferro é realizada através do processo de flotação reversa, ou seja, a flotação dos minerais silicatados com depressão dos minerais de ferro. No Brasil a flotação em coluna tem sido largamente utilizada para concentração da fração fina destes minérios.

Na Figura IV.8 está apresentado o fluxograma deste processo. Neste circuito, a flotação reversa é realizada em uma única coluna, com a obtenção do concentrado e do rejeito final nas frações não flotada e flotada, respectivamente.





**Figura IV.8 - Fluxograma do processo de concentração de minério de ferro**

Durante uma operação em condições estabilizadas, foram realizadas 6 (seis) amostragens com intervalo de 1 (uma) hora nos fluxos de alimentação ( $a$ ), concentrado ( $c$ ) e rejeito ( $r$ ). Na Tabela IV.13 estão apresentados os resultados das análises químicas do elemento Fe e composto  $\text{SiO}_2$ , utilizados no controle do processo, e suas respectivas médias e variâncias calculadas pelas equações (IV.1) e (IV.2).

**Tabela IV.13 - Teores determinados nas seis amostragens nos diversos fluxos do circuito de concentração de minério de ferro**

Amostragens	Fe			SiO <sub>2</sub>		
	Fluxo			Fluxo		
	Alim.	Rej.	Conc.	Alim.	Rej.	Conc.
1	45,78	3,16	68,39	34,29	86,27	1,02
2	46,10	5,54	68,93	35,14	88,55	0,98
3	43,96	6,46	69,88	33,44	84,25	0,85
4	45,24	5,66	68,40	34,52	85,73	0,96
5	46,12	4,71	69,65	35,43	84,68	0,89
6	45,21	3,97	68,24	34,33	85,34	0,75
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>45,40</b>	<b>4,92</b>	<b>68,92</b>	<b>34,53</b>	<b>85,80</b>	<b>0,91</b>
<b>Variância (<math>s^2</math>)</b>	<b>0,66</b>	<b>1,47</b>	<b>0,49</b>	<b>0,49</b>	<b>2,39</b>	<b>0,01</b>

#### IV.3.1. Fórmula dos dois produtos

Os teores de Fe e SiO<sub>2</sub>, analisados na alimentação (*a*), concentrado (*c*) e rejeito (*r*), foram substituídos na equação (II.5), obtendo-se os valores de recuperação para cada um dos elementos, em cada amostragem. O coeficiente de variação (*CV*) entre as recuperações obtidas em cada amostragem e o erro percentual foram calculados pelas equações (IV.3) e (IV.4).

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela IV.14 e mostram que as recuperações de Fe e SiO<sub>2</sub> nas amostragens apresentaram coeficientes de variação de 1,31% e 11,23%, respectivamente. Uma análise destes resultados mostra que, se a recuperação fosse calculada a partir dos teores de Fe, apresentaria uma variação relativamente baixa enquanto se fossem utilizados os teores de SiO<sub>2</sub>, esta variação

seria superior a 10%. Além disso, os erros percentuais no cálculo da recuperação pelo teor de Fe foram significativamente inferiores aos obtidos pelos teores de SiO<sub>2</sub>.

**Tabela IV.14 - Recuperações de Fe e SiO<sub>2</sub> calculadas pela fórmula dos dois produtos**

Amostragens	Recuperação (%)		Erro Percentual	
	Fe	SiO <sub>2</sub>	Fe	SiO <sub>2</sub>
1	97,61	1,81	1,71	14,10
2	95,67	1,70	-0,31	7,01
3	93,99	1,55	-2,06	-2,58
4	95,38	1,68	-0,61	5,69
5	96,30	1,48	0,35	-7,11
6	96,85	1,32	0,92	-17,12
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>95,97</b>	<b>1,59</b>	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>1,26</b>	<b>0,18</b>	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>1,31</b>	<b>11,23</b>	-	-

De forma análoga aos estudos anteriormente apresentados, a incerteza no cálculo da recuperação em função de pequenos desvios ocorridos nas determinações dos elementos e compostos foi estimada, substituindo os teores de Fe e SiO<sub>2</sub> analisados na equação (II.8) e considerando os erros analíticos equivalentes à variância desses teores em cada fluxo. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela IV.15 e mostram que nesta faixa, as recuperações de Fe e SiO<sub>2</sub> são pouco sensíveis a pequenas variações nos teores analisados.

A partição da massa de alimentação no concentrado foi calculada através da equação (II.9). Foram considerados os valores de recuperação estimados pela *fórmula dos dois produtos*, a massa de alimentação como unitária ou 100%, e os teores de Fe e SiO<sub>2</sub> analisados. A incerteza no cálculo da partição de massa no concentrado foi calculada utilizando a equação (II.12).

**Tabela IV.15 - Níveis de incerteza na recuperação calculada pelos teores de Fe e SiO<sub>2</sub>**

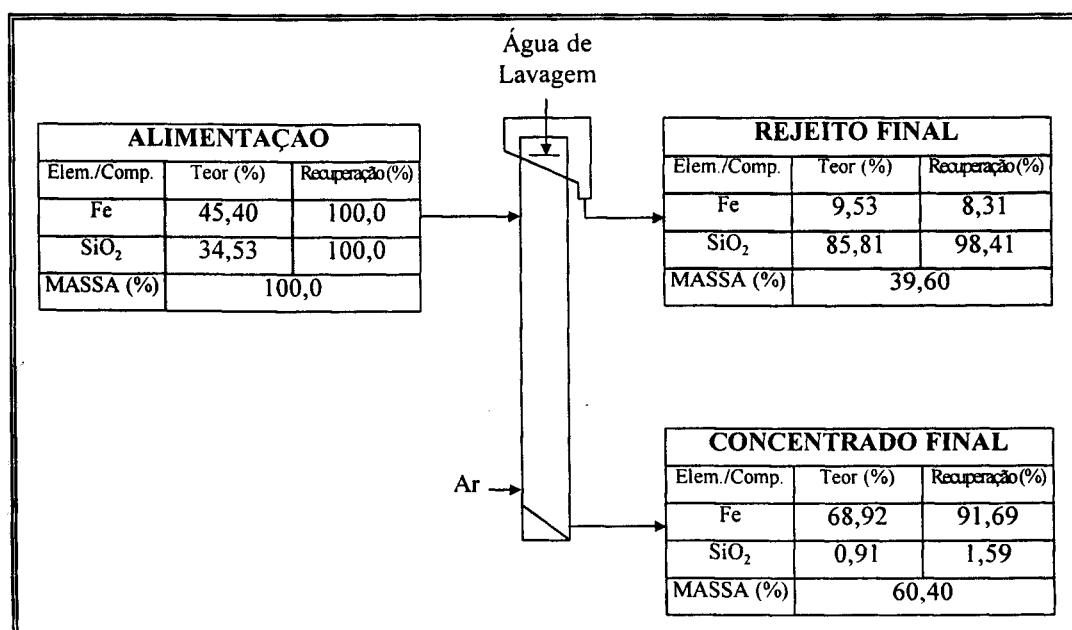
Amostragens	Incerteza na recuperação (%)	
	Fe	SiO <sub>2</sub>
1	-1,37	-0,09
2	-1,61	-0,09
3	-1,95	-0,08
4	-1,69	-0,09
5	-1,54	-0,08
6	-1,50	-0,07
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>-1,61</b>	<b>-0,08</b>

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela IV.16 e mostram que, a massa calculada pelo teor de Fe foi ligeiramente superior à calculada pelo teor de SiO<sub>2</sub>. Entretanto, a incerteza na estimativa da massa calculada pelo teor de Fe foi significativamente superior à calculada pelo teor de SiO<sub>2</sub>.

Em função disto, o balanço de massa e metalúrgico foi calculado pela massa estimada a partir do teor de SiO<sub>2</sub>. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura IV.9 e mostram que foi necessário um ajuste de quase 100% no teor de Fe no rejeito final para satisfazer as equações de conservação de massa.

**Tabela IV.16 - Massas de concentrado estimadas a partir das recuperações calculadas pelos teores dos elementos com as respectivas incertezas - Processo de concentração de minério de ferro**

Amostragens	Massa de concentrado (%)		Incerteza na massa (%)	
	Fe	SiO <sub>2</sub>	Fe	SiO <sub>2</sub>
1	65,34	60,97	7,02	-4,02
2	63,99	60,99	7,27	-4,01
3	59,13	60,92	6,93	-4,01
4	63,09	60,41	7,21	-4,07
5	63,77	58,78	7,10	-4,23
6	64,17	60,30	7,03	-4,06
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>63,25</b>	<b>60,40</b>	<b>7,09</b>	<b>-4,07</b>



**Figura IV.9- Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico da concentração de minério de ferro em um único estágio - Fórmula dos dois produtos**

### IV.3.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973)

Os teores médios de Fe e SiO<sub>2</sub> e suas respectivas variâncias, apresentados na Tabela IV.13, foram substituídos nas equações (III.2); (III.3); (III.5); (III.6); (III.8) e (III.9), obtendo-se os dados apresentados na Tabela IV.17, para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 ( $w_2$ ).

Na Tabela IV.17 estão também apresentados os valores da função objetivo  $J$ , definida na equação (II.23), para cada valor atribuído à massa do fluxo 2 ( $w_2$ ).

**Tabela IV.17 - Valores de  $\delta_{ji}$  para diferentes valores atribuídos à massa do fluxo 2 -  
 Processo de concentração de minério de ferro**

$w_2$	0,368	0,373	0,378	0,383	0,388	0,393	0,398	0,403	0,408	0,413
$\delta_1(\text{Fe})$	-0,020	-2,18	-0,419	-0,622	<b>-0,828</b>	-1,035	-1,245	-1,458	-1,672	-1,889
$\delta_2(\text{Fe})$	0,001	0,009	0,017	0,026	<b>0,035</b>	0,044	0,054	0,064	0,074	0,085
$\delta_3(\text{Fe})$	0,019	0,208	0,396	0,583	<b>0,769</b>	0,954	1,138	1,321	1,503	1,683
$\delta_1(\text{SiO}_2)$	-1,767	-1,442	-1,122	-0,805	<b>-0,493</b>	-0,185	0,118	0,418	0,713	1,005
$\delta_2(\text{SiO}_2)$	1,616	1,337	1,054	0,767	<b>0,476</b>	0,181	-0,117	-0,419	-0,723	-1,031
$\delta_3(\text{SiO}_2)$	0,029	0,024	0,018	0,013	<b>0,008</b>	0,003	-0,002	-0,007	-0,011	-0,016
<b>Função <math>J</math></b>	<b>2,437</b>	<b>1,668</b>	<b>1,119</b>	<b>0,789</b>	<b>0,674</b>	<b>0,772</b>	<b>1,082</b>	<b>1,602</b>	<b>2,329</b>	<b>3,261</b>

Os respectivos valores de  $\delta_{ji}$  representam as correções nos valores determinados para os teores dos dois elementos, e permitem obter os valores ajustados para esses teores.

Na Tabela IV.18 estão apresentados os resultados desse ajuste. Nas Figuras IV.10 e IV.11 estão apresentados o gráfico da função  $J$  e o balanço de massa final, respectivamente. Uma análise do balanço de massa e metalúrgico final apresentado,

mostra que os erros experimentais foram distribuídos nos diversos fluxos do circuito segundo suas respectivas variâncias.

A recuperação de ferro no concentrado estimada pelo método de *Smith & Ichiyen* (1973), foi 4,2% superior à calculada pela *fórmula dos dois produtos*. Além disso, o teor de Fe no rejeito final estimado por esse método, foi bem mais próximo ao analisado, demonstrando a eficiência desse método em harmonizar os dados minimizando as expectativas de erros entre os valores ajustados e os reais que são desconhecidos.

**Tabela IV.18 - Teores de Fe e SiO<sub>2</sub> medidos e corrigidos nos diversos fluxos para  $w_2 = 0,388$**

Fluxo	$\delta$ (Fe)	Fe (%)		$\delta$ (SiO <sub>2</sub> )	SiO <sub>2</sub> (%)	
		Medido	Corrigido		Medido	Corrigido
1	-0,828	45,40	44,57	-0,493	34,53	34,04
2	0,035	4,92	4,95	0,476	85,80	86,28
3	0,769	68,92	69,69	0,008	0,91	0,92

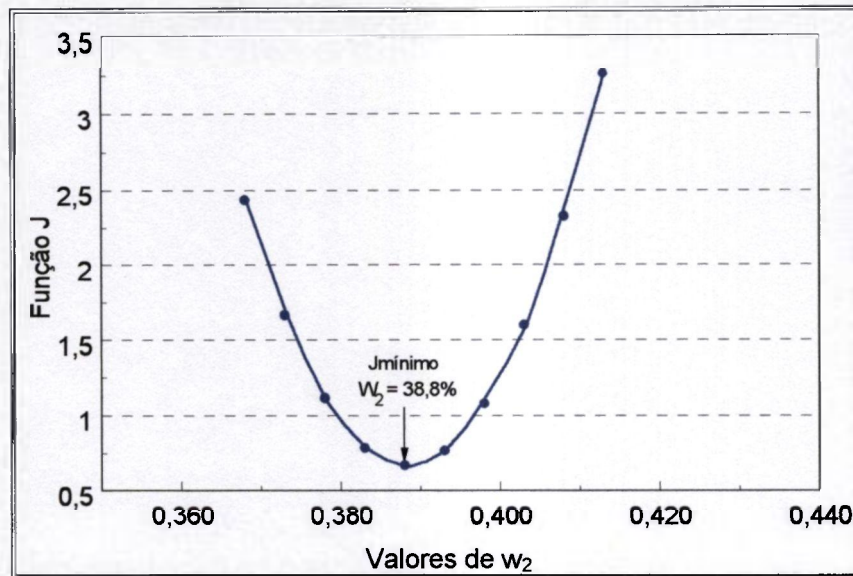


Figura IV.10 - Variação da Função  $J$  em função de valores atribuídos a  $w_2$  -  
 Processo de concentração de minério de ferro

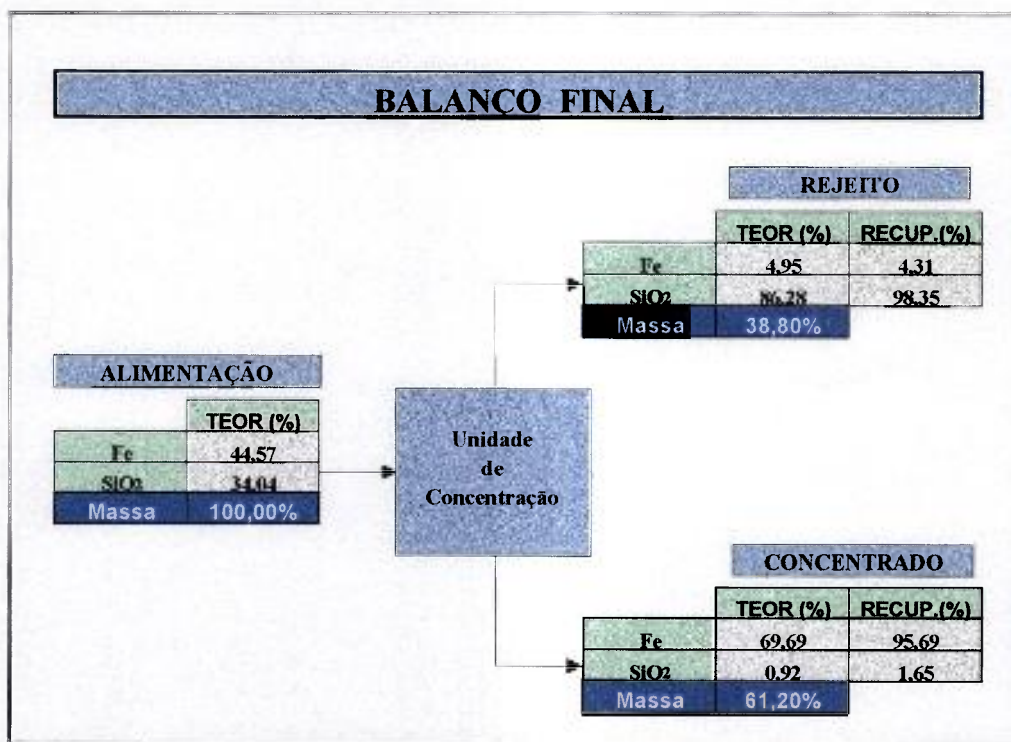


Figura IV.11 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do processo de  
 concentração de minério de ferro em um único estágio – Método de Smith e Ichiyen



## **CAPÍTULO V**

### **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

#### **PROCESSOS DE CONCENTRAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS**

## V.1. INTRODUÇÃO

No capítulo anterior foi apresentada uma avaliação da eficiência da metodologia de ajuste de balanço de massa proposta por *Smith & Ychiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al.* (1994) para o circuito de concentração em um único estágio. Nesses processos o cálculo do balanço de massa e metalúrgico pela *fórmula dos dois produtos* é relativamente simples. Entretanto, os resultados obtidos não apresentam necessariamente coerência com os dados experimentais.

Neste capítulo, será apresentada a avaliação da eficiência do método desenvolvido por *Smith & Ychiyen* (1973) para os processos de concentração em dois estágios. Nessa avaliação foi utilizada a mesma metodologia empregada para os circuitos de concentração em um único estágio, ou seja, foram comparados os resultados obtidos no cálculo do balanço de massa através da *fórmula dos dois produtos* e do método de *Smith & Ychiyen* (1973). Foram avaliados dois circuitos tipo “rougher/cleaner”, para minério fosfático e rejeito de cianetação de ouro, e um circuito tipo “rougher/scavenger”, para flotação de prata de resíduo de lixiviação.

Para otimização destes circuitos, torna-se de fundamental importância uma avaliação do desempenho de cada etapa e do circuito total em termos de teor e de recuperação dos elementos ou compostos. Devido à recirculação de fluxos, o cálculo do balanço de massa pela *fórmula dos dois produtos* é mais difícil de ser efetuado, envolvendo uma série de considerações baseadas na experiência do pesquisador. Utilizando o método de *Smith & Ychiyen* (1973) e as variâncias efetivamente verificadas nas diversas amostragens, o cálculo do balanço de massa obtido apresenta consistência com dados experimentais exigindo um ajuste mínimo nos teores analisados.

Os resultados obtidos foram discutidos e os programas computacionais desenvolvidos foram utilizados.

## V.2. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO FOSFÁTICO EM CIRCUITO TIPO “ROUGHER/CLEANER”

A concentração de alguns tipos de minérios fosfáticos requer a realização da flotação em duas etapas para obtenção de níveis adequados de teor e recuperação de  $P_2O_5$ . Nestes casos são utilizados circuitos tipo “rougher/cleaner” ou “rougher/scavenger”.

Consideremos por exemplo o circuito de flotação tipo “rougher/cleaner” apresentado na Figura V.1, operando com minério fosfático.

Em condições estabilizadas de operação, foram realizadas 5 (cinco) amostragens nos 5 (cinco) fluxos do circuito e analisados os teores dos compostos de interesse  $P_2O_5$ ;  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$ . Os resultados obtidos e as respectivas médias e variâncias, calculadas pelas equações (IV.1) e (IV.2), estão apresentados na Tabela V.1.

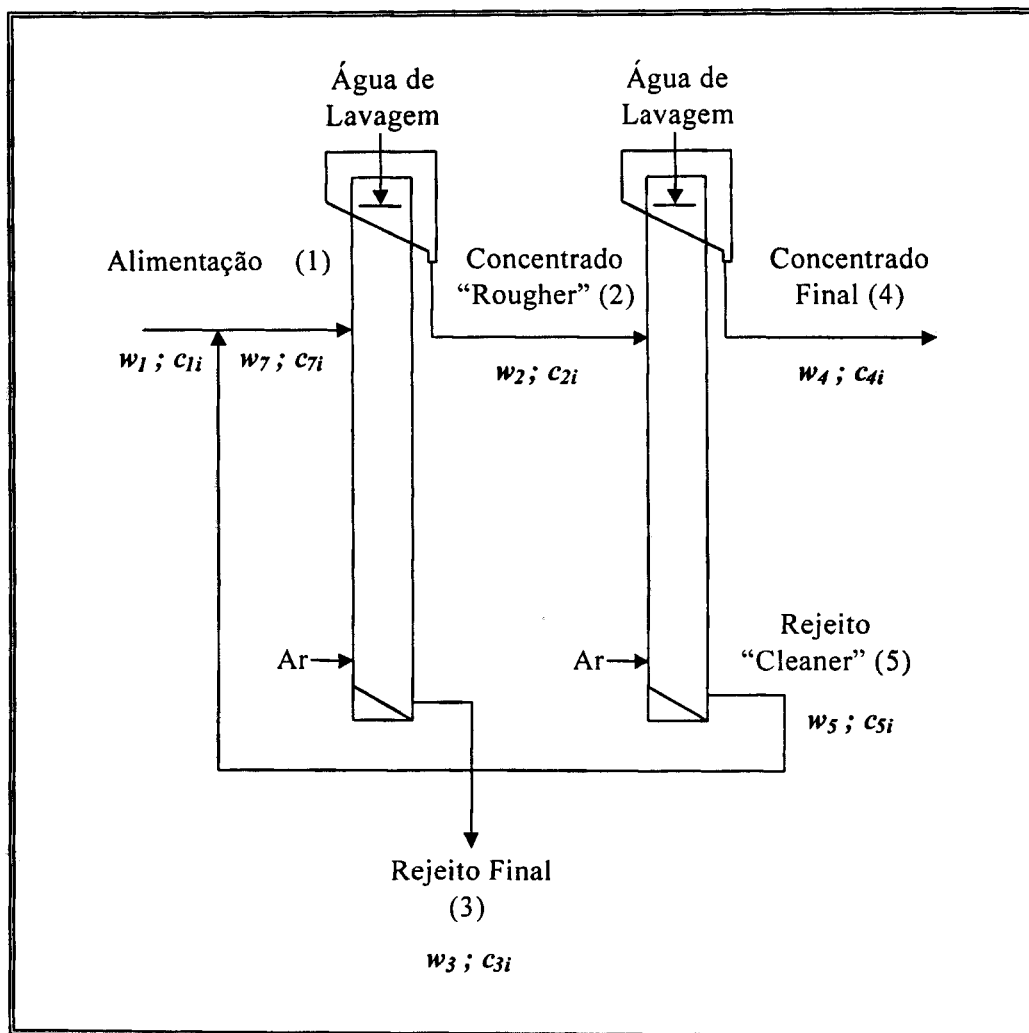


Figura V.1 - Circuito de flotação de minério fosfático com duas colunas - tipo "rougher/cleaner"

**Tabela V.1 - Resultados das análises químicas dos compostos  $P_2O_5$ ;  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$  nas amostragens dos 5 fluxos do circuito de concentração de minério fosfático**

Amostragem	$P_2O_5$ (%)				
	Alimentação	Concentrado "Rougher"	Rejeito Final	Concentrado Final	Rejeito "Cleaner"
1	18,17	32,67	10,71	35,88	14,41
2	19,44	29,97	12,38	36,15	13,26
3	19,02	31,24	12,04	36,13	13,82
4	20,24	31,25	11,24	35,55	14,67
5	20,64	30,55	11,87	33,65	13,24
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>19,50</b>	<b>31,14</b>	<b>11,65</b>	<b>35,47</b>	<b>13,88</b>
<b>Variância(<math>s^2</math>)</b>	<b>0,96</b>	<b>1,02</b>	<b>0,45</b>	<b>1,10</b>	<b>0,43</b>
Amostragem	$Fe_2O_3$ (%)				
	Alimentação	Concentrado "Rougher"	Rejeito Final	Concentrado Final	Rejeito "Cleaner"
1	19,42	8,54	27,65	4,88	20,22
2	18,89	7,46	25,44	3,87	18,84
3	17,64	7,28	26,27	4,55	19,68
4	18,08	7,02	26,15	4,66	19,58
5	17,87	8,06	25,44	3,84	18,13
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>18,40</b>	<b>7,67</b>	<b>26,19</b>	<b>4,36</b>	<b>19,29</b>
<b>Variância(<math>s^2</math>)</b>	<b>0,58</b>	<b>0,38</b>	<b>0,81</b>	<b>0,23</b>	<b>0,66</b>
Amostragem	$SiO_2$ (%)				
	Alimentação	Concentrado "Rougher"	Rejeito Final	Concentrado Final	Rejeito "Cleaner"
1	11,07	4,45	16,22	3,82	6,67
2	12,05	3,94	16,43	3,12	7,92
3	10,86	3,66	15,46	4,11	8,14
4	11,51	4,81	14,89	3,22	7,58
5	10,46	4,06	15,61	3,10	7,67
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>11,19</b>	<b>4,18</b>	<b>15,72</b>	<b>3,47</b>	<b>7,60</b>
<b>Variância(<math>s^2</math>)</b>	<b>0,37</b>	<b>0,20</b>	<b>0,38</b>	<b>0,21</b>	<b>0,32</b>

### V.2.1. Fórmula dos dois produtos

Os teores de  $P_2O_5$ ,  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$  foram substituídos na equação (II.5) para determinação das recuperações desses compostos em função somente das análises químicas. O coeficiente de variação (CV) entre as recuperações obtidas em cada amostragem e o erro percentual foram calculados pelas equações (IV.3) e (IV.4).

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.2 e mostram que, embora as variâncias nos teores de  $P_2O_5$ ,  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$  analisados tenham sido relativamente baixas, os coeficientes de variação e os erros percentuais calculados nas recuperações estimadas a partir do teor de  $SiO_2$  foram significativamente maiores que os estimados a partir dos demais compostos em todas as etapas do circuito.

Se apenas a amostragem número 3 fosse realizada, a estimativa da recuperação de  $SiO_2$  na etapa “cleaner” do circuito, considerando a alimentação desta etapa e utilizando a *fórmula dos dois produtos*, levaria ao valor absurdo de 124,83%.

A partição da massa de alimentação no concentrado foi estimada substituindo os teores dos compostos  $P_2O_5$ ,  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$  e as recuperações calculadas pela equação (II.9). A massa de alimentação foi considerada como unitária ou 100%. A incerteza no cálculo da partição de massa no concentrado foi calculada utilizando a equação (II.12). Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.3 e mostram que as massas médias obtidas pela *fórmula dos dois produtos* utilizando os 3 (três) compostos foram próximas. A incerteza esperada no cálculo das massas em função de pequenos desvios ocorridos nas análises químicas dos 3 (três) compostos nos 5 (cinco) fluxos do circuito foi menor para as massas estimada a partir do teor de  $Fe_2O_3$ .

Em função disso e da elevada variabilidade das massas estimadas para o concentrado da etapa “cleaner”, o balanço de massa foi calculado considerando as massas estimadas a partir do teor de  $Fe_2O_3$  e os erros foram associados preferencialmente ao rejeito “cleaner”. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura V.2 e mostram que, para atender às equações de conservação de massa, foram necessários ajustes de 103,2% e 26,5% nos teores de  $P_2O_5$  e de  $Fe_2O_3$  no rejeito “cleaner”, respectivamente.

**Tabela V.2 - Recuperações de  $P_2O_5$ ,  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$  calculadas pela fórmula dos dois produtos nas etapas “rougher”, “cleaner” e no circuito total de concentração de minério fosfático**

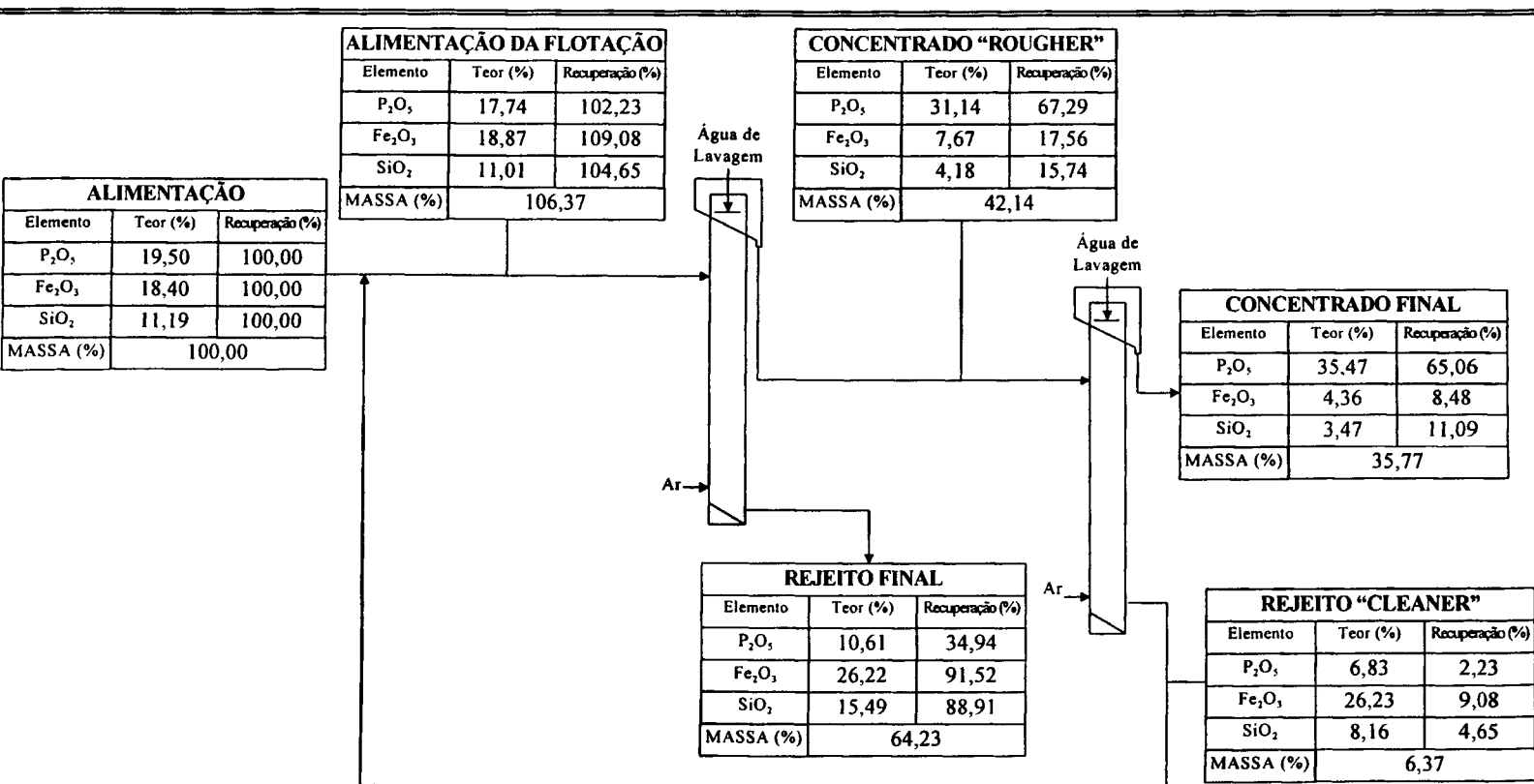
Amostragens	ETAPA “ROUGHER”					
	Recuperação (%)			Erro Percentual		
	$P_2O_5$	$Fe_2O_3$	$SiO_2$	$P_2O_5$	$Fe_2O_3$	$SiO_2$
1	61,08	18,94	17,59	-5,04	7,48	19,63
2	61,88	14,39	11,47	-3,80	-18,36	-22,01
3	59,71	18,76	13,14	-7,17	6,44	-10,64
4	69,44	16,38	14,01	7,97	-7,05	-4,69
5	69,49	19,65	17,31	8,04	11,49	17,71
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>64,32</b>	<b>17,62</b>	<b>14,70</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>4,76</b>	<b>2,19</b>	<b>2,67</b>	-	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>7,40</b>	<b>12,41</b>	<b>26,08</b>	-	-	-
Amostragens	ETAPA “CLEANER”					
	Recuperação (%)			Erro Percentual		
	$P_2O_5$	$Fe_2O_3$	$SiO_2$	$P_2O_5$	$Fe_2O_3$	$SiO_2$
1	93,41	43,51	66,87	2,53	-2,72	-7,18
2	88,05	39,44	65,66	-3,35	-11,82	-8,86
3	90,30	51,22	124,83	-0,88	14,53	73,28
4	90,33	55,88	42,53	-0,85	24,95	-40,96
5	93,42	33,57	60,32	2,54	-24,93	-16,28
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>91,10</b>	<b>44,72</b>	<b>72,04</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>2,30</b>	<b>8,95</b>	<b>31,08</b>	-	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>2,53</b>	<b>0,20</b>	<b>43,14</b>	-	-	-
Amostragens	CIRCUITO TOTAL					
	Recuperação (%)			Erro Percentual		
	$P_2O_5$	$Fe_2O_3$	$SiO_2$	$P_2O_5$	$Fe_2O_3$	$SiO_2$
1	58,53	9,08	14,33	-2,28	6,20	22,51
2	55,23	6,22	8,52	-7,78	-27,26	-27,17
3	55,04	10,25	15,34	-8,11	19,83	31,11
4	65,03	9,68	8,10	8,57	13,17	-30,74
5	65,65	7,53	12,20	9,61	-11,94	4,29
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>59,89</b>	<b>8,55</b>	<b>11,70</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>5,16</b>	<b>1,65</b>	<b>3,30</b>	-	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>8,62</b>	<b>0,19</b>	<b>28,18</b>	-	-	-

**Tabela V.3 - Partição de massa da alimentação nos concentrados com as respectivas incertezas - Flotação de minério fosfático em circuito “rougher/cleaner”**

Amostragens	ETAPA “ROUGHER”					
	Massa no Concentrado (%)			Incerteza na massa (%)		
	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>
1	33,97	43,07	43,76	8,27	-10,16	-9,41
2	40,14	36,43	35,07	11,05	-10,51	-9,65
3	36,35	45,44	38,98	9,91	-9,29	-9,20
4	44,98	42,19	33,53	10,11	-9,45	-11,42
5	46,95	43,56	44,59	11,05	-10,28	-9,06
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>40,48</b>	<b>42,14</b>	<b>39,19</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>5,51</b>	<b>3,41</b>	<b>4,98</b>	-	-	-
Amostragens	ETAPA “CLEANER”					
	Massa no Concentrado (%)			Incerteza na massa (%)		
	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>
1	85,05	76,14	77,89	15,22	-5,57	-15,61
2	73,00	76,02	82,92	13,09	-4,98	-8,21
3	78,08	81,96	111,17	14,00	-4,81	-9,08
4	79,41	84,18	63,53	14,97	-4,71	-11,03
5	84,81	70,47	78,99	14,97	-5,64	-8,88
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>80,07</b>	<b>77,75</b>	<b>82,90</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>5,04</b>	<b>5,42</b>	<b>17,42</b>	-	-	-
Amostragens	CIRCUITO TOTAL					
	Massa no Concentrado (%)			Incerteza na massa (%)		
	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>
1	29,64	36,14	41,53	7,22	-8,53	-8,93
2	29,70	30,37	32,91	8,18	-8,76	-9,05
3	28,97	39,73	40,53	7,90	-8,12	-9,57
4	37,02	37,55	28,96	8,33	-8,41	-9,86
5	40,27	35,05	41,17	9,48	-8,27	-8,36
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>33,12</b>	<b>35,77</b>	<b>37,02</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>5,18</b>	<b>3,49</b>	<b>5,74</b>	-	-	-



Figura V.2 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito de concentração de minério fosfático tipo "rougher/cleaner" – Fórmula dos dois produtos



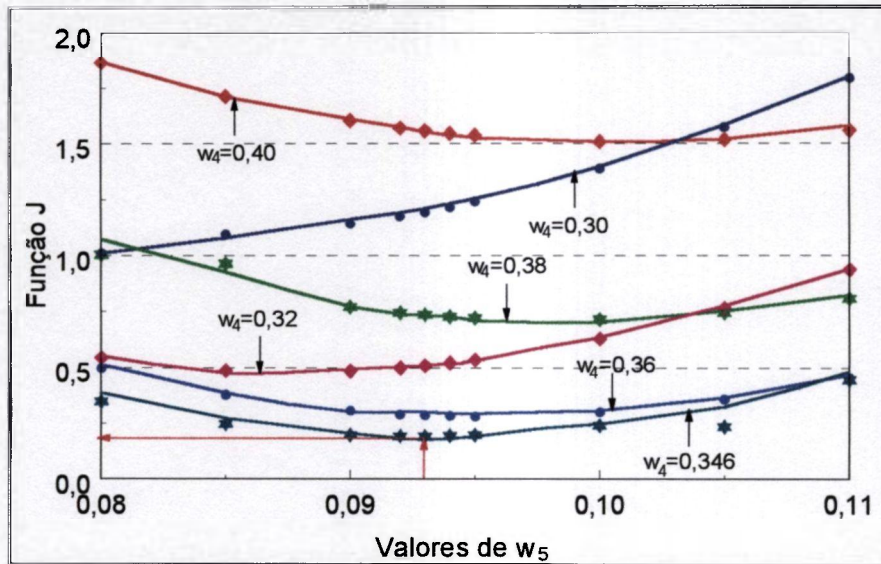
**V.2.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973)**

Os teores médios dos compostos  $P_2O_5$ ,  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$  e suas respectivas variâncias, apresentados na Tabela V.1, foram substituídos nas equações (III.21) a (III.25), que determinam os valores de  $\delta_{ji}$  para cada fluxo e composto de controle nos processos de concentração em dois estágios. A partir destes valores de  $\delta_{ji}$  e para cada par de valores atribuído a  $w_4$  e  $w_5$ , a função objetivo  $J$  foi calculada. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.4 e mostram que o valor em destaque (0,195) representa o mínimo da função objetivo  $J$ , definindo o par de valores  $w_4 = 0,346$  e  $w_5 = 0,093$  como a solução ótima para o balanço de massa.

**Tabela V.4 - Valores da função objetivo  $J$  para os pares de valores atribuídos aos fluxos 4 e 5 - Flotação de minério fosfático em circuito “rougher/cleaner”**

$w_4$	$w_5$										
	0,080	0,085	0,090	0,091	0,092	0,093	0,094	0,095	0,100	0,105	0,110
0,450	5,590	5,428	5,303	5,285	5,264	5,246	5,230	5,215	5,160	5,137	5,145
0,400	1,867	1,714	1,605	1,588	1,573	1,560	1,548	1,539	1,511	1,519	1,560
0,390	1,392	1,245	1,143	1,128	1,114	1,103	1,093	1,084	1,066	1,084	1,136
0,380	1,006	0,966	0,773	0,759	0,748	0,738	0,730	0,724	0,717	0,746	0,811
0,370	0,708	0,577	0,495	0,483	0,474	0,467	0,461	0,457	0,462	0,505	0,583
0,360	0,499	0,379	0,308	0,299	0,293	0,288	0,285	0,284	0,303	0,361	0,454
0,350	0,378	0,270	0,214	0,208	0,204	0,203	0,203	0,205	0,240	0,314	0,424
0,346	0,350	0,250	0,201	0,197	0,196	0,195	0,197	0,200	0,244	0,328	0,448
0,340	0,345	0,252	0,212	0,210	0,209	0,211	0,215	0,220	0,237	0,366	0,495
0,330	0,400	0,325	0,303	0,304	0,308	0,313	0,321	0,330	0,403	0,517	0,666
0,320	0,545	0,488	0,487	0,493	0,501	0,511	0,523	0,537	0,631	0,767	0,939
0,310	0,778	0,744	0,766	0,777	0,790	0,804	0,821	0,839	0,959	1,119	1,316
0,300	1,101	1,093	1,141	1,157	1,175	1,195	1,217	1,241	1,387	1,574	1,795
0,250	4,125	4,292	4,517	4,568	4,621	4,676	4,733	4,792	5,110	5,465	5,851

Na Figura V.2 está apresentado o gráfico da variações da função objetivo  $J$  para diversos pares de valores de  $w_4$  e  $w_5$ , com indicação dos valores ótimos.



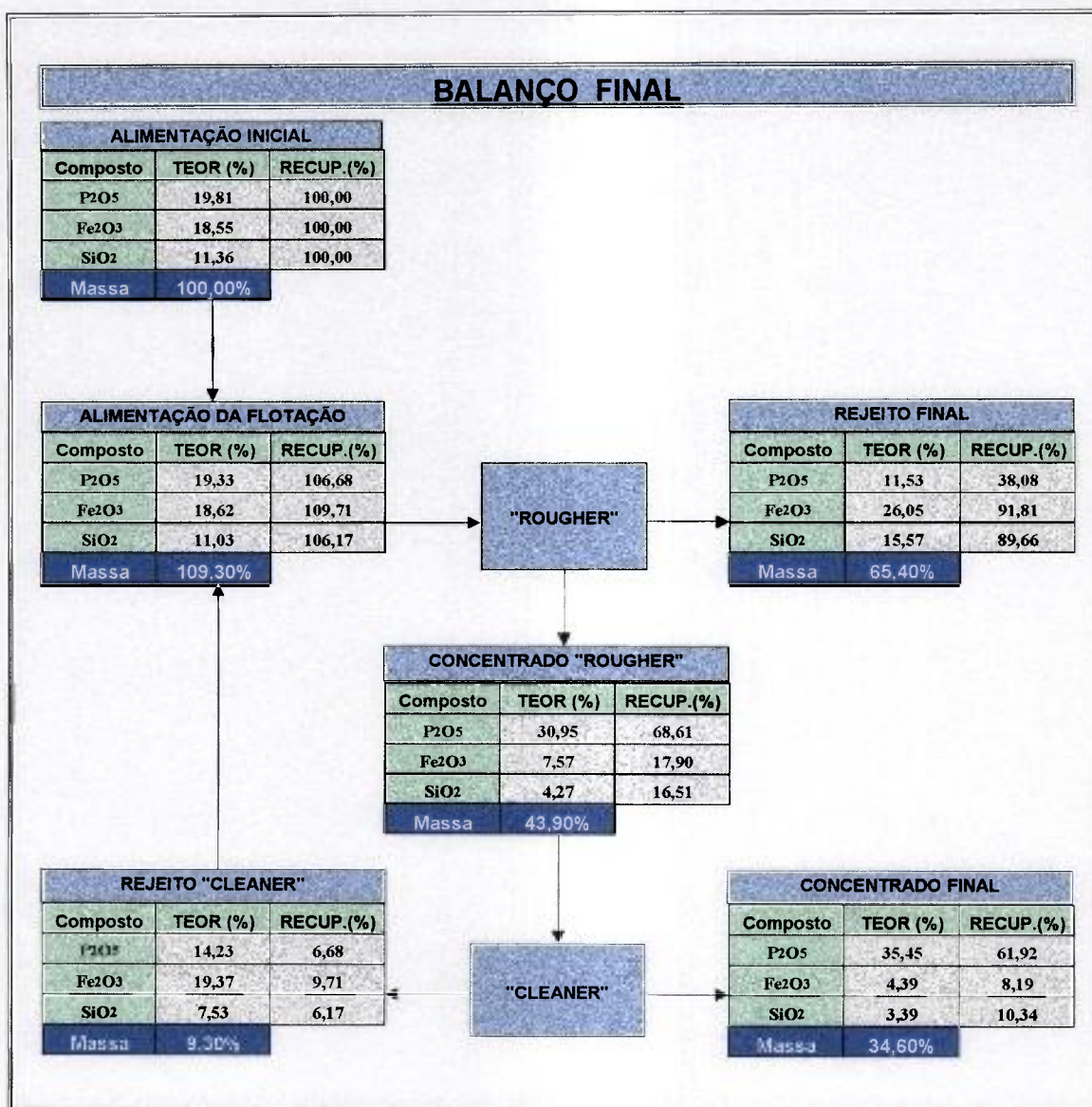
**Figura V.2 - Valores da função objetivo  $J$  para os pares de valores dos fluxos 4 e 5 - Flotação de minério fosfático em circuito “rougher/cleaner”**

Na Tabela V.5 estão apresentados os fatores de correção e os teores mais prováveis para cada composto em cada fluxo do circuito.

**Tabela V.5 - Teores medidos e corrigidos para os compostos  $P_2O_5$ ;  $Fe_2O_3$  e  $SiO_2$  nos 5 fluxos do circuito de concentração de minério fosfático**

Fluxo	$P_2O_5$			$Fe_2O_3$			$SiO_2$		
	<i>c</i>	$\delta$	$\hat{c}$	<i>c</i>	$\delta$	$\hat{c}$	<i>c</i>	$\delta$	$\hat{c}$
Alimentação	19,50	+0,305	19,805	18,40	+0,154	18,554	11,19	+0,166	11,356
Concentrado "Rougher"	31,14	-0,188	30,952	7,67	-0,104	7,566	4,18	+0,090	4,270
Rejeito "Rougher"	11,65	-0,119	11,531	26,19	-0,144	26,046	15,72	-0,152	15,568
Concentrado Final	35,47	-0,024	35,446	4,36	+0,034	4,394	3,47	-0,077	3,393
Rejeito "Cleaner"	13,88	+0,354	14,234	19,29	+0,080	19,370	7,60	-0,069	7,531

O balanço de massa final está apresentado na Figura V.4 e mostra que as massas estimadas nos diversos fluxos por esse método foram aproximadamente as mesmas estimadas pela *fórmula dos dois produtos*. Entretanto, para atender as equações de conservação de massa, as diferenças entre os valores mais prováveis dos teores dos compostos no rejeito "cleaner" e os analisados, foram relativamente pequenas. Além disso, as recuperações de  $P_2O_5$  no concentrado das etapas "rougher" e "cleaner" e no circuito total, calculadas por este método, foram 5,2%; 6,4% e 3,1% inferiores às obtidas pela *fórmula dos dois produtos*. Isto demonstra que a utilização do método estatístico leva a valores mais conservadores para o processo, minimizando as expectativas de erros entre os teores analisados e os ajustados.



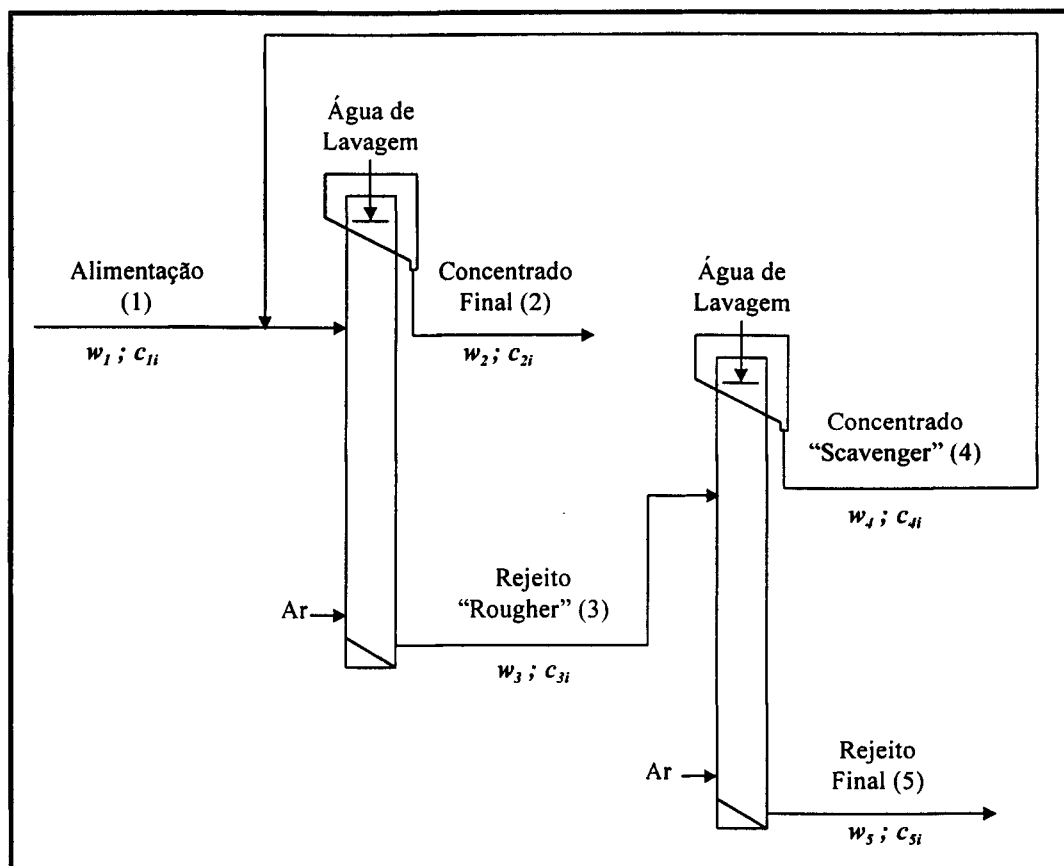
**Figura V.3 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito "rougher/cleaner" de concentração de minério fosfático – Método de Smith e Ychiyen**

### V.3. FLOTAÇÃO DE PRATA DE RESÍDUO DE LIXIVIAÇÃO

A produção de zinco metálico a partir de um concentrado de zinco sulfetado de uma dada unidade industrial é realizada pelos processos de ustulação, lixiviação, eletrólise e fundição. Na etapa de lixiviação com ácido sulfúrico é produzido um resíduo contendo teor elevado de prata e de chumbo. A prata contida nesse resíduo é recuperada pelo processo de flotação em coluna.

Durante a realização dos estudos piloto visando a implantação desta unidade industrial de flotação em coluna, foram testados o circuito constituído de uma única etapa de flotação e o circuito “rougher/scavenger”, conforme apresentado na Figura V.5.

Para o circuito “rougher/scavenger”, os teores dos elementos de interesse (Ag e Pb) foram analisados em 4 (quatro) amostragens realizadas nos 5 (cinco) fluxos do circuito operando em condições estabilizadas. Os resultados obtidos e as respectivas médias e variâncias, calculadas pelas equações (IV.1) e (IV.2), estão apresentados na Tabela V.6.



**Figura V.5 - Circuito de flotação de resíduo de prata com duas colunas - tipo "rougher/scavenger"**



**Tabela V.6 - Resultados das análises químicas dos elementos Ag e Pb nas amostragens dos 5 fluxos do circuito de concentração de resíduo de prata.**

Amostragem	Ag (g/t)				
	Alimentação	Concentrado Final	Rejeito "Rougher"	Concentrado "Scavenger"	Rejeito Final
1	1624,5	18527,3	638,2	14358,3	568,3
2	1562,9	19287,2	537,6	16988,5	507,9
3	1619,8	19643,7	562,9	15898,6	492,6
4	1672,2	18672,6	614,5	15754,6	591,2
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>1619,9</b>	<b>19032,7</b>	<b>588,3</b>	<b>15750,0</b>	<b>540,0</b>
<b>Variância (<math>s^2</math>)</b>	<b>2001,82</b>	<b>274397,47</b>	<b>2130,70</b>	<b>1164271,42</b>	<b>2233,17</b>
Amostragem	Pb (%)				
	Alimentação	Concentrado Final	Rejeito "Rougher"	Concentrado "Scavenger"	Rejeito Final
1	27,5	2,4	31,3	33,1	26,9
2	25,8	2,9	32,1	28,2	30,4
3	28,3	2,6	28,9	29,6	32,6
4	31,2	2,9	26,9	32,3	29,3
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>28,2</b>	<b>2,7</b>	<b>29,8</b>	<b>30,8</b>	<b>29,8</b>
<b>Variância (<math>s^2</math>)</b>	<b>4,88</b>	<b>0,02</b>	<b>4,65</b>	<b>3,04</b>	<b>2,12</b>

### V.3.1. Fórmula dos dois produtos

Para determinação das recuperações de Ag e Pb em função somente das análises químicas, os teores desses elementos foram substituídos na equação (II.5). O coeficiente de variação (CV) entre as recuperações obtidas em cada amostragem e o erro percentual foram calculados pelas equações (IV.3) e (IV.4).



Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.7 e mostram que, embora as variâncias nos teores de Ag analisados tenham sido significativamente superiores às obtidas nos teores de Pb, os coeficientes de variação e os erros percentuais calculados nas recuperações estimadas a partir do teor de Ag, na etapa “rougher” e no circuito total, foram significativamente inferiores aos calculados nas recuperações estimadas a partir do teor de Pb nas mesmas etapas. Isto se deve ao baixo teor de Pb no concentrado final. Na etapa “scavenger”, os coeficientes de variação foram extremamente elevados para as recuperações estimadas a partir dos teores de Ag e Pb. Isto pode ser devido ao efeito da carga circulante na qualidade das amostragens realizadas nessa etapa.

Observou-se também que em algumas amostragens realizadas, foram obtidas recuperações de Pb negativas principalmente em função dos elevados teores desse elemento nos rejeitos.

Substituindo os teores dos elementos Ag e Pb e as recuperações calculadas na equação (II.9) foi estimada a partição de massa da alimentação no concentrado. A massa de alimentação foi considerada como unitária ou 100%. A incerteza no cálculo da partição de massa no concentrado foi calculada utilizando a equação (II.12). Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.8 e mostram que as massas médias do concentrado final obtidas pela *fórmula dos dois produtos* utilizando os dois elementos foram próximas. Entretanto, as massas médias do concentrado “scavenger” obtidas pelos teores de Ag e Pb, foram significativamente diferentes. A incerteza esperada no cálculo das massas em função de pequenos desvios ocorridos nas análises químicas dos 2 (dois) elementos nos 5 (cinco) fluxos do circuito foi menor para as massas estimada a partir do teor de Ag.

Em função disso e da elevada variabilidade das massas estimadas para o concentrado da etapa “scavenger”, o balanço de massa foi calculado considerando as massas estimadas a partir do teor de Ag e os erros foram associados preferencialmente ao concentrado “scavenger”. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura V.6 e mostram que, para atender às equações de conservação de massa, foram necessários apenas pequenos ajustes nos teores dos elementos.

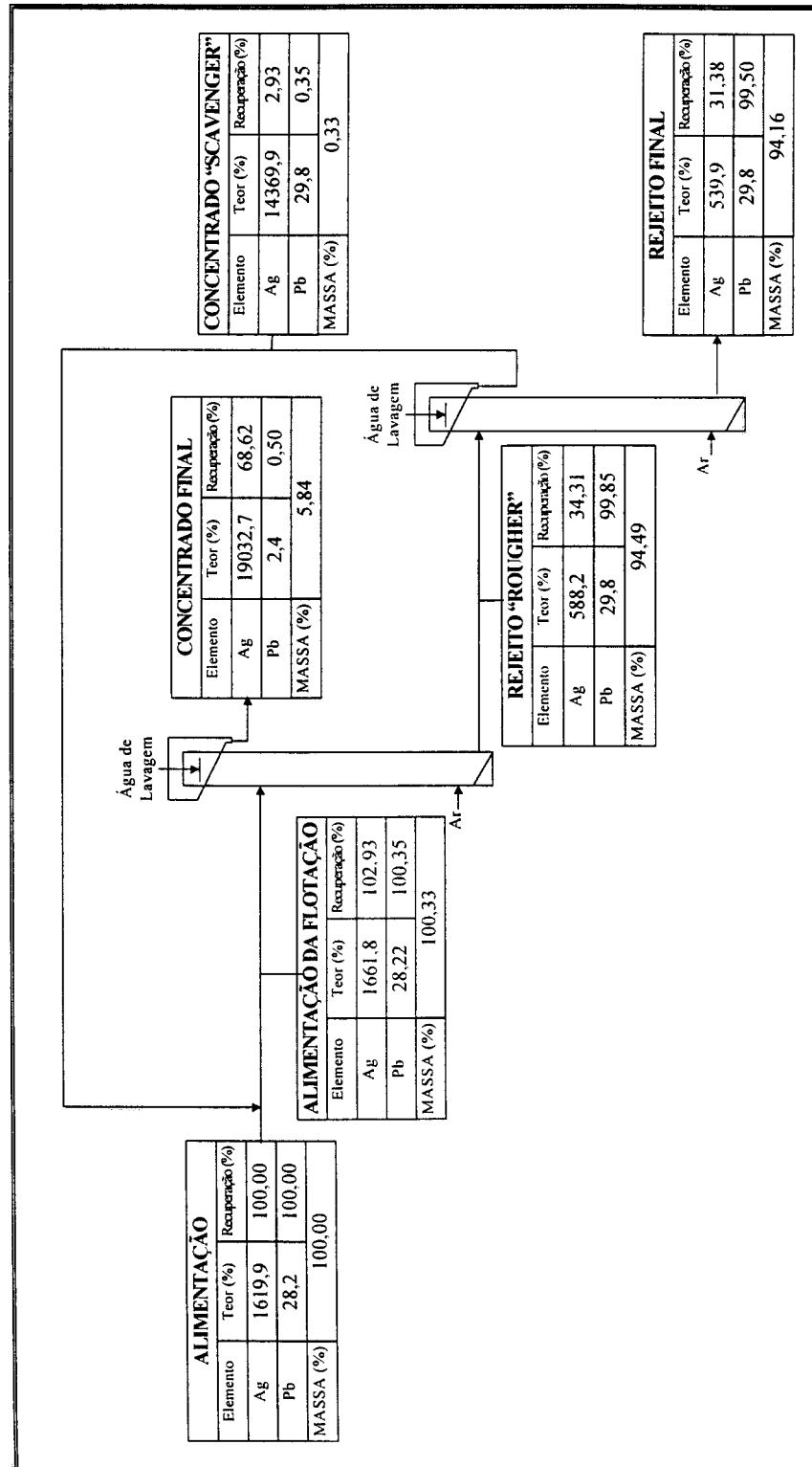
**Tabela V.7 - Recuperações de Ag e Pb calculadas pela fórmula dos dois produtos nas etapas “rougher”, “scavenger” e no circuito total**

Amostragens	ETAPA “ROUGHER”			
	Recuperação (%)		Erro Percentual	
	Ag	Pb	Ag	Pb
1	62,88	1,15	-4,34	116,83
2	67,48	2,43	2,66	358,24
3	67,17	0,21	2,19	-60,40
4	65,40	-1,67	-0,50	-414,67
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>65,74</b>	<b>0,53</b>	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>2,11</b>	<b>1,72</b>	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>3,21</b>	<b>325,36</b>	-	-
Amostragens	ETAPA “SCAVENGER”			
	Recuperação (%)		Erro Percentual	
	Ag	Pb	Ag	Pb
1	11,40	75,05	14,55	702,11
2	5,69	-67,88	-42,80	-825,54
3	12,89	126,32	29,45	1250,10
4	3,94	-96,06	-60,43	-1126,67
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>9,96</b>	<b>9,36</b>	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>4,33</b>	<b>108,13</b>	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>43,53</b>	<b>1155,65</b>	-	-
Amostragens	CIRCUITO TOTAL			
	Recuperação (%)		Erro Percentual	
	Ag	Pb	Ag	Pb
1	67,07	-0,21	-2,27	-136,94
2	69,33	1,88	1,01	224,96
3	71,38	1,32	4,00	127,60
4	66,76	-0,67	-2,73	-215,62
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>68,64</b>	<b>0,58</b>	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>2,16</b>	<b>1,21</b>	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>3,14</b>	<b>209,87</b>	-	-

**Tabela V.8 - Partição de massa da alimentação nos concentrados com as respectivas incertezas - Flotação de resíduo de prata em circuito “rougher/scavenger”**

Amostragens	ETAPA “ROUGHER”			
	Massa no Concentrado (%)		Incerteza na massa (%)	
	Ag	Pb	Ag	Pb
1	5,51	13,15	0,91	-9,52
2	5,47	21,58	0,83	-8,84
3	5,54	2,28	0,85	-10,76
4	5,86	-17,92	0,93	-13,00
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>5,59</b>	<b>4,77</b>	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>0,18</b>	<b>17,06</b>	-	-
Amostragens	ETAPA “SCAVENGER”			
	Massa no Concentrado (%)		Incerteza na massa (%)	
	Ag	Pb	Ag	Pb
1	0,51	70,97	0,46	50,48
2	-0,33	-77,27	0,33	-145,91
3	0,46	123,33	0,37	-96,33
4	0,70	-80,00	0,40	89,67
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>0,33</b>	<b>9,26</b>	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>0,45</b>	<b>103,72</b>	-	-
Amostragens	CIRCUITO TOTAL			
	Massa no Concentrado (%)		Incerteza na massa (%)	
	Ag	Pb	Ag	Pb
1	5,88	-2,45	0,90	-11,22
2	5,20	16,73	0,84	-9,38
3	5,89	14,33	0,85	-9,43
4	6,41	-7,20	0,92	-11,82
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>5,84</b>	<b>5,35</b>	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>0,50</b>	<b>11,95</b>	-	-

Figura V.6 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito de concentração de resíduo de prata tipo "rougher/scavenger" – Fórmula dos dois produtos



**V.3.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973)**

Os teores médios dos elementos Ag e Pb e suas respectivas variâncias, apresentados na Tabela V.6, foram substituídos nas equações (III.21) a (III.25), que determinam os valores de  $\delta_{ji}$  para cada fluxo e elemento de controle nos processos de concentração em dois estágios. A partir destes valores de  $\delta_{ji}$  e para cada par de valores atribuído a  $w_4$  e  $w_5$ , a função objetivo  $J$  foi calculada. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.9 e mostram que o valor em destaque (0,277) representa o mínimo da função objetivo  $J$ , definindo o par de valores  $w_4 = 0,942$  e  $w_5 = 0,003$  como a solução ótima para o balanço de massa.

**Tabela V.9 - Valores da função objetivo  $J$  para os pares de valores atribuídos aos fluxos 4 e 5 - Flotação de resíduo de prata em circuito “rougher/scavenger”**

$w_4$	$w_5$						
	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006
0,935	126,828	104,783	87,982	76,406	70,036	69,851	72,829
0,940	34,309	19,209	9,287	4,528	4,909	10,410	21,009
0,941	26,276	12,570	4,043	0,642	2,380	9,255	21,153
0,942	21,756	9,448	2,295	0,277	3,373	11,564	24,827
0,943	20,760	9,851	4,085	3,440	7,898	17,437	32,055
0,944	23,297	13,789	9,411	10,143	15,960	26,850	42,787
0,945	29,375	21,271	18,283	20,392	27,577	39,818	57,091
0,950	113,166	112,101	116,089	125,110	139,143	158,167	182,158

Na Figura V.6 está apresentado o gráfico de variações da função objetivo  $J$  para diversos pares de valores de  $w_4$  e  $w_5$ .

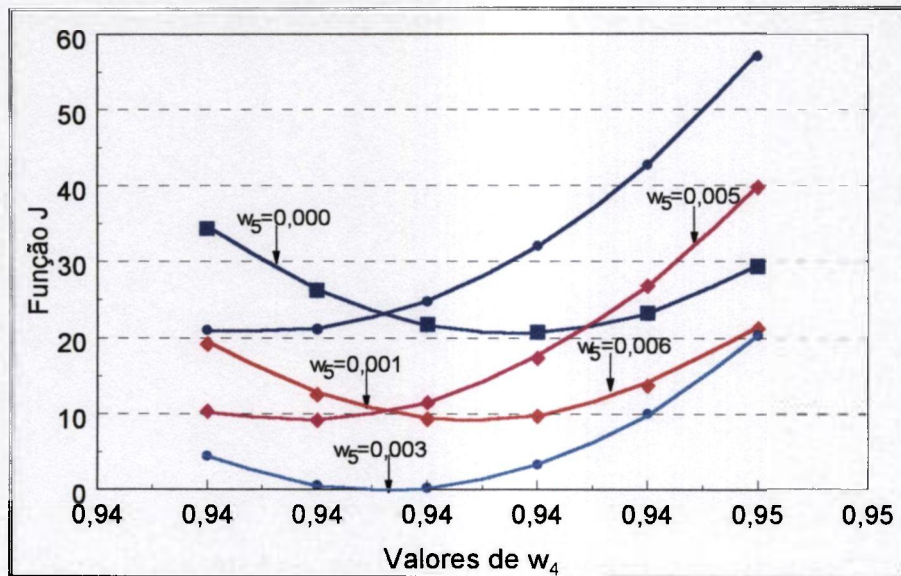


Figura V.6 - Valores da função objetivo  $J$  para os pares de valores das massas dos fluxos 4 e 5 - Flotação de resíduo de prata em circuito “rougher/scavenger”

Na Tabela V.10 estão apresentados os fatores de correção e os teores mais prováveis para cada composto em cada fluxo do circuito.

**Tabela V.10 - Teores medidos e corrigidos dos elementos Ag e Pb nos 5 fluxos do circuito “rougher/scavenger” de flotação de resíduo de prata**

Fluxo	Ag (g/t)			Pb (%)		
	$c$	$\delta$	$\hat{c}$	$c$	$\delta$	$\hat{c}$
Alimentação	1619,9	0,06	1619,96	28,2	0,01	28,21
Concentrado Final	19032,7	-0,04	19032,66	2,7	0,00	2,70
Rejeito “Rougher”	588,3	-0,01	588,29	29,8	0,00	29,80
Concentrado “Scavenger”	15750,0	0,00	15750,0	30,8	0,00	30,80
Rejeito Final	540,0	-0,01	539,99	29,8	-0,01	29,79

O balanço de massa e metalúrgico final está apresentado na Figura V.8 e mostra que as massas estimadas nos diversos fluxos por esse método foram aproximadamente as mesmas estimadas pela *fórmula dos dois produtos*. Além disso, nesse caso, praticamente não foram necessários ajustes nos teores dos elementos Ag e Pb para atender às equações de conservação de massa.



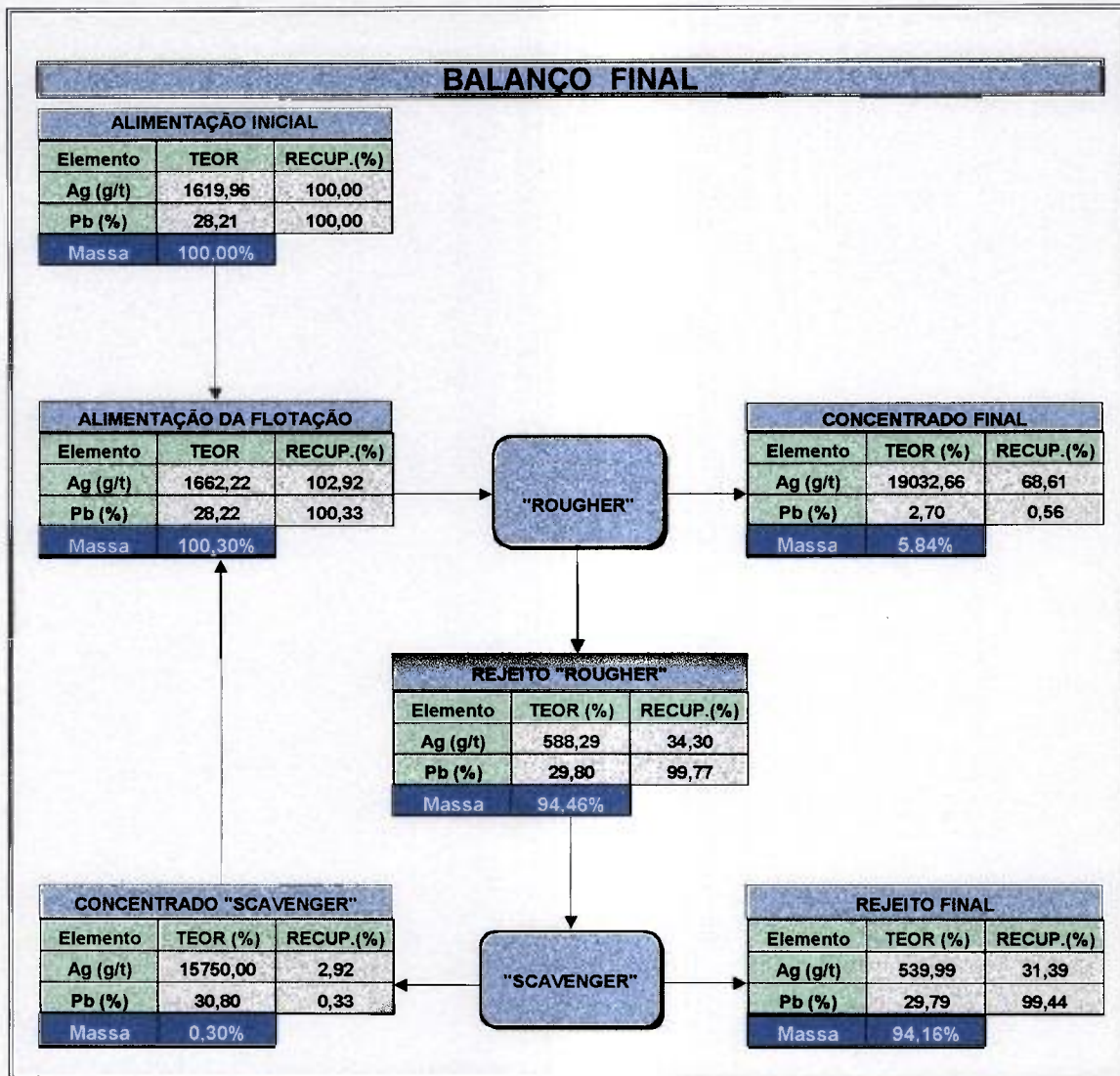


Figura V.7 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito "rougher/scavenger" de concentração de resíduo de prata –

Método de Smith e Ichiyen



#### **V.4. FLOTAÇÃO DE REJEITO DE CIANETAÇÃO DE OURO EM CIRCUITO TIPO “ROUGHER/CLEANER”**

Os rejeitos do processo de cianetação de uma dada mineração se caracterizam por apresentarem teores baixos de ouro contido, mas a presença marcante de minerais sulfetados como pirrotita, arsenopirita e pirita, a partir dos quais pode ser obtido ácido sulfúrico. A primeira etapa do processo prevê a concentração dos sulfetos dos minerais de interesse, para posterior separação da pirrotita por separação magnética e da pirita por flotação, estocando a arsenopirita para utilização futura.

Devido à granulometria fina dos rejeitos desta planta, a coluna é utilizada na etapa “cleaner”, sendo a etapa “rougher” realizada em célula mecânica de flotação. Na Figura V.9 está apresentado o circuito utilizado.

Em condições estabilizadas de operação, foram realizadas 6 (seis) amostragens nos cinco fluxos do circuito e foram analisados os teores dos elementos de interesse, S, As e Au. Os resultados obtidos e as respectivas médias e variâncias, estão apresentados na Tabela V.11.

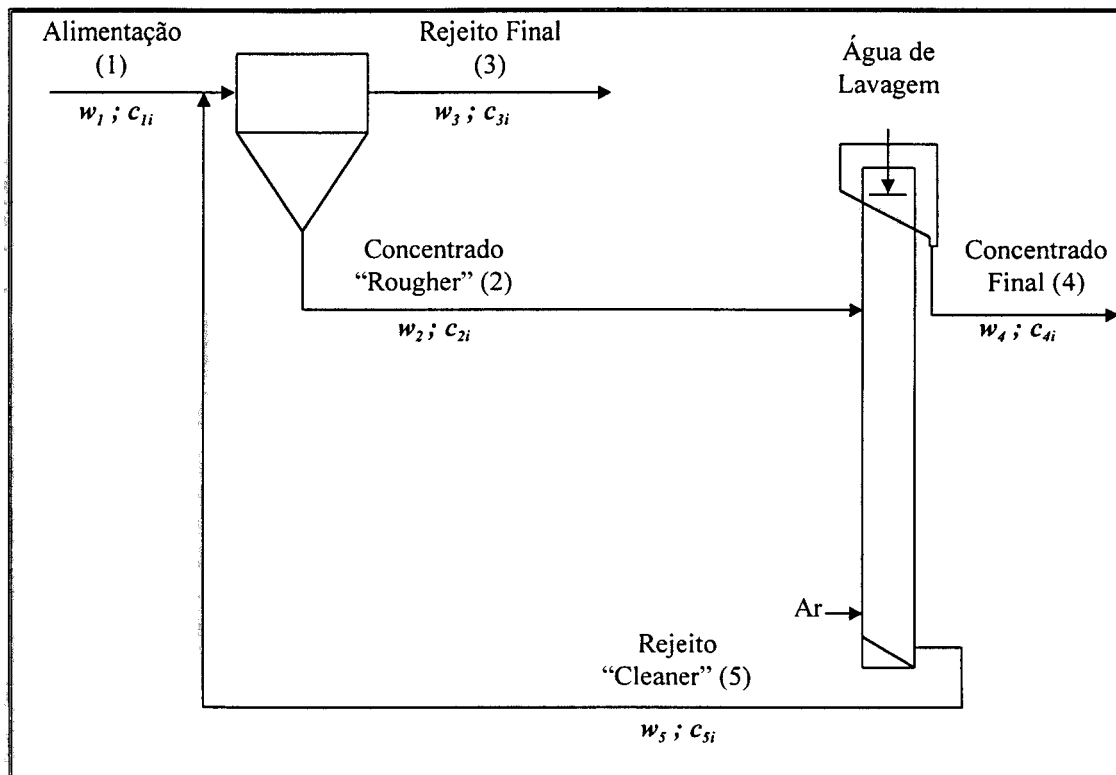


Figura V. 9- Circuito misto de flotação de rejeito de cianetação de ouro com célula mecânica e coluna - tipo "rougher/cleaner"

**Tabela V.11 - Resultados das análises químicas dos elementos S, As e Au nas amostragens dos 5 fluxos do circuito de concentração de rejeito de cianetação**

Amostragem	S (%)				
	Alimentação	Concentrado "Rougher"	Rejeito Final	Concentrado Final	Rejeito "Cleaner"
1	3,92	8,56	2,34	19,4	3,04
2	4,05	8,29	2,66	19,82	3,26
3	3,65	9,86	2,86	18,23	3,02
4	4,16	10,14	2,68	20,56	3,36
5	3,84	11,43	2,64	20,16	2,99
6	4,06	10,78	2,81	19,35	3,28
Média ( $\bar{x}$ )	<b>3,95</b>	<b>9,84</b>	<b>2,67</b>	<b>19,59</b>	<b>3,16</b>
Variância( $s^2$ )	<b>0,03</b>	<b>1,51</b>	<b>0,03</b>	<b>0,65</b>	<b>0,03</b>
Amostragem	As (%)				
	Alimentação	Concentrado "Rougher"	Rejeito Final	Concentrado Final	Rejeito "Cleaner"
1	0,71	1,63	0,26	5,13	0,31
2	0,63	1,70	0,23	5,12	0,24
3	0,69	1,53	0,27	5,46	0,22
4	0,75	1,66	0,27	5,75	0,26
5	0,71	1,78	0,24	5,86	0,25
6	0,79	1,54	0,29	5,26	0,29
Média ( $\bar{x}$ )	0,71	1,64	0,26	5,43	0,26
Variância( $s^2$ )	0,00	0,01	0,00	0,10	0,00
Amostragem	Au (g/t)				
	Alimentação	Concentrado "Rougher"	Rejeito Final	Concentrado Final	Rejeito "Cleaner"
1	0,43	1,52	0,18	2,92	1,00
2	0,36	1,63	0,14	3,10	1,10
3	0,41	1,63	0,15	2,75	1,15
4	0,44	1,56	0,17	3,05	1,05
5	0,49	1,67	0,19	2,98	1,15
6	0,44	1,59	0,10	2,96	1,02
Média ( $\bar{x}$ )	0,43	1,60	0,16	2,96	1,08
Variância( $s^2$ )	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00

#### V.4.1. Fórmula dos dois produtos

Os teores de S; As e Au foram substituídos na equação (II.5) para determinação das recuperações desses elementos em função somente das análises químicas. O coeficiente de variação (CV) entre as recuperações obtidas em cada amostragem e o erro percentual foram calculados pelas equações (IV.3) e (IV.4).

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.12 e mostram que, embora as variâncias nos teores de S; As e Au analisados tenham sido extremamente baixas, os coeficientes de variação e os erros percentuais calculados nas recuperações estimadas a partir do teor de S foram maiores que os estimados a partir dos demais elementos em todas as etapas do circuito.

A partição da massa de alimentação no concentrado foi estimada substituindo os teores dos elementos S; As e Au e as recuperações calculadas na equação (II.9). A massa de alimentação foi considerada como unitária ou 100%. A incerteza no cálculo da partição de massa no concentrado foi calculada utilizando a equação (II.12). Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.13 e mostram que as massas médias obtidas pela *fórmula dos dois produtos* utilizando as análises químicas dos 3 (três) elementos foram muito diferentes nas duas etapas e no circuito total. A incerteza esperada no cálculo das massas em função de pequenos desvios ocorridos nas análises químicas dos 3 (três) elementos na etapa “rougher” foi significativamente maior para a massa estimada a partir do teor de S, seguida pelo de As. Entretanto, na etapa “cleaner” e no circuito total, os menores níveis de incerteza foram obtidos pelas massas estimadas a partir do teor de As.

Em função disso e da elevada variabilidade das massas estimadas para o concentrado da etapa “rougher”, o balanço de massa foi calculado considerando as massas estimadas a partir do teor de As e os erros foram associados preferencialmente ao concentrado “rougher”. Os resultados obtidos estão apresentados na

e mostram que, para atender às equações de conservação de massa, foi necessário um ajuste no teor de S no concentrado “rougher” de 9,84% para 7,52%. As recuperações de S no concentrado final e no concentrado “rougher”, estimadas pelo balanço de massa, foram 4,06% e 15,38% superiores às estimadas pelo teor de S, respectivamente.

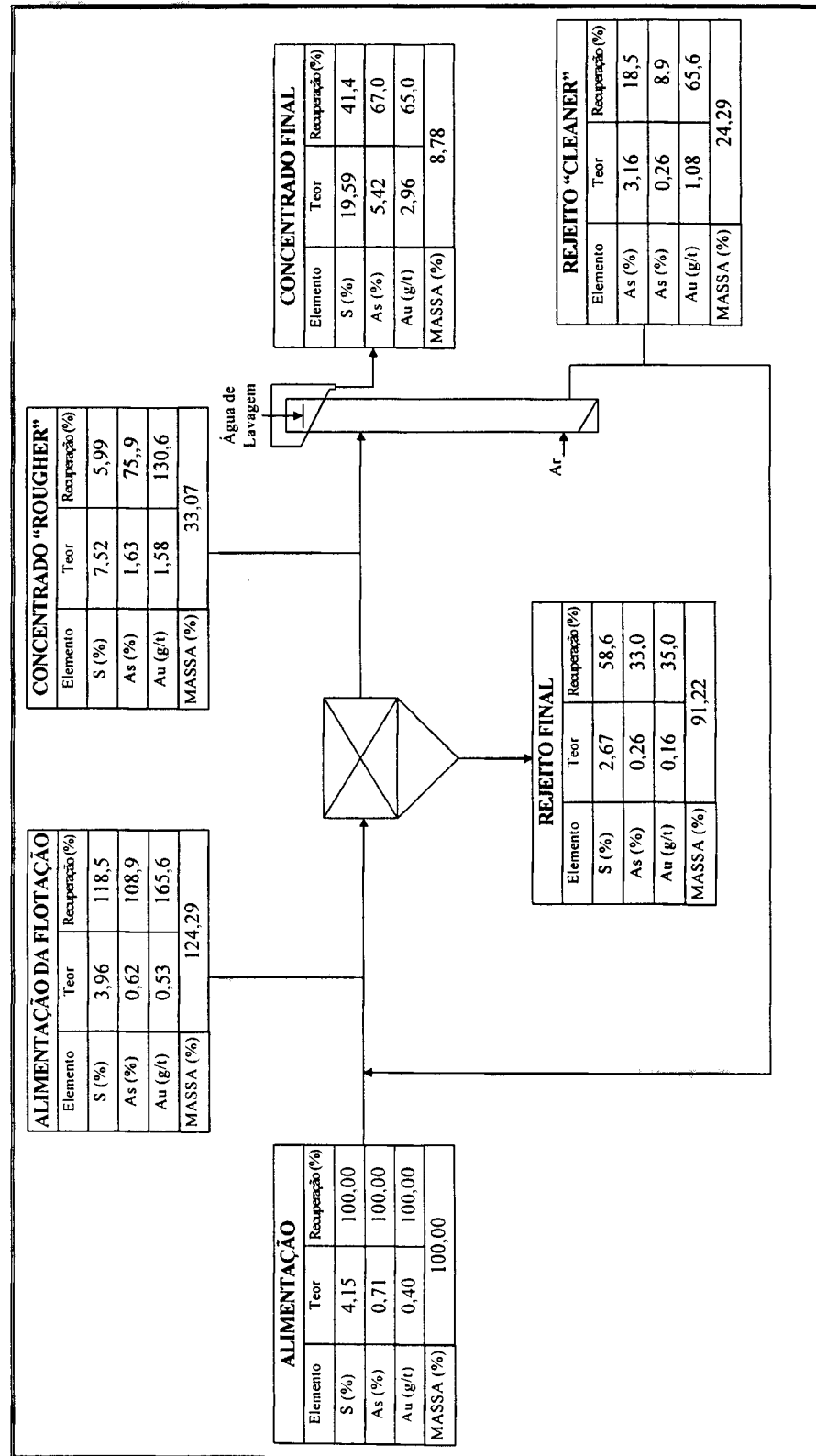
**Tabela V.12 - Recuperações de S; As e Au calculadas pela fórmula dos dois produtos nas etapas “rougher”, “cleaner” e no circuito total**

Amostragens	ETAPA “ROUGHER”					
	Recuperação (%)			Erro Percentual		
	S	As	Au	S	As	Au
1	55,47	75,41	65,95	24,59	-0,27	-6,47
2	50,54	73,43	66,85	13,51	-2,89	-5,19
3	30,49	73,91	69,84	-31,52	-2,25	-0,95
4	48,36	76,43	68,87	8,62	1,08	-2,33
5	40,64	76,51	69,08	-8,73	1,19	-2,02
6	41,64	77,97	82,46	-6,47	3,13	16,95
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>44,52</b>	<b>75,61</b>	<b>70,51</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>8,84</b>	<b>1,72</b>	<b>6,04</b>	-	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>19,87</b>	<b>2,27</b>	<b>8,56</b>	-	-	-
Amostragens	ETAPA “CLEANER”					
	Recuperação (%)			Erro Percentual		
	S	As	Au	S	As	Au
1	76,47	86,19	52,03	-4,94	-2,34	1,26
2	72,62	90,11	50,40	-9,72	2,10	-1,92
3	83,15	89,22	50,61	3,36	1,09	-1,50
4	79,93	88,33	49,86	-0,64	0,09	-2,97
5	86,70	89,79	50,71	7,78	1,73	-1,32
6	83,77	85,91	54,70	4,15	-2,66	6,45
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>80,44</b>	<b>88,26</b>	<b>51,38</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>5,19</b>	<b>1,82</b>	<b>1,78</b>	-	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>6,45</b>	<b>2,06</b>	<b>3,45</b>	-	-	-
Amostragens	CIRCUITO TOTAL					
	Recuperação (%)			Erro Percentual		
	S	As	Au	S	As	Au
1	45,83	66,76	61,96	22,75	0,04	-7,84
2	39,64	66,48	64,00	6,17	-0,39	-4,80
3	25,67	64,04	67,07	-31,25	-4,05	-0,24
4	40,91	67,15	64,99	9,56	0,62	-3,34
5	35,96	69,02	65,39	-3,70	3,42	-2,73
6	36,02	66,98	79,97	-3,54	0,37	18,95
<b>Média (<math>\hat{\mu}</math>)</b>	<b>37,34</b>	<b>66,74</b>	<b>67,23</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>6,78</b>	<b>1,60</b>	<b>6,47</b>	-	-	-
<b>CV (%)</b>	<b>18,16</b>	<b>2,40</b>	<b>9,62</b>	-	-	-

**Tabela V.14 - Partição de massa da alimentação nos concentrados com as respectivas incertezas - Flotação de rejeito de cianetação de ouro em circuito “rougher/cleaner”**

Amostragens	ETAPA "ROUGHER"					
	Massa no Concentrado (%)			Incerteza na massa (%)		
	S	As	Au	S	As	Au
1	25,40	32,85	18,66	15,87	10,36	6,42
2	24,69	27,21	14,77	18,84	8,57	4,83
3	11,29	33,33	17,57	18,07	10,95	5,54
4	19,84	34,53	19,42	17,08	10,79	6,33
5	13,65	30,52	20,27	15,93	9,22	6,62
6	15,68	40,00	22,82	19,43	12,64	5,91
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>18,43</b>	<b>33,07</b>	<b>18,92</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>5,85</b>	<b>4,27</b>	<b>2,70</b>	-	-	-
Amostragens	ETAPA "CLEANER"					
	Massa no Concentrado (%)			Incerteza na massa (%)		
	S	As	Au	S	As	Au
1	33,74	27,39	27,08	10,18	6,69	12,72
2	30,37	29,92	26,50	9,76	6,95	12,77
3	44,97	25,00	30,00	12,91	5,91	16,00
4	39,42	25,50	25,50	11,55	6,06	12,32
5	49,16	27,27	28,42	13,21	6,33	14,50
6	46,67	25,15	29,38	13,26	6,20	13,04
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>40,72</b>	<b>26,70</b>	<b>27,81</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>7,51</b>	<b>1,89</b>	<b>1,74</b>	-	-	-
Amostragens	CIRCUITO TOTAL					
	Massa no Concentrado (%)			Incerteza na massa (%)		
	S	As	Au	S	As	Au
1	9,26	9,24	9,12	4,60	2,92	3,14
2	8,10	8,18	7,43	4,72	2,58	2,43
3	5,14	8,09	10,00	4,75	2,66	3,15
4	8,28	8,76	9,38	4,65	2,74	3,06
5	6,85	8,36	10,75	4,38	2,53	3,51
6	7,56	10,06	11,89	4,91	3,18	3,08
<b>Média (<math>\bar{x}</math>)</b>	<b>7,53</b>	<b>8,78</b>	<b>9,76</b>	-	-	-
<b>Desvio Padrão (s)</b>	<b>1,42</b>	<b>0,76</b>	<b>1,52</b>	-	-	-

Figura V.10 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito de concentração de resíduo de cianetação de ouro tipo "rougher/cleaner" – Fórmula dos dois produtos



**V.4.2. Método desenvolvido por Smith & Ichiyen (1973)**

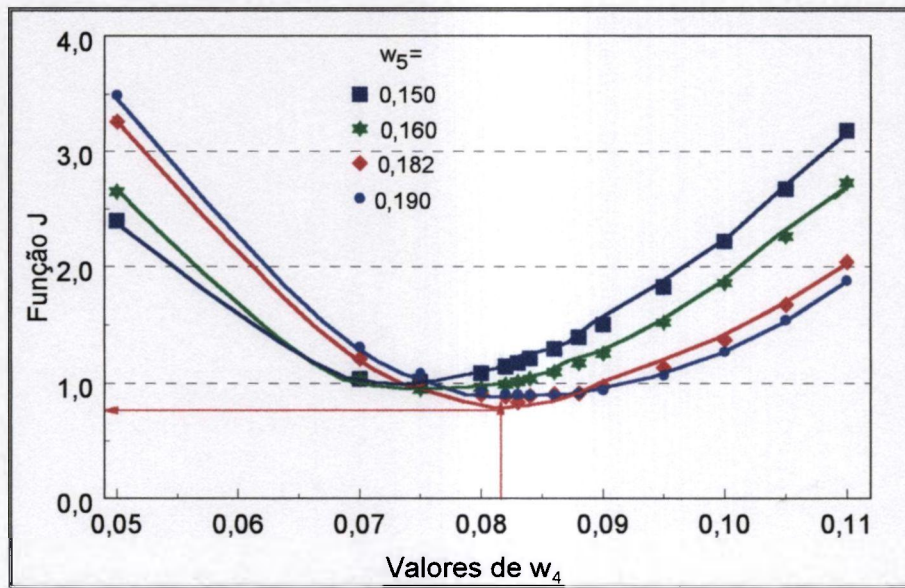
Os teores médios dos elementos S; As e Au e suas respectivas variâncias, apresentados na Tabela V.10, foram substituídos nas equações (III.21) a (III.25), que determinam os valores de  $\delta_{ji}$  para cada fluxo e elemento de controle nos processos de concentração em dois estágios. A partir destes valores de  $\delta_{ji}$  e para cada par de valores atribuídos a  $w_4$  e  $w_5$ , a função objetivo  $J$  foi calculada. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela V.14 e mostram que o valor em destaque (0,840) representa o mínimo da função objetivo  $J$ , definindo o par de valores  $w_4 = 0,083$  e  $w_5 = 0,182$  como a solução ótima para o balanço de massa.

**Tabela V.14 - Valores da função objetivo  $J$  para os pares de valores atribuídos aos fluxos 4 e 5 - Flotação de rejeito de cianetação em circuito “rougher/cleaner”**

$w_4$	$w_5$										
	0,150	0,155	0,160	0,165	0,170	0,175	0,182	0,185	0,190	0,195	0,200
0,110	3,185	2,943	2,728	2,538	2,369	2,222	2,045	1,979	1,882	1,799	1,729
0,105	2,675	2,458	2,267	2,009	1,953	1,826	1,678	1,624	1,545	1,480	1,427
0,100	2,222	2,031	1,865	1,722	1,598	1,494	1,374	1,332	1,273	1,226	1,191
0,095	1,830	1,667	1,528	1,409	1,310	1,228	1,139	1,109	1,070	1,043	1,026
0,090	1,506	1,372	1,260	1,168	1,093	1,036	0,978	0,962	0,943	0,935	0,938
0,088	1,397	1,275	1,174	1,108	1,040	0,989	0,916	0,928	0,916	0,914	0,922
0,086	1,300	1,120	1,101	1,031	0,978	0,939	0,908	0,902	0,900	0,908	0,925
0,084	1,216	1,119	1,041	0,982	0,939	0,911	0,893	0,893	0,899	0,915	0,940
0,083	1,179	1,088	1,016	0,963	0,925	0,899	0,840	0,892	0,903	0,924	0,952
0,082	1,146	1,061	0,995	0,947	0,915	0,893	0,891	0,896	0,912	0,936	0,969
0,080	1,089	1,017	0,963	0,927	0,905	0,897	0,906	0,916	0,940	0,972	1,012
0,075	1,015	0,973	0,947	0,943	0,951	0,971	1,015	1,040	1,087	1,141	1,201
0,070	1,037	1,031	1,039	1,061	1,094	1,137	1,213	1,250	1,317	1,390	1,468
0,050	2,398	2,523	2,653	2,788	2,925	3,061	3,264	3,350	3,493	3,636	3,779



Na Figura V.10 está apresentado o gráfico de variações da função objetivo  $J$  para diversos pares de valores de  $w_4$  e  $w_5$ , com a indicação dos valores ótimos.



**Figura V.10 - Valores da função objetivo  $J$  para os pares de valores dos fluxos 4 e 5 - Flotação de rejeito de cianetação de ouro em circuito “rougher/cleaner”**

Na Tabela V.16 estão apresentados os fatores de correção e os teores mais prováveis para cada composto em cada fluxo do circuito.

**Tabela V.15 - Teores medidos e corrigidos para os elementos S; As e Au nos 5 fluxos do circuito “rougher/cleaner” de concentração de rejeito de cianetação de ouro**

Fluxo	S (%)			As (%)			Au (g/t)		
	$c$	$\delta$	$\hat{c}$	$c$	$\delta$	$c_{ji}$	$c$	$\delta$	$f_{c_i}$
Alimentação	3,95	+0,09	4,04	0,71	-0,03	0,68	0,43	-0,03	0,40
Concentrado “Rougher”	9,84	-0,37	9,47	1,64	+0,17	1,81	1,60	+0,04	1,64
Rejeito Final	2,67	-0,06	2,61	0,26	+0,01	0,27	0,16	+0,01	0,17
Concentrado Final	19,59	+0,19	19,78	5,43	-0,16	5,27	2,96	-0,01	2,95
Rejeito “Cleaner”	3,16	+1,61	4,77	0,26	-0,04	0,22	1,08	-0,04	1,04

O balanço de massa final está apresentado na Figura V.4 e mostra que as massas estimadas no concentrado e rejeito final por esse método foram aproximadamente as mesmas estimadas pela *fórmula dos dois produtos*. Entretanto, as massas estimadas para os demais fluxos pelos dois métodos diferiram significativamente. Assim, as estimativas de desempenho para as etapas “rougher” e “cleaner” de flotação calculadas pela *fórmula dos dois produtos* levariam a valores super dimensionados de recuperação dos elementos em relação ao método de *Smith e Ichiyen* (1973). Para o circuito total, as recuperações de As e Au no concentrado final, seriam 3,01% e 3,87% inferiores às obtidas pela *fórmula dos dois produtos*, respectivamente.

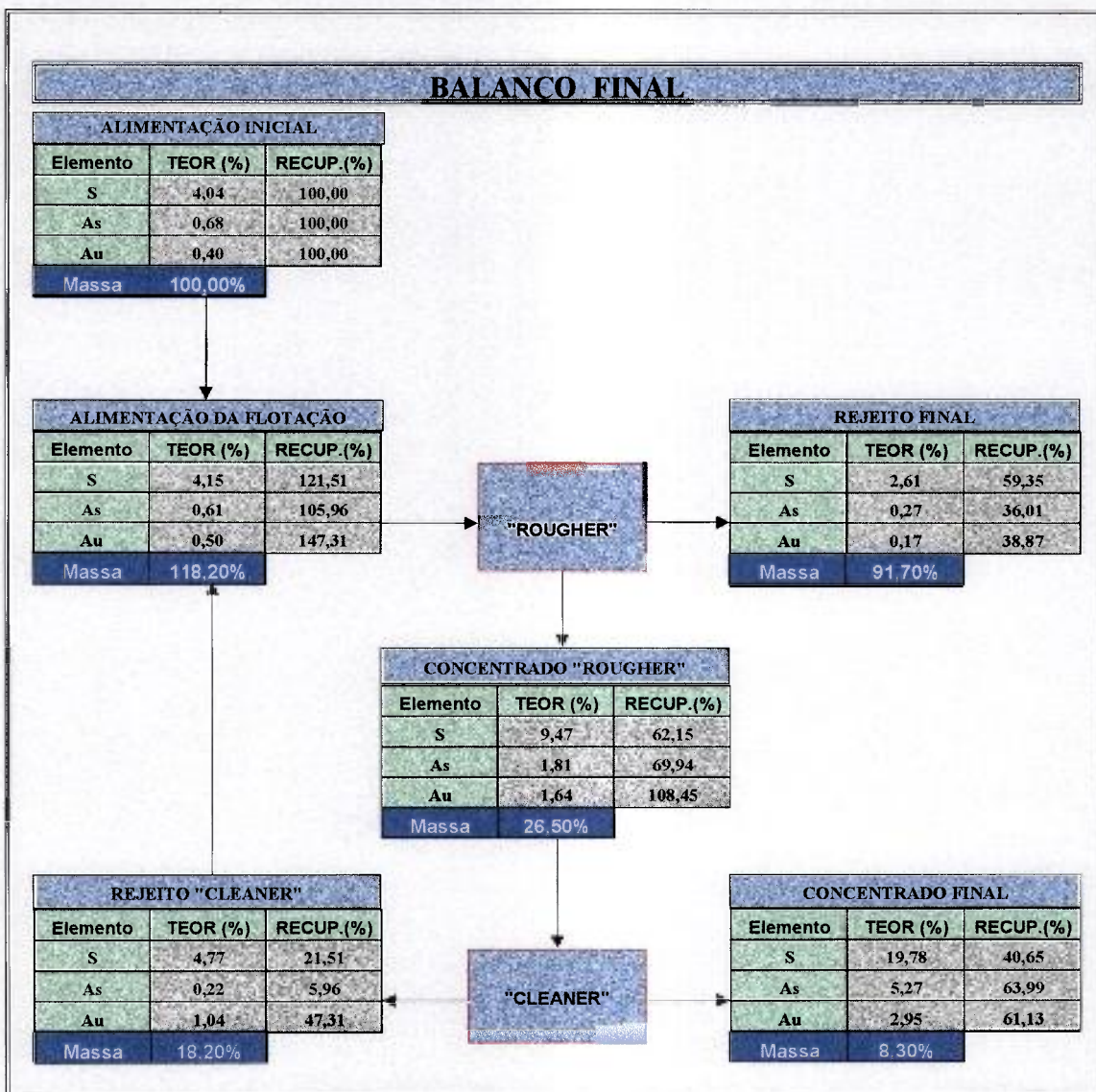


Figura V.11 - Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do circuito "rougher/cleaner" de concentração de rejeito de cianetação de ouro – Método de Smith e Ichiyen

## **CAPÍTULO VI**

### **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

#### **PROCESSOS DE CONCENTRAÇÃO EM TRÊS ESTÁGIOS**

## VI.1. INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores, a aplicabilidade do método para ajuste das massas dos fluxos envolvidos em circuitos minerais, com base somente nas análises químicas, desenvolvido por *Simth & Ichiyen* (1973), foi demonstrada em circuitos de concentração constituídos de um e dois nós.

Entretanto, na grande maioria das unidades industriais de beneficiamento mineral, o processo é constituído de diversos estágios ou de circuitos formados por diferentes tipos de equipamentos, cada um deles podendo operar com características de rendimento próprias. Para circuitos complexos, onde existe recirculação de fluxos ou processamentos estagiados, pode ser difícil determinar a eficiência de cada máquina ou cada unidade que compõe o circuito, já que essa medida requer uma perfeita amostragem de cada fluxo em cada estágio.

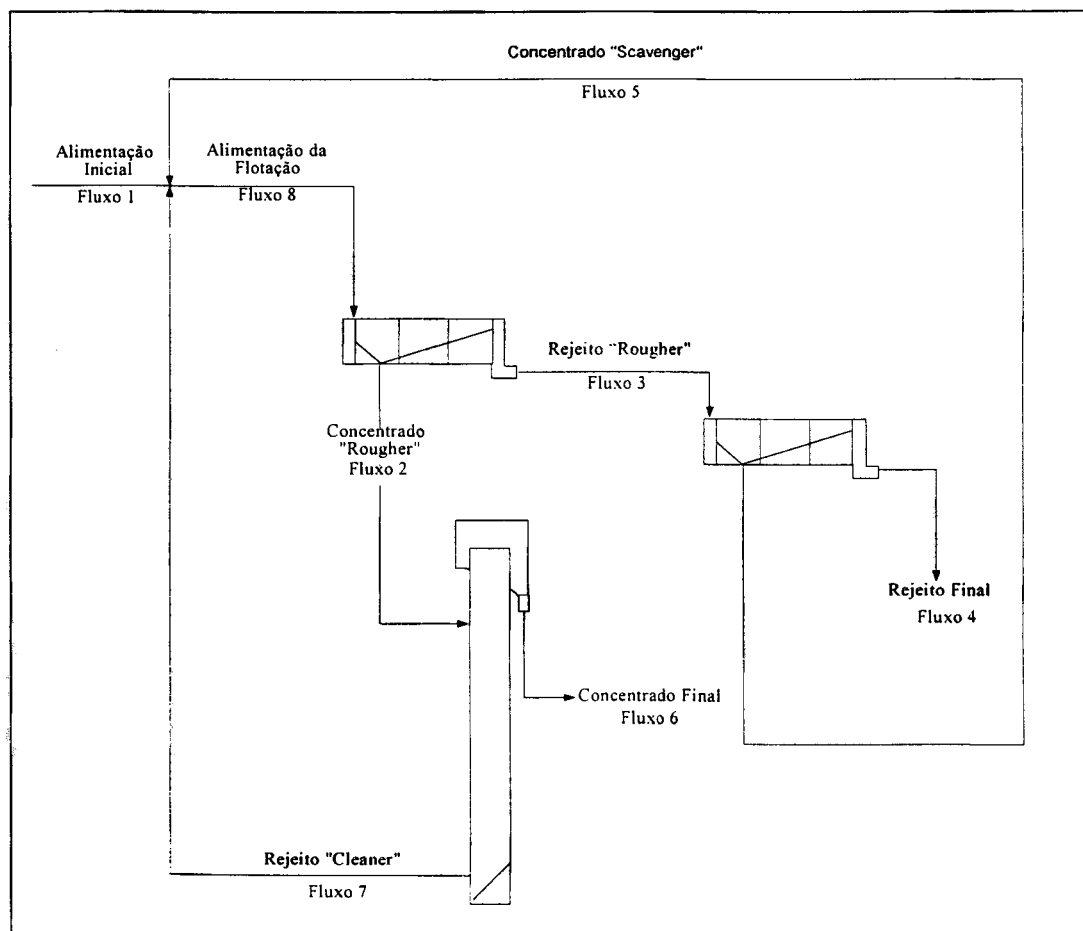
Nestes casos é usual efetuar uma medida global de desempenho, considerando apenas as massas e os teores dos elementos de interesse nos fluxos de entrada e saída. Esta prática entretanto, pode conduzir a avaliações pouco precisas, na medida em que não são consideradas as eficiências individuais de certos equipamentos ou circuitos. Em função disto, eventuais baixas de eficiência de um dado equipamento, o que exigiria ajustes na sua condição operacional ou ainda, a sua substituição por outro tipo de equipamento, podem não ser localizadas.

Assim, é sempre recomendável o conhecimento mais detalhado da eficiência individual das diversas unidades que compõem o circuito, permitindo a identificação de pontos críticos do processo e determinação da contribuição efetiva de cada unidade no processo global.

Neste capítulo será demonstrada a aplicação da metodologia desenvolvida por *Simth & Ichiyen* (1973) a um circuito composto de três nós, com a avaliação dos rendimentos de cada etapa do processo.

## VI.2. FLOTAÇÃO DE MINÉRIO OXIDADO DE ZINCO

A concentração de minério oxidado de zinco de uma dada planta industrial é realizada através do processo de flotação utilizando células mecânicas nas etapas “rougher” e “scavenger” e coluna na etapa “cleaner”. O fluxograma utilizado está apresentado na Figura VI.1 e mostra que o circuito é composto por sete fluxos sendo que o concentrado “scavenger” e o rejeito “cleaner” recirculam para a alimentação “rougher”.



**Figura VI.1– Fluxograma do circuito de concentração de minério oxidado de zinco**



### VI.2.1. Balanço de massa e metalúrgico

Durante uma operação em condições estabilizadas, foram realizadas 6 (seis) amostragens sucessivas nos 7 (sete) fluxos do circuito. Na Tabela VI.1 estão apresentadas as médias dos resultados das análises químicas dos 7 (sete) elementos/compostos de controle: Zn; SiO<sub>2</sub>; Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; CaO; MgO e CO<sub>2</sub> e as respectivas variâncias calculadas pelas equações (IV.1) e (IV.2).

**Tabela VI.1- Teores médios e respectivas variâncias determinados para os elementos/compostos de controle em amostras coletadas nos 7 fluxos – Flotação de minério oxidado de zinco**

ELEMENTO/ COMPOSTO		FLUXO						
		Alimentação	Concentrado "rougher"	Rejeito "rougher"	Rejeito final	Concentrado "scavenger"	Concentrado final	Rejeito "cleaner"
Zn (%)	$\bar{x}$	15,16	37,80	9,68	3,91	17,21	41,38	36,44
	$s^2$	0,70	3,13	0,21	0,14	0,66	7,76	1,53
SiO <sub>2</sub> (%)	$\bar{x}$	35,53	26,30	36,27	36,12	30,28	23,65	27,86
	$s^2$	9,83	4,32	8,42	10,97	4,60	3,15	5,61
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	$\bar{x}$	3,98	2,82	4,62	4,92	4,96	2,71	2,89
	$s^2$	0,12	0,06	0,20	0,24	0,13	0,03	0,03
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	$\bar{x}$	5,02	4,21	5,89	6,10	5,72	2,83	3,26
	$s^2$	0,12	0,10	0,21	0,19	0,20	0,05	0,04
CaO (%)	$\bar{x}$	7,83	2,96	9,88	10,68	6,83	1,56	4,05
	$s^2$	0,34	0,22	0,50	0,60	0,31	0,02	0,31
MgO (%)	$\bar{x}$	4,73	1,82	5,48	6,85	4,73	1,08	2,32
	$s^2$	0,22	0,10	0,29	0,27	0,19	0,01	0,17
CO <sub>2</sub> (%)	$\bar{x}$	17,32	6,98	19,01	21,35	15,12	4,56	8,53
	$s^2$	0,88	0,59	1,12	0,98	0,98	0,47	0,65

Substituindo os teores médios de Zn; SiO<sub>2</sub>; Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; CaO; MgO e CO<sub>2</sub> e suas respectivas variâncias nas equações (III.40) a (III.46), que determinam os valores de  $\delta_{ji}$  para cada fluxo e cada elemento ou composto de controle, a função objetivo  $J$ , definida pela equação (II.23), é calculada para cada valor atribuído às massas dos fluxos: rejeito final ( $w_4$ ), concentrado “scavenger” ( $w_5$ ) e rejeito “cleaner” ( $w_7$ ). Os valores de  $w_4$ ,  $w_5$  e  $w_7$  que minimizam a função  $J$  representam a melhor solução para o balanço de massa deste circuito. Nestas condições, os respectivos valores de  $\delta_{ji}$  representam as correções nos valores determinados dos sete elementos ou compostos de controle e permitem obter os valores ajustados para esses teores.

Os resultados desse ajuste estão apresentados na Tabela VI.2 e mostram que os teores dos diversos elementos foram ajustados com base na variância das análises químicas realizadas nas amostragens.

O fluxograma com balanço de massa e metalúrgico para este circuito está apresentado na Figura VI.2 e mostra que foi obtido um concentrado final com teor e recuperação de Zn de 43,92% e 84,16%, respectivamente. Os principais contaminantes deste concentrado foram SiO<sub>2</sub>; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> e Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Na Tabela VI.3 estão apresentados os teores e as recuperações de Zn; SiO<sub>2</sub>; Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; CaO; MgO e CO<sub>2</sub> calculadas por estágio de flotação. Esses resultados mostram que, nas etapas “rougher” e “scavenger” foram obtidos níveis de recuperação de zinco significativamente mais elevados que na etapa “cleaner”. Além disso, as recuperações de SiO<sub>2</sub>; Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; CaO; MgO e CO<sub>2</sub> na etapa “cleaner” foram superiores às da etapa “rougher”, demonstrando a baixa seletividade desse estágio. Em função disto, para uma otimização do processo de concentração do minério oxidado de zinco, novas alternativas de equipamento ou de condições operacionais para a etapa “cleaner” deverão ser estudadas. Entretanto, considerando somente o balanço de massa e metalúrgico, a identificação dessas alternativas de otimização é complexa e de difícil execução.



**Tabela VI.2 – Teores dos elementos ou compostos, medidos e corrigidos nos diversos fluxos para  $w_4 = 0,698$ ,  $w_5 = 0,486$  e  $w_7 = 40,50$  – Flotação de minério oxidado de zinco**

ELEMENTO/ COMPOSTO	FLUXO							
	Valor	1	2	3	4	5	6	7
Zn (%)	Medido	15,16	37,8	9,68	3,91	17,21	41,38	36,44
	$\delta$	-0,600	-0,688	1,005	0,333	1,214	-2,540	2,003
	Corrigido	15,760	38,488	8,675	3,577	15,996	43,920	34,437
SiO <sub>2</sub> (%)	Medido	35,53	26,30	36,27	36,12	30,28	23,65	27,86
	$\delta$	4,512	1,608	2,483	1,498	-2,311	0,960	1,680
	Corrigido	31,018	24,692	33,787	34,622	32,591	22,690	26,180
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	Medido	3,98	2,82	4,62	4,92	4,96	2,71	2,89
	$\delta$	0,044	-0,020	-0,107	0,400	-0,063	0,124	-0,139
	Corrigido	3,936	2,840	4,727	4,520	5,023	2,586	3,029
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	Medido	5,02	4,21	5,89	6,10	5,72	2,83	3,26
	$\delta$	0,162	0,527	0,265	0,605	-0,090	-0,555	-0,645
	Corrigido	4,858	3,683	5,625	5,495	5,810	3,385	3,905
CaO (%)	Medido	7,83	2,96	9,88	10,68	6,83	1,56	4,05
	$\delta$	-0,950	-0,115	-0,211	-1,107	-0,826	-0,270	0,047
	Corrigido	8,780	3,075	10,091	11,787	7,656	1,830	4,003
MgO (%)	Medido	4,73	1,82	5,48	6,85	4,73	1,08	2,32
	$\delta$	-0,572	-0,037	-0,614	-0,268	0,107	-0,025	-0,097
	Corrigido	5,302	1,857	6,094	7,118	4,623	1,105	2,417
CO <sub>2</sub> (%)	Medido	17,32	6,98	19,01	21,35	15,12	4,56	8,53
	$\delta$	-0,779	-1,923	-1,082	-1,572	-0,903	-2,391	-1,830
	Corrigido	18,099	8,903	20,092	22,922	16,023	6,951	10,360

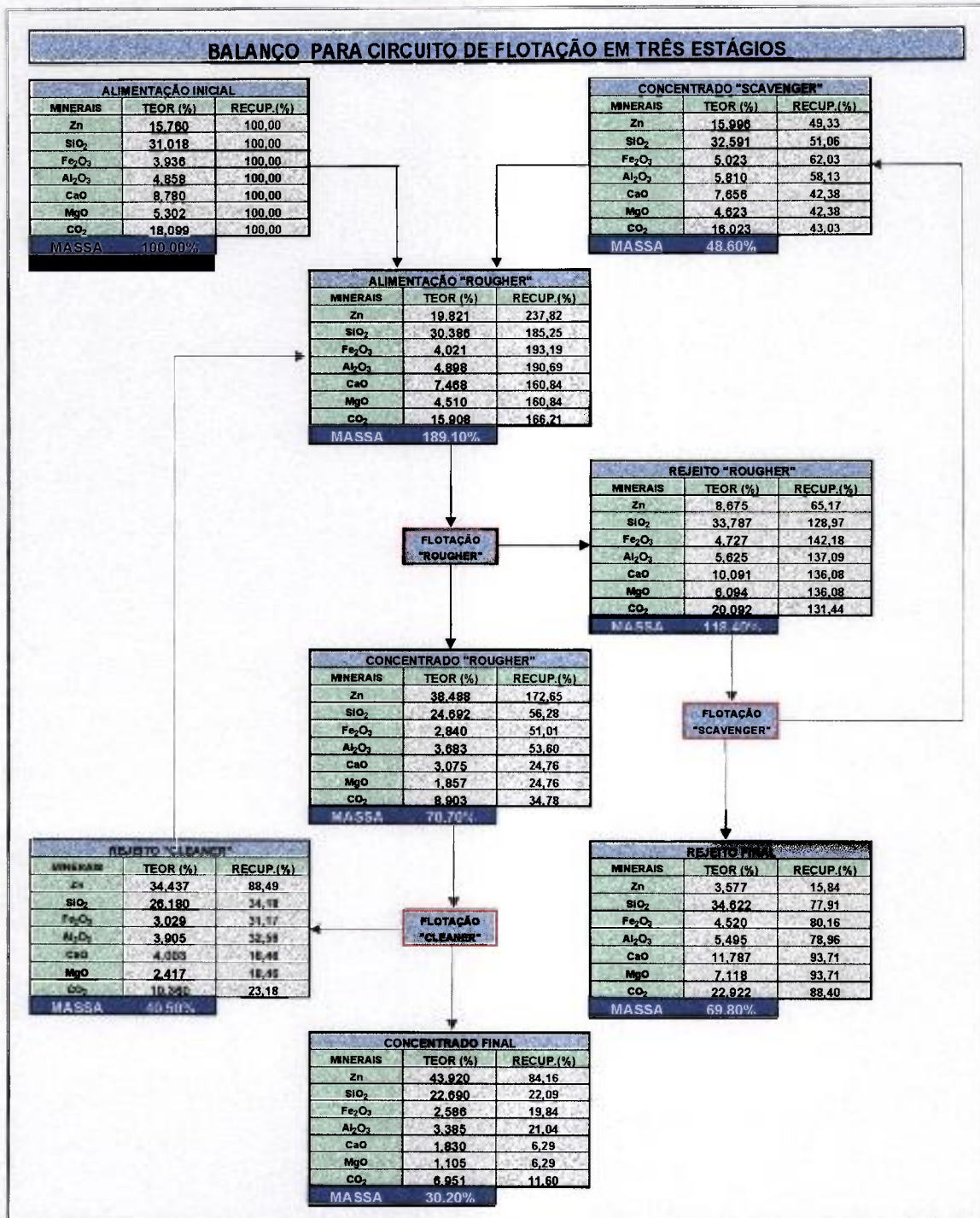


Figura VI.2 – Fluxograma com balanço de massa e metalúrgico do processo de concentração de minério oxidado de zinco em três estágios

**Tabela VI.3 – Teor e recuperação dos elementos e compostos de controle por estágio de flotação – Flotação de minério oxidado de zinco**

ELEMENTO/ COMPOSTO	ETAPAS DO CIRCUITO					
	“ROUGHER”		“SCAVENGER”		“CLEANER”	
	Teor (%)	Recuperação (%)	Teor (%)	Recuperação (%)	Teor (%)	Recuperação (%)
Zn	38,488	72,60	15,996	75,69	43,920	48,75
SiO <sub>2</sub>	24,692	30,38	32,591	39,59	22,688	39,25
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2,840	26,40	5,023	43,62	2,586	38,90
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,683	28,11	5,810	42,40	3,384	39,26
CaO	3,075	15,40	7,656	31,14	1,832	25,44
MgO	1,857	15,40	4,623	31,14	1,106	25,44
CO <sub>2</sub>	6,997	17,54	15,188	31,74	4,765	8,31

### VI.2.3. Balanço mineralógico

Para auxiliar a identificação de alternativas de equipamentos ou de condições operacionais, o desempenho das diversas etapas de um circuito de flotação deve ser preferencialmente medido através da distribuição das massas e das concentrações dos diversos minerais constituintes do minério nos produtos. Entretanto, a análise mineralógica quantitativa é de execução lenta e de custo elevado. Assim, procura-se estimar a concentração dos diversos minerais a partir de análises químicas dos elementos básicos, considerando as composições típicas dos minerais constituintes.

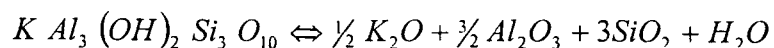
Consideremos que o minério oxidado de zinco em questão é constituído pelos minerais básicos apresentados na Tabela VI.4.

**Tabela VI.4 – Minerais constituintes do minério oxidado de zinco**

MINERAL	FÓRMULA
Hemimorfita	$Zn_4(OH)_2Si_2O_7 \cdot H_2O$
Smithsonita	$ZnCO_3$
Willemita	$Zn_2SiO_4$
Dolomita	$(Ca, Mg)(CO_3)_2$
Quartzo	$SiO_2$
Goethita	$FeO(OH)$
Sericita	$KAl_3(OH)_2Si_3O_{10}$

Com base nas massas atômicas dos minerais e dos elementos ou compostos analisados, pelas relações estequiométricas pode-se determinar a concentração de cada elemento ou composto num dado mineral.

Tomemos por exemplo a Sericita:



onde as massas atômicas dos diversos elementos constituintes são:

- $K = 39,098$ ;
- $Al = 26,982$ ;
- $O = 16,00$ ;
- $H = 1,01$ ;
- $Si = 28,09$ .

A massa atômica da sericita será:

- $KAl_3(OH)_2Si_3O_{10} = 398,334$

Considerando que em 398,334 g de sericita temos 152,946 g de  $Al_2O_3$ , o coeficiente de correlação entre o teor de  $Al_2O_3$  e a concentração de sericita será dado por:

- $\frac{152,946}{398,334} = 0,3840$

De forma análoga, considerando as composições químicas típicas dos demais minerais e os dados da variabilidade de teores dos elementos básicos obtidos na literatura, foram definidos os coeficientes apresentados na Tabela VI.5, que correlacionam as concentrações dos diversos minerais com os teores dos principais elementos ou compostos constituintes.

Neste caso, foram considerados os elementos e compostos de maior interesse no processamento industrial, ou seja, os produtos básicos e os principais contaminantes.

Utilizando esses coeficientes e conhecendo a composição química de uma amostra é possível estimar sua composição mineralógica.

**Tabela VI.5 - Coeficientes de correlação das espécies mineralógicas com os principais elementos constituintes**

MINERAL	ELEMENTO/COMPOSTO						
	Zn	SiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	CO <sub>2</sub>
Hemimorfita	0,5427	0,2496	-	-	-	-	-
Smithsonita	0,5223	-	-	-	-	-	0,3510
Willemita	0,5861	0,2688	-	-	-	-	-
Dolomita	-	-	-	-	0,2484	0,1500	0,4773
Quartzo	-	1,0000	-	-	-	-	-
Goethita	-	-	0,8986	-	-	-	-
Sericita	-	0,4525	-	0,3840	-	-	-

Consideremos por exemplo, que numa determinada amostragem do minério de alimentação da flotação foram determinados os teores dos elementos e compostos constituintes, apresentados na Tabela VI.6.

**Tabela VI.6 – Caracterização química da amostra da alimentação**

ELEMENTO/COMPOSTO	TEOR (%)
Zn	15,76
SiO <sub>2</sub>	31,02
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,94
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4,86
CaO	8,78
MgO	5,30
CO <sub>2</sub>	18,10

Com os teores dos principais elementos e os coeficientes apresentados na Tabela VI.5 podem ser determinadas as concentrações de cada espécie mineralógica.

As concentrações de sericita, de goethita e dolomita podem ser obtidas pelos teores de  $Al_2O_3$ ; de  $Fe_2O_3$  e de CaO e/ou MgO, respectivamente:

$$\text{Concentração de sericita} = \frac{4,86}{0,3840} = 12,65\% ;$$

$$\text{Concentração de goethita} = \frac{3,94}{0,8986} = 4,38\% ;$$

$$\text{Concentração de dolomita} = \frac{8,78}{0,2484} = 35,35\% .$$

Conhecendo a concentração de dolomita, pode-se calcular o teor de  $CO_2$  associado:

$$\text{Teor de } CO_2 \text{ na dolomita} = 35,35 \cdot 0,4773 = 16,87\%$$

A concentração de smithsonita será então calculada pela diferença no teor de  $CO_2$  da amostra:

$$\text{Concentração de smithsonita} = \frac{(18,10 - 16,87)}{0,3510} = 3,50\%$$

A hemimorfita e a willemita possuem os mesmos elementos em sua composição química e não podem ser diferenciadas sem um conhecimento prévio da relação entre suas concentrações. Em estudo mineralógico anterior verificou-se que a relação média entre os teores de zinco associados à hemimorfita é de 3,3 vezes o associado à willemita. Assim, as concentrações dessas espécies minerais podem ser calculadas como:

$$\text{Teor de Zn associado à willemita} = \frac{15,76 - 1,83}{3,3 + 1} = 3,24\% ;$$

$$\text{Teor de Zn associado à hemimorfita} = 15,76 - (3,24 + 1,83) = 10,69\% ;$$

$$\text{Concentração de willemita} = \frac{3,24}{0,5861} = 5,53\% ;$$

$$\text{Concentração de hemimorfita} = \frac{10,69}{0,5427} = 19,70\% .$$

Finalmente o teor de quartzo será obtido a partir do teor de SiO<sub>2</sub>, descontados os valores relativos à hemimorfita, willemita e sericita.

$$\text{Teor de SiO}_2 \text{ associado à sericita} = 12,65 \cdot 0,4525 = 5,72\% ;$$

$$\text{Teor de SiO}_2 \text{ associado hemimorfita} = 19,70 \cdot 0,2496 = 4,92\% ;$$

$$\text{Teor de SiO}_2 \text{ associado à willemita} = 5,53 \cdot 0,2688 = 1,49\% ;$$

$$\text{Teor de SiO}_2 \text{ associado ao quartzo} = 31,02 - 5,72 - 4,92 - 1,49 = 18,89\% ;$$

$$\text{Concentração de quartzo} = \frac{18,89}{1,000} = 18,89\% .$$

Na Tabela VI.7 está apresentada a composição mineralógica da alimentação estimada pelas análises químicas dos elementos e compostos constituintes.

**Tabela VI.7 – Concentração das principais espécies mineralógicas estimadas pelos teores dos elementos e compostos constituintes**

MINERAL		TEOR DOS ELEMENTO/COMPOSTO (%)						
Tipo	Concentração (%)	Zn	SiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	CO <sub>2</sub>
Hemimorfita	19,70	10,69	4,92	-	-	-	-	-
Smithsonita	3,50	1,83	-	-	-	-	-	1,23
Willemita	5,53	3,24	1,49	-	-	-	-	-
Dolomita	35,35	-	-	-	-	8,78	5,30	16,87
Quartzo	18,89	-	18,89	-	-	-	-	-
Goethita	4,38	-	-	3,94	-	-	-	-
Sericita	12,65	-	5,72	-	4,86	-	-	-
<b>Total</b>	<b>100,00</b>	<b>15,76</b>	<b>31,02</b>	<b>3,94</b>	<b>4,86</b>	<b>8,78</b>	<b>5,30</b>	<b>18,10</b>



De forma análoga, as composições mineralógicas de todos os fluxos do circuito foram estimadas a partir dos teores dos elementos ajustados no balanço metalúrgico.

As concentrações de hemimorfita, smithsonita, willemita, dolomita, quartzo, goethita e sericita, foram substituídas nas equações (III.40) a (III.46) e a função objetivo  $J$ , definida pela equação (II.23), foi calculada para cada valor atribuído às massas dos fluxos: rejeito final ( $w_4$ ), concentrado “scavenger” ( $w_5$ ) e rejeito “cleaner” ( $w_7$ ).

O fluxograma com balanço de massa e mineralógico para este circuito está apresentado na Figura VI.3 e mostra que, embora o teor de  $\text{SiO}_2$  no concentrado final calculado no balanço metalúrgico tenha sido elevado, o teor e a recuperação de quartzo foram muito baixos demonstrando que a sílica recuperada nesse fluxo, corresponde àquela associada aos minerais de zinco. As recuperações dos minerais de zinco foram próximas e da ordem de 84%. Os principais minerais contaminantes foram a goethita e a sericita.

Na Tabela VI.8 estão apresentados as concentrações e as recuperações de hemimorfita, willemita, smithsonita, dolomita, quartzo, goethita e sericita calculadas por estágio de flotação. Uma análise desses resultados mostra que:

- os níveis de recuperação dos minerais de zinco obtidos nas etapas “rougher” e “scavenger” foram significativamente mais elevados que na etapa “cleaner”;
- a etapa “rougher” foi a mais seletiva do processo com as menores recuperações de dolomita, quartzo, goethita e sericita;
- no concentrado da etapa “cleaner” os principais contaminantes foram a goethita e a sericita;
- as recuperações de quartzo nas etapas “rougher” e “cleaner” foram relativamente baixas, indicando que os teores de  $\text{SiO}_2$  obtidos nos concentrados dessas etapas estão associados aos minerais de zinco.

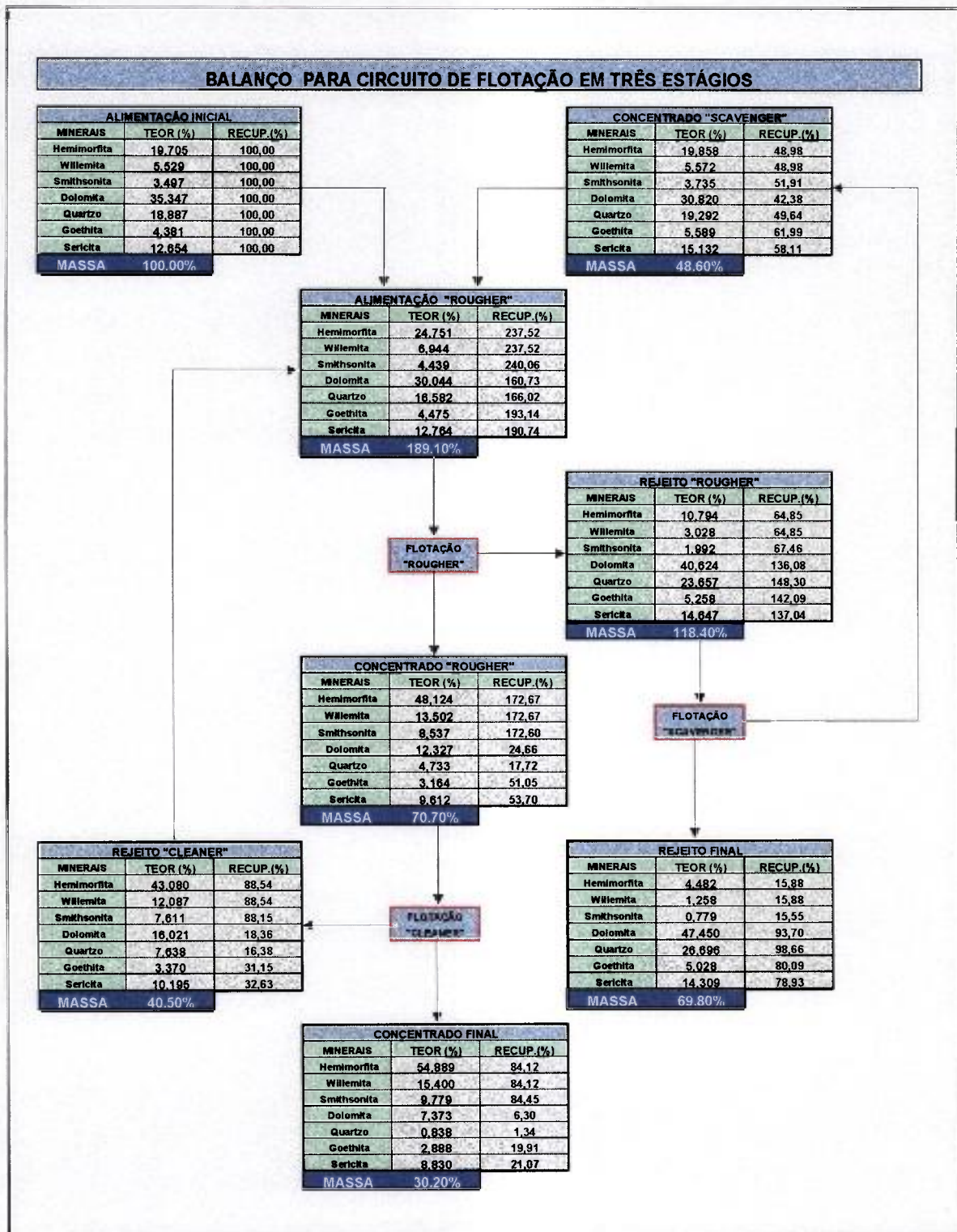


Figura VI.3 – Fluxograma com balanço de massa e mineralógico do processo de concentração de minério oxidado de zinco em três estágios

**Tabela VI.8 – Concentração e recuperação dos minerais por estágio de flotação**

MINERAL	ETAPA DO CIRCUITO					
	“ROUGHER”		“SCAVENGER”		“CLEANER”	
	Teor (%)	Recuperação (%)	Teor (%)	Recuperação (%)	Teor (%)	Recuperação (%)
Hemimorfita	48,124	72,70	19,858	75,52	54,889	48,72
Willemita	13,502	72,70	5,572	75,52	15,400	48,72
Smithsonita	8,537	71,90	3,735	76,95	9,779	48,93
Dolomita	12,327	15,34	30,820	31,14	7,373	25,55
Quartzo	4,733	10,67	19,292	33,47	0,838	7,56
Goethita	3,164	26,43	5,589	43,63	2,888	38,99
Sericita	9,612	28,15	15,132	42,41	8,830	39,24

Considerando a análise desses resultados, para otimização da etapa “cleaner” de flotação poderiam ser estudadas as seguintes alternativas:

- adição de reagentes para depressão da goethita;
- melhoria na eficiência da etapa de deslamagem, que precede a flotação, para reduzir a presença de argila sericita no concentrado final.

## **CAPÍTULO VII**

### **CONCLUSÕES E SUGESTÕES**

Nessa investigação, foi proposta uma avaliação teórico-experimental do método matemático de ajuste de balanço de massa e metalúrgico desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) e adaptado por *Fernandes et al.* (1994). Para essa avaliação, os princípios matemáticos envolvidos no método foram revistos e utilizados na elaboração de quatro programas computacionais de ajuste de balanço de massa, em Visual Basic adaptados para serem executados em computadores pessoais em ambiente Windows Excel 7.0. A eficiência do método foi testada através do ajuste dos balanços de massa e metalúrgico de diversos circuitos de concentração por flotação para diferentes tipos de minérios.

As técnicas e os programas comerciais disponíveis no mercado, dedicados à elaboração de balanço de massa e metalúrgico, foram revistos no Capítulo II. Nesta revisão foram abordados a *fórmula dos dois ou três produtos*, extremamente utilizada na indústria mineral brasileira, o método desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973), o *BILMAT*, o *MATBAL*, o *USIMPAC* e os métodos de balanço dinâmico.

À exceção da *fórmula dos dois ou três produtos*, os demais métodos são baseados no mesmo princípio fundamental, ou seja, em considerações sobre as propriedades estatísticas dos erros associados às medidas e as equações de conservação de massa. Estes métodos diferem basicamente na matemática utilizada, na linguagem, na versatilidade e na extensão com que os vários tipos de dados podem ser processados.

No Capítulo III, foi apresentado o desenvolvimento matemático das equações para os circuitos constituídos de 1 (um), 2 (dois) e 3 (três) estágios de flotação, contemplando a avaliação de 3 (três), 5 (cinco) e 7 (sete) fluxos, respectivamente. Os programas de cálculo para os três tipos de circuito foram também descritos.

Para avaliação da eficiência do método desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) em circuitos de concentração em um único estágio, o programa computacional desenvolvido foi aplicado à elaboração dos balanços de massa e metalúrgicos dos testes de flotação “rougher” para os minérios oxidado de zinco, fosfático e de ferro, considerando os dados obtidos nas respectivas amostragens. Os resultados,

apresentados no Capítulo IV, foram comparados aos obtidos utilizando a *fórmula dos dois produtos* e mostraram que:

- as estimativas de massa e de desempenho dos circuitos, obtidas pela *fórmula dos dois produtos*, não apresentam os mesmos resultados quando são considerados os diferentes elementos analisados;
- a escolha de um dos elementos como referência para o ajuste do balanço de massa utilizando a *fórmula dos dois produtos* obedece a critérios subjetivos que dependem amplamente da experiência do pesquisador. Em função disto, os teores dos demais elementos analisados sofrem ajustes que podem ultrapassar os 100%;
- para pequenos erros analíticos e elevadas taxas de concentração, as massas estimadas pelos dois métodos são aproximadamente iguais e são necessários apenas pequenos ajustes nos teores analisados nos diversos fluxos;
- quando a taxa de concentração é pequena, as massas estimadas pelos dois métodos diferem significativamente e os resultados são extremamente sensíveis à precisão das análises químicas do rejeito;
- para os três processos analisados, o método desenvolvido por *Smith & Ichiyen* (1973) foi mais eficiente, fornecendo resultados mais harmônicos e minimizando as expectativas de erros entre os valores ajustados e os reais que são desconhecidos.

Os programas computacionais desenvolvidos para ajuste de balanço de massa de circuitos constituídos de duas etapas de concentração foram aplicados à flotação de minério fosfático e de rejeito de cianetação de ouro em circuito tipo “rougher/cleaner” e à flotação de prata de resíduo de lixiviação em circuito “rougher/scavenger”. De forma análoga aos circuitos constituídos de uma única etapa de concentração, estes resultados foram comparados aos obtidos pela *fórmula dos dois produtos*. Uma análise desses resultados, discutidos no Capítulo V, permite concluir que:

- as estimativas de massa e de desempenho dos circuitos totais e por etapas, obtidas pela *fórmula dos dois produtos*, não apresentam os mesmos resultados quando são considerados os diferentes elementos analisados;
- a escolha de um dos elementos como referência para o ajuste do balanço de massa utilizando a *fórmula dos dois produtos* obedece também a critérios subjetivos. Considerando que esses critérios não têm fundamentos estatísticos, os teores dos demais elementos analisados em determinados fluxos sofrem ajustes significativos;
- o tempo necessário para ajuste do balanço de massa e metalúrgico, considerando todas as etapas do circuito, através da *fórmula dos dois produtos*, foi significativamente maior que o necessário utilizando os programas computacionais desenvolvidos com o método de *Smith e Ichiyen* (1973);
- para pequenos erros verificados nas análises de todos os elementos em todos os fluxos, como no caso da flotação de prata de resíduo de lixiviação, as massas estimadas e os desempenhos das diversas etapas do circuito, utilizando os dois métodos, foram praticamente os mesmos;
- no circuito de concentração de rejeito de cianetação de ouro, as massas estimadas para o concentrado e rejeito final, utilizando os dois métodos, foram praticamente as mesmas. Entretanto, as massas estimadas para os fluxos intermediários e o desempenho metalúrgico de cada etapa do circuito apresentaram resultados diferentes;
- os resultados obtidos pelo método desenvolvido por *Smith e Ichiyen* (1973), para os três processos analisados, foram mais harmônicos e apresentaram consistência com todos os dados experimentais.

No Capítulo VI, um programa computacional para ajuste de balanço de massa e metalúrgico considerando 7 (sete) fluxos e 7 (sete) elementos de controle foi aplicado à concentração de minério oxidado de zinco em um circuito tipo “rougher/scavenger/cleaner”.

Os resultados obtidos mostraram que a etapa “cleaner” foi a que apresentou menor eficiência. Para identificação das alternativas de ajustes dessa etapa, a metodologia de cálculo foi adaptada para elaboração do balanço mineralógico considerando os sete minerais principais, ou seja: hemimorfita, smithsonita, willemita, dolomita, quartzo, goethita e sericita.

Os resultados do balanço mineralógico indicaram como alternativas a serem estudadas para otimização da etapa “cleaner” de flotação, a adição de reagentes depressores para a goethita e a redução da presença de argila sericita no concentrado final, através de um aumento na eficiência da etapa de deslamagem que precede à flotação.

Desta forma, foi demonstrado que a sistemática utilizada para o desenvolvimento das equações básicas, os cálculos e os programas computacionais poderão ser adaptados para qualquer tipo de circuito e controle de diferentes tipos e números de análises.

A metodologia de cálculo utilizada neste trabalho constitui um instrumento extremamente útil para técnicos e engenheiros na avaliação de rendimentos ou eficiências de uma variada gama de processos de separação ou concentração de elementos ou compostos. Para isso é requerida somente a análise química dos principais elementos nos diversos fluxos que compõem os circuitos.

Considerando a simplicidade da utilização da planilha eletrônica Excel em computadores pessoais, o custo significativamente menor que os dos programas comerciais disponíveis e a importância do método estatístico na avaliação de circuitos de beneficiamento mineral, a metodologia desenvolvida poderá ser usada pela indústria mineral brasileira no acompanhamento de seus processos produtivos buscando a otimização e a redução de seus custos operacionais. Para isso, faz-se necessário a implementação de um programa de divulgação dessa metodologia ao setor produtivo englobando o diagnóstico dos processos existentes e as propostas de alternativas de otimização de desempenho.



Durante a realização deste trabalho, foram elaborados 4 (quatro) programas de ajuste de balanço de massa contemplando a avaliação de 2 (dois) e 3 (três) elementos nos circuitos de flotação em um único estágio, “rougher/cleaner”, “rougher/scavenger” e “rougher/cleaner/scavenger”. Sugere-se que em um trabalho futuro, os programas desenvolvidos sejam incorporados à um único programa contendo janelas iterativas com o usuário de forma a facilitar ainda mais a entrada de dados e a interpretação dos resultados.

Considerando que o método descrito foi aplicado com sucesso ao ajuste estatístico de balanço de massa e metalúrgico de processos de concentração física de minérios, sugere-se ainda que seja também estudada a sua aplicação em outros tipos de processos tais como químicos, hidrometalúrgicos, etc..

## **CAPÍTULO VIII**

### **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

- 1 ALDRICH, C. , VAN DEVENTER, J.S.J.. The use of neural nets to detect systematic errors in process systems. **International Journal of Mineral Processing**, v. 39. p. 173, 1993.
- 2 BASCUR, O.A.. Bridging the gap between plant management and process control. In: B.J.Scheiner, D.A.Stanley, C.L.Karr **Emerging computer techniques for the mineral industry**, Littleton, CO: SME/AIME. 1993. p. 73-81.
- 3 BAZIN, C., FRANKLIN, M.. Real-time material balance for flotation plants using a least-squares recursive algorithm. **International Journal of Mineral Processing**, v. 46. p. 231-244, 1996
- 4 BAZIN, C., FRANKLIN, M., PERRY, R.. On-line material balance for flotation plants. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INNOVATION MINERAL PROCESSING, 1994, **Proceedings...ACME**. p. 447-460.
- 5 EVERITT, B.S.. **Introduction to Optimization Methods and their Application Statistics**. New York, NY: Chapman and Hall, 1987
- 6 FERNANDES, M.D., YIANATOS, J.B., OLIVEIRA, M.L.M., AQUINO, J.A.. **Método para estimativas de balanço de massa e metalúrgico.** : Belo Horizonte: Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear, 1994 (CDTN- NI-CT5-02/94).
- 7 FERNANDES, M.D.. **Avaliação do desempenho de circuitos de processamento mineral**. Belo Horizonte: Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear, 1995 (CDTN-NI-CT5-01/95).

- 8 FERNANDES, M.D.. **Metodologia para cálculo de balanços metalúrgicos :**  
Belo Horizonte: Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear  
(CDTN-NI-CT5-06/94).
- 9 HODOUIN, D., COELHO, S.V.. Mass balance calculation around mineral  
processing units using composition analyses within particle-size classes.  
**International Journal of Mineral Processing.** v. 21. p. 65-82, 1987.
- 10 HODOUIN, D., BAZIN, C., MAKNI, S.. On-line reconciliation of mineral  
processing data. In: B.J.Ssheiner, D.A. Stanley, C.L.Karr. **Emerging  
Computer Techniques for the Minerals Industry.** Littleton SME/AIME.  
1993. p. 101-116.
- 11 HODOUIN, D., GELPE, T., EVERELL, M.D.. Sensitivity analysis of  
material balance calculation: an application to a cement clinker grinding  
process. **Powder Technology.** v. 32. p. 139-153, 1982.
- 12 JOHNSON R. A., WICHERN, D. W.. Aspects of multivariate analysis. In:  
Johnson R. A. and Wichern, D. W.. **Applied multivariate statistical  
analysis**, 2 ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- 13 JOHNSON R. A., WICHERN, D. W.. The multivariate normal distribution. .  
In: Johnson R. A. and Wichern, D. W. **Applied multivariate statistical  
analysis**, 2 ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- 14 KAPUR, P.C., AGRAWAL, M., FUERSTENAU, D.W.. A two tier approach  
to the mass balance of multilevel mineral processing data - Part 1:  
Performance index and local balance around a node. **International  
Journal of Mineral Processing.** v. 39. p. 209-223, 1993.

- 15 KAPUR, P.C., AGRAWAL, M., FUERSTENAU, D.W.. A two tier approach to the mass balance of multilevel mineral processing data - Part 2: Splicing of stream flows and global balance over a circuit. : **International Journal of Mineral Processing**. v.39. p. 209-223, 1993.
- 16 KING, R.P.. Model for the design and control of flotation plants. In ANNUAL SYMPOSIUM OF COMPUTER METHODS THE MINERAL INDUSTRY, 10, 1972, Johannesburg. **Proceedings...** Johannesburg, R.S.A., April 1972.
- 17 KOLMAN, B.. **Álgebra Linear**. 3. Ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.. Cap. 1, 1987.
- 18 KOLMAN, B.. **Álgebra Linear**. 3. Ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.. Cap. 2, 1987.
- 19 KOLMAN, B.. **Álgebra Linear**. 3. Ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.. Cap. 3, 1987.
- 20 LOVEDAY, B. K., MARCHANT, G. R.. Simulation of multicomponent flotation in plants. In: ANNUAL SYMPOSIUM OF COMPUTER METHODS THE MINERAL INDUSTRY, 10, 1972, Johannesburg. **Proceedings...** Johannesburg, R.S.A., April 1972.
- 21 LYNCH, A.J.. Mineral crushing and grinding circuits: their simulation, optimization and control. **Elsevier**, 1977. p. 137-148.
- 22 MAKNI, S., HODOUIN, D., BAZIN, C.. A recursive node imbalance method incorporating a model flowrate dynamics for on-line material balance of complex flowsheets. **Minerals Engineering**, v. 8, p. 753-766, 1995.

- 23 LAGGITON, D.. Material balance computation for process evaluation and modelling - MATBAL3 Computer Program. **SPOC manual**, CANMET, Canada, cap 3B, 1983.
- 24 LAGGITON, D. Material balance computation for process evaluation and modelling – BILMAT2 Computer Program. **SPOC manual**, CANMET, Canada, cap 3A, 1985.
- 25 MORRISON, R. D. Material balance techniques. In: **Evaluation and optimization of metallurgical performance**. Brisbane, Austrália, 1991. Cap 20, p. 209-218.
- 26 PAIVA, A.F.. Estimação. In: **Estatística**. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 1981. V.2, Cap7, p. 521-595.
- 27 REID, K. J., SMITH, K. A., VOLLER, V. R., GROSS, M.. A survey of material balance computer package in the mineral industry. In: T.B. Johnson and R.J. Barnes (Eds.), **APPLICATION OF COMPUTERS AND OPERATIONS RESEARCH IN THE MINERAL INDUSTRY**. New York, NY. **Proceedings...** AIME, 1982. p. 41-62.
- 28 RICHARDSON, J. M., MULAE, A. L.. Metallurgical balances. In: A. L. MULAR, M. A. ANDERSON (Eds). **Design and installation of concentration and dewatering circuits**. Littleton: SME, 1986. Cap. 39, p. 607-630.
- 29 RICHARDSON, J. M., WHITE, J. W.. Mass balance calculation. In: A. L. MULAR, M. A. ANDERSON (Eds). **Design and installation of comminution circuits**, New York, NY, AIME, 1982. Cap. 11, p. 150-175.

- 30 SIMPSON, D.E., VOLLER, V.R., EVERETT, M.G.. An efficient algorithm for mineral processing data adjustment. **International Journal of Mineral Processing**, v.31, p. 73-96, 1991.
- 31 SMITH, H.W., YCHIYEN, N.. Computer adjustments of metallurgical balances. **Canadian Mining and Metallurgical Bulletin**. September, p. 97-100, 1973.
- 32 SOWKOWSKI, E.W.. **Cálculo com geometria analítica**, 2 ed., São Paulo, SP.: Makron Books, 1994, v. Cap 3.
- 33 SOWKOWSKI, E.W.. **Cálculo com geometria analítica**, 2 ed., São Paulo, SP.: Makron Books, 1994, v. Cap 4.
- 34 SPRING, R.. Soft-sensors and numerical filters in mineral processing. **CIM Bull.**, v. 85, n. 965, p. 68-69, 1992.

## **ANEXO I**

### **PROGRAMA DE CÁLCULO – CIRCUITO DE CONCENTRAÇÃO EM UM ÚNICO ESTÁGIO**



**PASTA DADOS****INSTRUÇÕES PARA UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO DO  
BALANÇO DE MASSA EM UM ÚNICO ESTÁGIO**

1. Lançar no Quadro 1 os valores das análises químicas dos elementos A, B e C efetuadas sobre amostras coletadas na ALIMENTAÇÃO, CONCENTRADO e REJEITO da planta.
2. Lançar nas células G4 a I6 da pasta CÁLCULO os valores das variâncias das análises químicas dos elementos A, B e C nas amostras da ALIMENTAÇÃO, CONCENTRADO e REJEITO.
3. Acionar a MACRO **Ctrl + a** ou clicar com o mouse o **Botão Acionar Cálculo**.
4. O balanço de massa será apresentado na pasta BALANÇO, com todos os teores corrigidos para o valor mais provável e as distribuições de massa estarão calculadas para o "valor ótimo".
5. Para executar nova seqüência de cálculo, RETORNE ao QUADRO 1, chamando a pasta DADOS.

	Alimentação	Concentrado	Rejeito
A			
B			
C			

**PASTA CÁLCULO**

**MASSA** **d1A**

$$0,00 = -1 * ((VZA * (ZNA - ZNC * B10 - (1 - B10) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B10^2) + VZR * ((1 - B10)^2)))$$

$$0,02 = -1 * ((VZA * (ZNA - ZNC * B11 - (1 - B11) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B11^2) + VZR * ((1 - B11)^2)))$$

$$0,04 = -1 * ((VZA * (ZNA - ZNC * B12 - (1 - B12) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B12^2) + VZR * ((1 - B12)^2)))$$

⋮

$$0,96 = -1 * ((VZA * (ZNA - ZNC * B58 - (1 - B58) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B58^2) + VZR * ((1 - B58)^2)))$$

$$0,98 = -1 * ((VZA * (ZNA - ZNC * B59 - (1 - B59) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B59^2) + VZR * ((1 - B59)^2)))$$

$$1,00 = -1 * ((VZA * (ZNA - ZNC * B60 - (1 - B60) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B60^2) + VZR * ((1 - B60)^2)))$$

**MASSA** **d2A**

$$0,00 = (VZC * B10 * ((ZNA - ZNC * B10 - (1 - B10) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B10^2) + VZR * ((1 - B10)^2)))$$

$$0,02 = (VZC * B11 * ((ZNA - ZNC * B11 - (1 - B11) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B11^2) + VZR * ((1 - B11)^2)))$$

$$0,04 = (VZC * B12 * ((ZNA - ZNC * B12 - (1 - B12) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B12^2) + VZR * ((1 - B12)^2)))$$

⋮

$$0,96 = (VZC * B58 * ((ZNA - ZNC * B58 - (1 - B58) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B58^2) + VZR * ((1 - B58)^2)))$$

$$0,98 = (VZC * B59 * ((ZNA - ZNC * B59 - (1 - B59) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B59^2) + VZR * ((1 - B59)^2)))$$

$$1,00 = (VZC * B60 * ((ZNA - ZNC * B60 - (1 - B60) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B60^2) + VZR * ((1 - B60)^2)))$$

**MASSA** **d3A**

$$0,00 = (VZR * (1 - B10) * ((ZNA - ZNC * B10 - (1 - B10) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B10^2) + VZR * ((1 - B10)^2)))$$

$$0,02 = (VZR * (1 - B11) * ((ZNA - ZNC * B11 - (1 - B11) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B11^2) + VZR * ((1 - B11)^2)))$$

$$0,04 = (VZR * (1 - B12) * ((ZNA - ZNC * B12 - (1 - B12) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B12^2) + VZR * ((1 - B12)^2)))$$

⋮

$$0,96 = (VZR * (1 - B58) * ((ZNA - ZNC * B58 - (1 - B58) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B58^2) + VZR * ((1 - B58)^2)))$$

$$0,98 = (VZR * (1 - B59) * ((ZNA - ZNC * B59 - (1 - B59) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B59^2) + VZR * ((1 - B59)^2)))$$

$$1,00 = (VZR * (1 - B60) * ((ZNA - ZNC * B60 - (1 - B60) * ZNR)) / (VZA + VZC * (B60^2) + VZR * ((1 - B60)^2)))$$

**MASSA** **d1C**

$$0,00 = -1 * ((VCA * (CAA - CAC * B10 - (1 - B10) * CAR)) / (VCA + VCC * (B10^2) + VCR * ((1 - B10)^2)))$$

$$0,02 = -1 * ((VCA * (CAA - CAC * B11 - (1 - B11) * CAR)) / (VCA + VCC * (B11^2) + VCR * ((1 - B11)^2)))$$

$$0,04 = -1 * ((VCA * (CAA - CAC * B12 - (1 - B12) * CAR)) / (VCA + VCC * (B12^2) + VCR * ((1 - B12)^2)))$$

⋮

$$0,96 = -1 * ((VCA * (CAA - CAC * B58 - (1 - B58) * CAR)) / (VCA + VCC * (B58^2) + VCR * ((1 - B58)^2)))$$

$$0,98 = -1 * ((VCA * (CAA - CAC * B59 - (1 - B59) * CAR)) / (VCA + VCC * (B59^2) + VCR * ((1 - B59)^2)))$$

$$1,00 = -1 * ((VCA * (CAA - CAC * B60 - (1 - B60) * CAR)) / (VCA + VCC * (B60^2) + VCR * ((1 - B60)^2)))$$

MASSA	d2C
0,00	$=\frac{VCC \cdot B10 \cdot ((CAA - CAC \cdot B10 - (1 - B10) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B10^2) + VCR \cdot ((1 - B10)^2))}$
0,02	$=\frac{VCC \cdot B11 \cdot ((CAA - CAC \cdot B11 - (1 - B11) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B11^2) + VCR \cdot ((1 - B11)^2))}$
0,04	$=\frac{VCC \cdot B12 \cdot ((CAA - CAC \cdot B12 - (1 - B12) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B12^2) + VCR \cdot ((1 - B12)^2))}$
⋮	⋮
0,96	$=\frac{VCC \cdot B58 \cdot ((CAA - CAC \cdot B58 - (1 - B58) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B58^2) + VCR \cdot ((1 - B58)^2))}$
0,98	$=\frac{VCC \cdot B59 \cdot ((CAA - CAC \cdot B59 - (1 - B59) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B59^2) + VCR \cdot ((1 - B59)^2))}$
1,00	$=\frac{VCC \cdot B60 \cdot ((CAA - CAC \cdot B60 - (1 - B60) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B60^2) + VCR \cdot ((1 - B60)^2))}$

MASSA	d3C
0,00	$=\frac{VCR \cdot (1 - B10) \cdot ((CAA - CAC \cdot B10 - (1 - B10) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B10^2) + VCR \cdot ((1 - B10)^2))}$
0,02	$=\frac{VCR \cdot (1 - B11) \cdot ((CAA - CAC \cdot B11 - (1 - B11) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B11^2) + VCR \cdot ((1 - B11)^2))}$
0,04	$=\frac{VCR \cdot (1 - B12) \cdot ((CAA - CAC \cdot B12 - (1 - B12) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B12^2) + VCR \cdot ((1 - B12)^2))}$
⋮	⋮
0,96	$=\frac{VCR \cdot (1 - B58) \cdot ((CAA - CAC \cdot B58 - (1 - B58) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B58^2) + VCR \cdot ((1 - B58)^2))}$
0,98	$=\frac{VCR \cdot (1 - B59) \cdot ((CAA - CAC \cdot B59 - (1 - B59) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B59^2) + VCR \cdot ((1 - B59)^2))}$
1,00	$=\frac{VCR \cdot (1 - B60) \cdot ((CAA - CAC \cdot B60 - (1 - B60) \cdot CAR))}{(VCA + VCC \cdot (B60^2) + VCR \cdot ((1 - B60)^2))}$

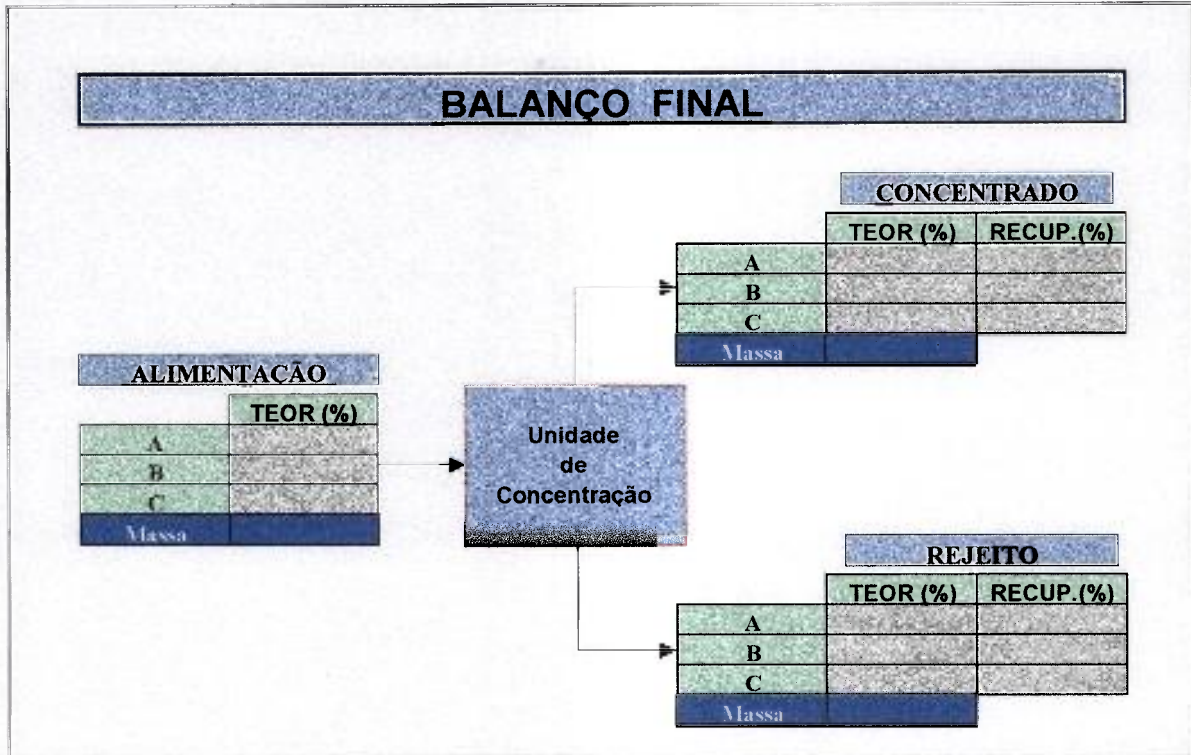
MASSA	d1R
0,00	$=\frac{1 \cdot ((VMA \cdot (MGA - MGC \cdot B10 - (1 - B10) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B10^2) + VMR \cdot ((1 - B10)^2))}$
0,02	$=\frac{1 \cdot ((VMA \cdot (MGA - MGC \cdot B11 - (1 - B11) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B11^2) + VMR \cdot ((1 - B11)^2))}$
0,04	$=\frac{1 \cdot ((VMA \cdot (MGA - MGC \cdot B12 - (1 - B12) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B12^2) + VMR \cdot ((1 - B12)^2))}$
⋮	⋮
0,96	$=\frac{1 \cdot ((VMA \cdot (MGA - MGC \cdot B58 - (1 - B58) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B58^2) + VMR \cdot ((1 - B58)^2))}$
0,98	$=\frac{1 \cdot ((VMA \cdot (MGA - MGC \cdot B59 - (1 - B59) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B59^2) + VMR \cdot ((1 - B59)^2))}$
1,00	$=\frac{1 \cdot ((VMA \cdot (MGA - MGC \cdot B60 - (1 - B60) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B60^2) + VMR \cdot ((1 - B60)^2))}$

MASSA	d2R
0,00	$=\frac{VMC \cdot B10 \cdot ((MGA - MGC \cdot B10 - (1 - B10) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B10^2) + VMR \cdot ((1 - B10)^2))}$
0,02	$=\frac{VMC \cdot B11 \cdot ((MGA - MGC \cdot B11 - (1 - B11) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B11^2) + VMR \cdot ((1 - B11)^2))}$
0,04	$=\frac{VMC \cdot B12 \cdot ((MGA - MGC \cdot B12 - (1 - B12) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B12^2) + VMR \cdot ((1 - B12)^2))}$
⋮	⋮
0,96	$=\frac{VMC \cdot B58 \cdot ((MGA - MGC \cdot B58 - (1 - B58) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B58^2) + VMR \cdot ((1 - B58)^2))}$
0,98	$=\frac{VMC \cdot B59 \cdot ((MGA - MGC \cdot B59 - (1 - B59) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B59^2) + VMR \cdot ((1 - B59)^2))}$
1,00	$=\frac{VMC \cdot B60 \cdot ((MGA - MGC \cdot B60 - (1 - B60) \cdot MGR))}{(VMA + VMC \cdot (B60^2) + VMR \cdot ((1 - B60)^2))}$

MASSA	d3R
0,00	$=\text{VMR}*(1-B10)*((\text{MGA}-\text{MGC}*B10-(1-B10)*\text{MGR}))/(\text{VMA}+\text{VMC}*(B10^2)+\text{VMR}*((1-B10)^2))$
0,02	$=\text{VMR}*(1-B11)*((\text{MGA}-\text{MGC}*B11-(1-B11)*\text{MGR}))/(\text{VMA}+\text{VMC}*(B11^2)+\text{VMR}*((1-B11)^2))$
0,04	$=\text{VMR}*(1-B12)*((\text{MGA}-\text{MGC}*B12-(1-B12)*\text{MGR}))/(\text{VMA}+\text{VMC}*(B12^2)+\text{VMR}*((1-B12)^2))$
⋮	⋮
0,96	$=\text{VMR}*(1-B58)*((\text{MGA}-\text{MGC}*B58-(1-B58)*\text{MGR}))/(\text{VMA}+\text{VMC}*(B58^2)+\text{VMR}*((1-B58)^2))$
0,98	$=\text{VMR}*(1-B59)*((\text{MGA}-\text{MGC}*B59-(1-B59)*\text{MGR}))/(\text{VMA}+\text{VMC}*(B59^2)+\text{VMR}*((1-B59)^2))$
1,00	$=\text{VMR}*(1-B60)*((\text{MGA}-\text{MGC}*B60-(1-B60)*\text{MGR}))/(\text{VMA}+\text{VMC}*(B60^2)+\text{VMR}*((1-B60)^2))$

MASSA	JOTA
0,00	$=\text{ARRED}((\text{C}10^2/\text{VZA}+\text{D}10^2/\text{VZC}+\text{E}10^2/\text{VZR}+\text{F}10^2/\text{VCA}+\text{G}10^2/\text{VCC}+\text{H}10^2/\text{VCR}+\text{I}10^2/\text{VMA}+\text{J}10^2/\text{VMC}+\text{K}10^2/\text{VMR}); 5)$
0,02	$=\text{ARRED}((\text{C}11^2/\text{VZA}+\text{D}11^2/\text{VZC}+\text{E}11^2/\text{VZR}+\text{F}11^2/\text{VCA}+\text{G}11^2/\text{VCC}+\text{H}11^2/\text{VCR}+\text{I}11^2/\text{VMA}+\text{J}11^2/\text{VMC}+\text{K}11^2/\text{VMR}); 5)$
0,04	$=\text{ARRED}((\text{C}12^2/\text{VZA}+\text{D}12^2/\text{VZC}+\text{E}12^2/\text{VZR}+\text{F}12^2/\text{VCA}+\text{G}12^2/\text{VCC}+\text{H}12^2/\text{VCR}+\text{I}12^2/\text{VMA}+\text{J}12^2/\text{VMC}+\text{K}12^2/\text{VMR}); 5)$
⋮	⋮
0,96	$=\text{ARRED}((\text{C}58^2/\text{VZA}+\text{D}58^2/\text{VZC}+\text{E}58^2/\text{VZR}+\text{F}58^2/\text{VCA}+\text{G}58^2/\text{VCC}+\text{H}58^2/\text{VCR}+\text{I}58^2/\text{VMA}+\text{J}58^2/\text{VMC}+\text{K}58^2/\text{VMR}); 5)$
0,98	$=\text{ARRED}((\text{C}59^2/\text{VZA}+\text{D}59^2/\text{VZC}+\text{E}59^2/\text{VZR}+\text{F}59^2/\text{VCA}+\text{G}59^2/\text{VCC}+\text{H}59^2/\text{VCR}+\text{I}59^2/\text{VMA}+\text{J}59^2/\text{VMC}+\text{K}59^2/\text{VMR}); 5)$
1,00	$=\text{ARRED}((\text{C}60^2/\text{VZA}+\text{D}60^2/\text{VZC}+\text{E}60^2/\text{VZR}+\text{F}60^2/\text{VCA}+\text{G}60^2/\text{VCC}+\text{H}60^2/\text{VCR}+\text{I}60^2/\text{VMA}+\text{J}60^2/\text{VMC}+\text{K}60^2/\text{VMR}); 5)$

**PASTA BALANÇO**



**PASTA MACRO**

```
' CALCULO Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+a
'
Sub CALCULO()
    Application.Goto Reference:="QUADRO"
    Application.ScreenUpdating = False
    Sheets("CALCULO").Select
    Range("C4").Select
    ActiveSheet.Paste
    Range("N10").Select
    While (ActiveCell.Value > 0)
    ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
    Wend
    ActiveCell.Offset(0, -12).Range("A1:J1").Select
    Selection.Copy
    Sheets("BALANÇO").Select
    Range("M1").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
    SkipBlanks:=False, Transpose:=False
    Application.CutCopyMode = False
    Application.ScreenUpdating = True
End Sub
```

## **ANEXO II**

### **PROGRAMA DE CÁLCULO – CIRCUITO DE CONCENTRAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS**



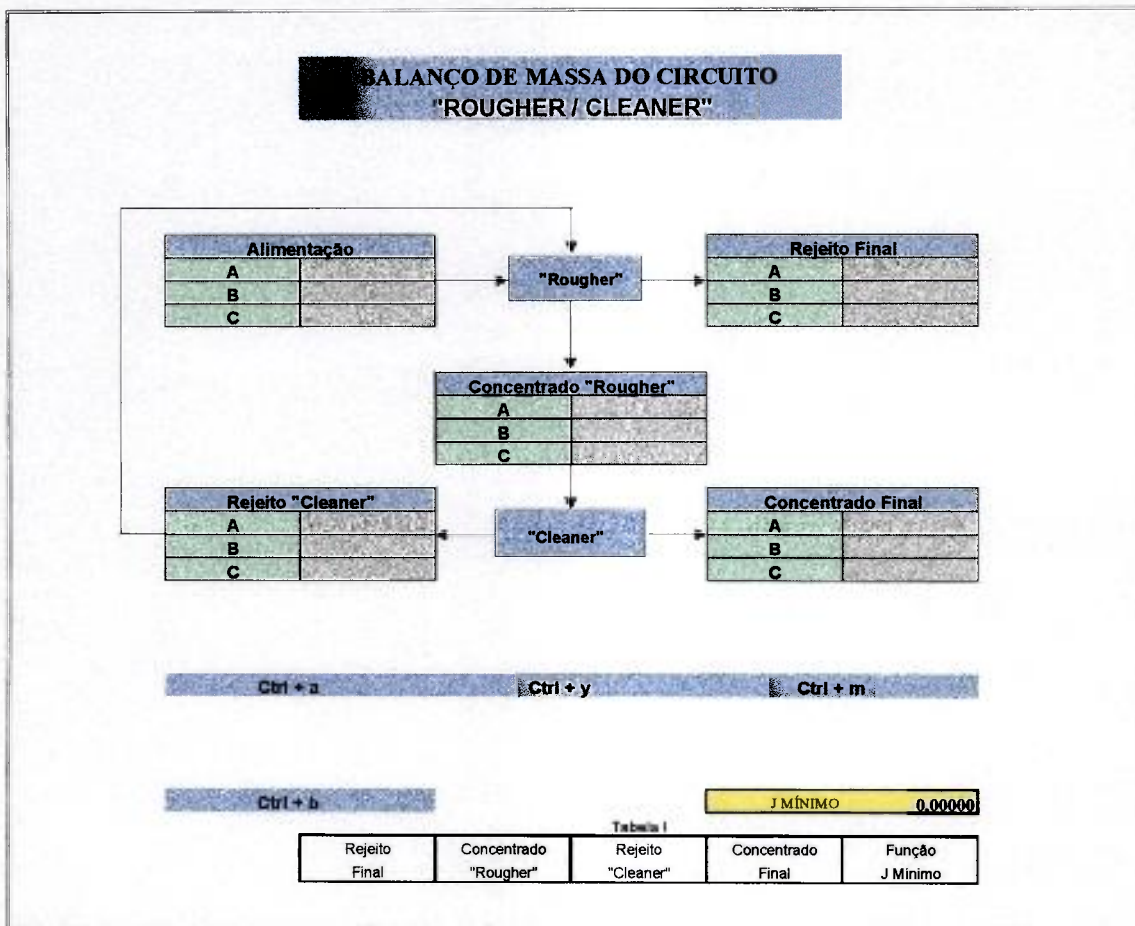
## PASTA INSTRUÇÕES

## INSTRUÇÕES PARA UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO DO BALANÇO DE MASSA EM CIRCUITO "ROUGHER / CLEANER" OU "ROUGHER/SCAVENGER"

1. Lançar na planilha "Dados" os teores de A, B e C determinados por análise química em amostras coletadas nos fluxos respectivos: ALIMENTAÇÃO INICIAL, CONCENTRADO FINAL, REJEITO FINAL, REJEITO DA FLOTAÇÃO "CLEANER"/"SCAVENGER" e CONCENTRADO DA FLOTAÇÃO "ROUGHER".
2. O primeiro passo para a determinação do balanço, consiste em determinar o mínimo da chamada Função J, em função da massa ESTIMADA para o REJEITO FINAL.  
Para se ter uma base inicial desta estimativa, pode-se utilizar o programa anterior, considerado apenas os teores dos fluxos de entrada (ALIMENTAÇÃO INICIAL) e saída (REJEITO FINAL e CONCENTRADO FINAL).
3. Após "determinar" um número-base para a massa do fluxo no REJEITO FINAL, proceder o cálculo dos valores da Função J, clicando o botão **Acionar cálculo** ou utilizando-se a tecla de atalho **Ctrl + a**.  
O programa "pedirá" uma estimativa para a massa do Rejeito Final, expressa em valores PERCENTUAIS, relativamente à ALIMENTAÇÃO INICIAL (tomada como 100%). Lançar o valor "pedido" e dar OK.  
O programa fará todos os cálculos e lançará na Tabela I, o valor da Função J para o conjunto das massas determinado para todos os fluxos, expressas em valores PERCENTUAIS da massa inicial (100%).  
  
Alternativamente, pode-se "pedir" ao programa que faça um cálculo automático para valores sucessivamente crescentes em relação ao valor inicialmente proposto. Neste caso, o programa efetuará os cálculos para acréscimos de, respectivamente, 0,01 - 0,02 - 0,03 - 0,04 - 0,05 e 0,06, e lançará os resultados na Tabela I. O comando para se acionar este cálculo é feito clicando-se o botão **Calcular Tabela** ou utilizando-se a tecla de atalho **Ctrl + b**.
4. Repetir o procedimento, clicando novamente **Acionar cálculo** com novos valores estimados para a massa do rejeito, até que o valor da Função J passe por um MÍNIMO.  
Para facilitar a visualização do J Mínimo, está indicado no topo da Tabela o menor valor da coluna **Função J Mínimo**.
5. Após "determinar" a massa do rejeito final que leva ao valor de **J Mínimo**, acionar através do botão **Apresentar Balanço** ou da tecla de atalho **Ctrl + m** a determinação do BALANÇO FINAL.  
Quando o programa "pedir" o valor da massa do rejeito final, lançar o valor "ótimo" determinado na etapa 4.
6. O BALANÇO DE MASSA será apresentado na tela, com todos os teores corrigidos para os valores mais prováveis e as distribuições dos elementos A, B e C estarão determinadas.
7. Para executar nova seqüência de cálculos, RETORNE ao fluxograma inicial, chamando a planilha "DADOS".
8. Para apagar todo o conteúdo da Tabela I, acionar o botão **Apagar Tabela** ou utilizar a tecla de atalho **Ctrl + v**.



**PASTA DADOS**



**PASTA CÁLCULOS**

<b>W5</b>	<b>A</b>
0,00	$=(VZNA+VZNR*(A10^2)+VZNF*(B10^2)+VZNL*(D10^2))$
0,02	$=(VZNA+VZNR*(A11^2)+VZNF*(B11^2)+VZNL*(D11^2))$
0,04	$=(VZNA+VZNR*(A12^2)+VZNF*(B12^2)+VZNL*(D12^2))$
⋮	⋮
0,96	$=(VZNA+VZNR*(A58^2)+VZNF*(B58^2)+VZNL*(D58^2))$
0,98	$=(VZNA+VZNR*(A59^2)+VZNF*(B59^2)+VZNL*(D59^2))$
1,00	$=(VZNA+VZNR*(A60^2)+VZNF*(B60^2)+VZNL*(D60^2))$

<b>W5</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
0,00	$=(VZNR*(A10^2)+VZNL*(D10^2))*(-1)$	$=(VZNR*(A10^2)+VZNL*(D10^2))*(-1)$
0,02	$=(VZNR*(A11^2)+VZNL*(D11^2))*(-1)$	$=(VZNR*(A11^2)+VZNL*(D11^2))*(-1)$
0,04	$=(VZNR*(A12^2)+VZNL*(D12^2))*(-1)$	$=(VZNR*(A12^2)+VZNL*(D12^2))*(-1)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=(VZNR*(A58^2)+VZNL*(D58^2))*(-1)$	$=(VZNR*(A58^2)+VZNL*(D58^2))*(-1)$
0,98	$=(VZNR*(A59^2)+VZNL*(D59^2))*(-1)$	$=(VZNR*(A59^2)+VZNL*(D59^2))*(-1)$
1,00	$=(VZNR*(A60^2)+VZNL*(D60^2))*(-1)$	$=(VZNR*(A60^2)+VZNL*(D60^2))*(-1)$

<b>W5</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
0,00	$=(VZNR*(A10^2)+VZNC*(C10^2)+VZNL*(D10^2))$	$=(ZNA-(ZNR*A10)-(ZNF*B10)+(ZNL*D10))$
0,02	$=(VZNR*(A11^2)+VZNC*(C11^2)+VZNL*(D11^2))$	$=(ZNA-(ZNR*A11)-(ZNF*B11)+(ZNL*D11))$
0,04	$=(VZNR*(A12^2)+VZNC*(C12^2)+VZNL*(D12^2))$	$=(ZNA-(ZNR*A12)-(ZNF*B12)+(ZNL*D12))$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=(VZNR*(A58^2)+VZNC*(C58^2)+VZNL*(D58^2))$	$=(ZNA-(ZNR*A58)-(ZNF*B58)+(ZNL*D58))$
0,98	$=(VZNR*(A59^2)+VZNC*(C59^2)+VZNL*(D59^2))$	$=(ZNA-(ZNR*A59)-(ZNF*B59)+(ZNL*D59))$
1,00	$=(VZNR*(A60^2)+VZNC*(C60^2)+VZNL*(D60^2))$	$=(ZNA-(ZNR*A60)-(ZNF*B60)+(ZNL*D60))$

<b>W5</b>	<b>F</b>	<b>AD-BC</b>
0,00	$=(ZNR*A10)-(ZNC*C10)-(ZNL*D10)$	$=(E10*H10)-(F10*G10)$
0,02	$=(ZNR*A11)-(ZNC*C11)-(ZNL*D11)$	$=(E11*H11)-(F11*G11)$
0,04	$=(ZNR*A12)-(ZNC*C12)-(ZNL*D12)$	$=(E12*H12)-(F12*G12)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=(ZNR*A58)-(ZNC*C58)-(ZNL*D58)$	$=(E58*H58)-(F58*G58)$
0,98	$=(ZNR*A59)-(ZNC*C59)-(ZNL*D59)$	$=(E59*H59)-(F59*G59)$
1,00	$=(ZNR*A60)-(ZNC*C60)-(ZNL*D60)$	$=(E60*H60)-(F60*G60)$

<b>W5</b>	<b>D2</b>
0,00	$=((VZNR \cdot A_{10} \cdot J_{10} \cdot (E_{10} + F_{10})) / K_{10}) - ((VZNR \cdot A_{10} \cdot I_{10} \cdot (G_{10} + H_{10})) / K_{10})$
0,02	$=((VZNR \cdot A_{11} \cdot J_{11} \cdot (E_{11} + F_{11})) / K_{11}) - ((VZNR \cdot A_{11} \cdot I_{11} \cdot (G_{11} + H_{11})) / K_{11})$
0,04	$=((VZNR \cdot A_{12} \cdot J_{12} \cdot (E_{12} + F_{12})) / K_{12}) - ((VZNR \cdot A_{12} \cdot I_{12} \cdot (G_{12} + H_{12})) / K_{12})$
⋮	⋮
0,96	$=((VZNR \cdot A_{58} \cdot J_{58} \cdot (E_{58} + F_{58})) / K_{58}) - ((VZNR \cdot A_{58} \cdot I_{58} \cdot (G_{58} + H_{58})) / K_{58})$
0,98	$=((VZNR \cdot A_{59} \cdot J_{59} \cdot (E_{59} + F_{59})) / K_{59}) - ((VZNR \cdot A_{59} \cdot I_{59} \cdot (G_{59} + H_{59})) / K_{59})$
1,00	$=((VZNR \cdot A_{60} \cdot J_{60} \cdot (E_{60} + F_{60})) / K_{60}) - ((VZNR \cdot A_{60} \cdot I_{60} \cdot (G_{60} + H_{60})) / K_{60})$

<b>W5</b>	<b>D3</b>
0,00	$=((VZNF \cdot B_{10} \cdot J_{10} \cdot F_{10}) / K_{10}) - ((VZNF \cdot B_{10} \cdot I_{10} \cdot H_{10}) / K_{10})$
0,02	$=((VZNF \cdot B_{11} \cdot J_{11} \cdot F_{11}) / K_{11}) - ((VZNF \cdot B_{11} \cdot I_{11} \cdot H_{11}) / K_{11})$
0,04	$=((VZNF \cdot B_{12} \cdot J_{12} \cdot F_{12}) / K_{12}) - ((VZNF \cdot B_{12} \cdot I_{12} \cdot H_{12}) / K_{12})$
⋮	⋮
0,96	$=((VZNF \cdot B_{58} \cdot J_{58} \cdot F_{58}) / K_{58}) - ((VZNF \cdot B_{58} \cdot I_{58} \cdot H_{58}) / K_{58})$
0,98	$=((VZNF \cdot B_{59} \cdot J_{59} \cdot F_{59}) / K_{59}) - ((VZNF \cdot B_{59} \cdot I_{59} \cdot H_{59}) / K_{59})$
1,00	$=((VZNF \cdot B_{60} \cdot J_{60} \cdot F_{60}) / K_{60}) - ((VZNF \cdot B_{60} \cdot I_{60} \cdot H_{60}) / K_{60})$

<b>W5</b>	<b>D4</b>
0,00	$=((VZNC \cdot C_{10} \cdot I_{10} \cdot G_{10}) / K_{10}) - ((VZNC \cdot C_{10} \cdot J_{10} \cdot E_{10}) / K_{10})$
0,02	$=((VZNC \cdot C_{11} \cdot I_{11} \cdot G_{11}) / K_{11}) - ((VZNC \cdot C_{11} \cdot J_{11} \cdot E_{11}) / K_{11})$
0,04	$=((VZNC \cdot C_{12} \cdot I_{12} \cdot G_{12}) / K_{12}) - ((VZNC \cdot C_{12} \cdot J_{12} \cdot E_{12}) / K_{12})$
⋮	⋮
0,96	$=((VZNC \cdot C_{58} \cdot I_{58} \cdot G_{58}) / K_{58}) - ((VZNC \cdot C_{58} \cdot J_{58} \cdot E_{58}) / K_{58})$
0,98	$=((VZNC \cdot C_{59} \cdot I_{59} \cdot G_{59}) / K_{59}) - ((VZNC \cdot C_{59} \cdot J_{59} \cdot E_{59}) / K_{59})$
1,00	$=((VZNC \cdot C_{60} \cdot I_{60} \cdot G_{60}) / K_{60}) - ((VZNC \cdot C_{60} \cdot J_{60} \cdot E_{60}) / K_{60})$

<b>W5</b>	<b>D5</b>
0,00	$=((VZNL \cdot D_{10} \cdot I_{10} \cdot (G_{10} + H_{10})) / K_{10}) - ((VZNL \cdot D_{10} \cdot J_{10} \cdot (E_{10} + F_{10})) / K_{10})$
0,02	$=((VZNL \cdot D_{11} \cdot I_{11} \cdot (G_{11} + H_{11})) / K_{11}) - ((VZNL \cdot D_{11} \cdot J_{11} \cdot (E_{11} + F_{11})) / K_{11})$
0,04	$=((VZNL \cdot D_{12} \cdot I_{12} \cdot (G_{12} + H_{12})) / K_{12}) - ((VZNL \cdot D_{12} \cdot J_{12} \cdot (E_{12} + F_{12})) / K_{12})$
⋮	⋮
0,96	$=((VZNL \cdot D_{58} \cdot I_{58} \cdot (G_{58} + H_{58})) / K_{58}) - ((VZNL \cdot D_{58} \cdot J_{58} \cdot (E_{58} + F_{58})) / K_{58})$
0,98	$=((VZNL \cdot D_{59} \cdot I_{59} \cdot (G_{59} + H_{59})) / K_{59}) - ((VZNL \cdot D_{59} \cdot J_{59} \cdot (E_{59} + F_{59})) / K_{59})$
1,00	$=((VZNL \cdot D_{60} \cdot I_{60} \cdot (G_{60} + H_{60})) / K_{60}) - ((VZNL \cdot D_{60} \cdot J_{60} \cdot (E_{60} + F_{60})) / K_{60})$

W5	JA
0,00	$=((L10^2)/VZNA)+((M10^2)/VZNR)+((N10^2)/VZNF)+((O10^2)/VZNC)+((P10^2)/VZNL)$
0,02	$=((L11^2)/VZNA)+((M11^2)/VZNR)+((N11^2)/VZNF)+((O11^2)/VZNC)+((P11^2)/VZNL)$
0,04	$=((L12^2)/VZNA)+((M12^2)/VZNR)+((N12^2)/VZNF)+((O12^2)/VZNC)+((P12^2)/VZNL)$
⋮	⋮
0,96	$=((L58^2)/VZNA)+((M58^2)/VZNR)+((N58^2)/VZNF)+((O58^2)/VZNC)+((P58^2)/VZNL)$
0,98	$=((L59^2)/VZNA)+((M59^2)/VZNR)+((N59^2)/VZNF)+((O59^2)/VZNC)+((P59^2)/VZNL)$
1,00	$=((L60^2)/VZNA)+((M60^2)/VZNR)+((N60^2)/VZNF)+((O60^2)/VZNC)+((P60^2)/VZNL)$

W5	A
0,00	$=((VCAA+VCAR*(A10^2)+VCAF*(B10^2)+VCAL*(D10^2))$
0,02	$=((VCAA+VCAR*(A11^2)+VCAF*(B11^2)+VCAL*(D11^2))$
0,04	$=((VCAA+VCAR*(A12^2)+VCAF*(B12^2)+VCAL*(D12^2))$
⋮	⋮
0,96	$=((VCAA+VCAR*(A58^2)+VCAF*(B58^2)+VCAL*(D58^2))$
0,98	$=((VCAA+VCAR*(A59^2)+VCAF*(B59^2)+VCAL*(D59^2))$
1,00	$=((VCAA+VCAR*(A60^2)+VCAF*(B60^2)+VCAL*(D60^2))$

W5	B	C
0,00	$=((VCAR*(A10^2)+VCAL*(D10^2))*(-1)$	$=((VCAR*(A10^2)+VCAL*(D10^2))*(-1)$
0,02	$=((VCAR*(A11^2)+VCAL*(D11^2))*(-1)$	$=((VCAR*(A11^2)+VCAL*(D11^2))*(-1)$
0,04	$=((VCAR*(A12^2)+VCAL*(D12^2))*(-1)$	$=((VCAR*(A12^2)+VCAL*(D12^2))*(-1)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=((VCAR*(A58^2)+VCAL*(D58^2))*(-1)$	$=((VCAR*(A58^2)+VCAL*(D58^2))*(-1)$
0,98	$=((VCAR*(A59^2)+VCAL*(D59^2))*(-1)$	$=((VCAR*(A59^2)+VCAL*(D59^2))*(-1)$
1,00	$=((VCAR*(A60^2)+VCAL*(D60^2))*(-1)$	$=((VCAR*(A60^2)+VCAL*(D60^2))*(-1)$

W5	D	E
0,00	$=((VCAR*(A10^2)+VCAC*(C10^2)+VCAL*(D10^2))$	$=((CAA-(CAR*A10)-(CAF*B10)+(CAL*D10))$
0,02	$=((VCAR*(A11^2)+VCAC*(C11^2)+VCAL*(D11^2))$	$=((CAA-(CAR*A11)-(CAF*B11)+(CAL*D11))$
0,04	$=((VCAR*(A12^2)+VCAC*(C12^2)+VCAL*(D12^2))$	$=((CAA-(CAR*A12)-(CAF*B12)+(CAL*D12))$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=((VCAR*(A58^2)+VCAC*(C58^2)+VCAL*(D58^2))$	$=((CAA-(CAR*A58)-(CAF*B58)+(CAL*D58))$
0,98	$=((VCAR*(A59^2)+VCAC*(C59^2)+VCAL*(D59^2))$	$=((CAA-(CAR*A59)-(CAF*B59)+(CAL*D59))$
1,00	$=((VCAR*(A60^2)+VCAC*(C60^2)+VCAL*(D60^2))$	$=((CAA-(CAR*A60)-(CAF*B60)+(CAL*D60))$

W5	F	AD-BC
0,00	$=((CAR*A10)-(CAC*C10)-(CAL*D10))$	$=(R10*U10)-(S10*T10)$
0,02	$=((CAR*A11)-(CAC*C11)-(CAL*D11))$	$=(R11*U11)-(S11*T11)$
0,04	$=((CAR*A12)-(CAC*C12)-(CAL*D12))$	$=(R12*U12)-(S12*T12)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=((CAR*A58)-(CAC*C58)-(CAL*D58))$	$=(R58*U58)-(S58*T58)$
0,98	$=((CAR*A59)-(CAC*C59)-(CAL*D59))$	$=(R59*U59)-(S59*T59)$
1,00	$=((CAR*A60)-(CAC*C60)-(CAL*D60))$	$=(R60*U60)-(S60*T60)$

W5	D1
0,00	$=((VCAA*V10*U10)/X10)-((VCAA*W10*S10)/X10)$
0,02	$=((VCAA*V11*U11)/X11)-((VCAA*W11*S11)/X11)$
0,04	$=((VCAA*V12*U12)/X12)-((VCAA*W12*S12)/X12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VCAA*V58*U58)/X58)-((VCAA*W58*S58)/X58)$
0,98	$=((VCAA*V59*U59)/X59)-((VCAA*W59*S59)/X59)$
1,00	$=((VCAA*V60*U60)/X60)-((VCAA*W60*S60)/X60)$

W5	D2
0,00	$=((VCAR*A10*W10*(R10+S10))/X10)-((VCAR*A10*V10*(T10+U10))/X10)$
0,02	$=((VCAR*A11*W11*(R11+S11))/X11)-((VCAR*A11*V11*(T11+U11))/X11)$
0,04	$=((VCAR*A12*W12*(R12+S12))/X12)-((VCAR*A12*V12*(T12+U12))/X12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VCAR*A58*W58*(R58+S58))/X58)-((VCAR*A58*V58*(T58+U58))/X58)$
0,98	$=((VCAR*A59*W59*(R59+S59))/X59)-((VCAR*A59*V59*(T59+U59))/X59)$
1,00	$=((VCAR*A60*W60*(R60+S60))/X60)-((VCAR*A60*V60*(T60+U60))/X60)$

W5	D3
0,00	$=((VCAF*B10*W10*S10)/X10)-((VCAF*B10*V10*U10)/X10)$
0,02	$=((VCAF*B11*W11*S11)/X11)-((VCAF*B11*V11*U11)/X11)$
0,04	$=((VCAF*B12*W12*S12)/X12)-((VCAF*B12*V12*U12)/X12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VCAF*B58*W58*S58)/X58)-((VCAF*B58*V58*U58)/X58)$
0,98	$=((VCAF*B59*W59*S59)/X59)-((VCAF*B59*V59*U59)/X59)$
1,00	$=((VCAF*B60*W60*S60)/X60)-((VCAF*B60*V60*U60)/X60)$

<b>W5</b>	<b>D4</b>
0,00	$=((VCAC*C10*V10*T10)/X10)-((VCAC*C10*W10*R10)/X10)$
0,02	$=((VCAC*C11*V11*T11)/X11)-((VCAC*C11*W11*R11)/X11)$
0,04	$=((VCAC*C12*V12*T12)/X12)-((VCAC*C12*W12*R12)/X12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VCAC*C58*V58*T58)/X58)-((VCAC*C58*W58*R58)/X58)$
0,98	$=((VCAC*C59*V59*T59)/X59)-((VCAC*C59*W59*R59)/X59)$
1,00	$=((VCAC*C60*V60*T60)/X60)-((VCAC*C60*W60*R60)/X60)$

<b>W5</b>	<b>D5</b>
0,00	$=((VCAL*D10*V10*(T10+U10))/X10)-((VCAL*D10*W10*(R10+S10))/X10)$
0,02	$=((VCAL*D11*V11*(T11+U11))/X11)-((VCAL*D11*W11*(R11+S11))/X11)$
0,04	$=((VCAL*D12*V12*(T12+U12))/X12)-((VCAL*D12*W12*(R12+S12))/X12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VCAL*D58*V58*(T58+U58))/X58)-((VCAL*D58*W58*(R58+S58))/X58)$
0,98	$=((VCAL*D59*V59*(T59+U59))/X59)-((VCAL*D59*W59*(R59+S59))/X59)$
1,00	$=((VCAL*D60*V60*(T60+U60))/X60)-((VCAL*D60*W60*(R60+S60))/X60)$

<b>W5</b>	<b>JB</b>
0,00	$=((Y10^2)/VCAA)+((Z10^2)/VCAR)+((AA10^2)/VCAF)+((AB10^2)/VCAC)+((AC10^2)/VCAL)$
0,02	$=((Y11^2)/VCAA)+((Z11^2)/VCAR)+((AA11^2)/VCAF)+((AB11^2)/VCAC)+((AC11^2)/VCAL)$
0,04	$=((Y12^2)/VCAA)+((Z12^2)/VCAR)+((AA12^2)/VCAF)+((AB12^2)/VCAC)+((AC12^2)/VCAL)$
⋮	⋮
0,96	$=((Y58^2)/VCAA)+((Z58^2)/VCAR)+((AA58^2)/VCAF)+((AB58^2)/VCAC)+((AC58^2)/VCAL)$
0,98	$=((Y59^2)/VCAA)+((Z59^2)/VCAR)+((AA59^2)/VCAF)+((AB59^2)/VCAC)+((AC59^2)/VCAL)$
1,00	$=((Y60^2)/VCAA)+((Z60^2)/VCAR)+((AA60^2)/VCAF)+((AB60^2)/VCAC)+((AC60^2)/VCAL)$

<b>W5</b>	<b>A</b>
0,00	$=((VMGA+VMGR*(A10^2)+VMGF*(B10^2)+VMGL*(D10^2))$
0,02	$=((VMGA+VMGR*(A11^2)+VMGF*(B11^2)+VMGL*(D11^2))$
0,04	$=((VMGA+VMGR*(A12^2)+VMGF*(B12^2)+VMGL*(D12^2))$
⋮	⋮
0,96	$=((VMGA+VMGR*(A58^2)+VMGF*(B58^2)+VMGL*(D58^2))$
0,98	$=((VMGA+VMGR*(A59^2)+VMGF*(B59^2)+VMGL*(D59^2))$
1,00	$=((VMGA+VMGR*(A60^2)+VMGF*(B60^2)+VMGL*(D60^2))$

## Anexo II – Programa de cálculo – Circuito de concentração em dois estágios

<b>W5</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
0,00	$=(VMGR*(A10^2)+VMGL*(D10^2))*(-1)$	$=(VMGR*(A10^2)+VMGL*(D10^2))*(-1)$
0,02	$=(VMGR*(A11^2)+VMGL*(D11^2))*(-1)$	$=(VMGR*(A11^2)+VMGL*(D11^2))*(-1)$
0,04	$=(VMGR*(A12^2)+VMGL*(D12^2))*(-1)$	$=(VMGR*(A12^2)+VMGL*(D12^2))*(-1)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=(VMGR*(A58^2)+VMGL*(D58^2))*(-1)$	$=(VMGR*(A58^2)+VMGL*(D58^2))*(-1)$
0,98	$=(VMGR*(A59^2)+VMGL*(D59^2))*(-1)$	$=(VMGR*(A59^2)+VMGL*(D59^2))*(-1)$
1,00	$=(VMGR*(A60^2)+VMGL*(D60^2))*(-1)$	$=(VMGR*(A60^2)+VMGL*(D60^2))*(-1)$

<b>W5</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
0,00	$=(VMGR*(A10^2)+VMGC*(C10^2)+VMGL*(D10^2)+VMG$	$=(MGA-(MGR*A10)-(MGF*B10)+(MGL*D10))$
0,02	$=(VMGR*(A11^2)+VMGC*(C11^2)+VMGL*(D11^2)+VMG$	$=(MGA-(MGR*A11)-(MGF*B11)+(MGL*D11))$
0,04	$=(VMGR*(A12^2)+VMGC*(C12^2)+VMGL*(D12^2)+VMG$	$=(MGA-(MGR*A12)-(MGF*B12)+(MGL*D12))$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=(VMGR*(A58^2)+VMGC*(C58^2)+VMGL*(D58^2)+VMG$	$=(MGA-(MGR*A58)-(MGF*B58)+(MGL*D58))$
0,98	$=(VMGR*(A59^2)+VMGC*(C59^2)+VMGL*(D59^2)+VMG$	$=(MGA-(MGR*A59)-(MGF*B59)+(MGL*D59))$
1,00	$=(VMGR*(A60^2)+VMGC*(C60^2)+VMGL*(D60^2)+VMG$	$=(MGA-(MGR*A60)-(MGF*B60)+(MGL*D60))$

<b>W5</b>	<b>F</b>	<b>AD-BC</b>
0,00	$=(MGR*A10)-(MGC*C10)-(MGL*D10)$	$=(AE10*AH10)-(AF10*AG10)$
0,02	$=(MGR*A11)-(MGC*C11)-(MGL*D11)$	$=(AE11*AH11)-(AF11*AG11)$
0,04	$=(MGR*A12)-(MGC*C12)-(MGL*D12)$	$=(AE12*AH12)-(AF12*AG12)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=(MGR*A58)-(MGC*C58)-(MGL*D58)$	$=(AE58*AH58)-(AF58*AG58)$
0,98	$=(MGR*A59)-(MGC*C59)-(MGL*D59)$	$=(AE59*AH59)-(AF59*AG59)$
1,00	$=(MGR*A60)-(MGC*C60)-(MGL*D60)$	$=(AE60*AH60)-(AF60*AG60)$

<b>W5</b>	<b>D1</b>
0,00	$=((VMGA*AI10*AH10)/AK10)-((VMGA*AJ10*AF10)/AK10)$
0,02	$=((VMGA*AI11*AH11)/AK11)-((VMGA*AJ11*AF11)/AK11)$
0,04	$=((VMGA*AI12*AH12)/AK12)-((VMGA*AJ12*AF12)/AK12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VMGA*AI58*AH58)/AK58)-((VMGA*AJ58*AF58)/AK58)$
0,98	$=((VMGA*AI59*AH59)/AK59)-((VMGA*AJ59*AF59)/AK59)$
1,00	$=((VMGA*AI60*AH60)/AK60)-((VMGA*AJ60*AF60)/AK60)$

<b>W5</b>	<b>D2</b>
0,00	$=((VMGR*A10*AJ10*(AE10+AF10))/AK10)-((VMGR*A10*AI10*(AG10+AH10))/AK10)$
0,02	$=((VMGR*A11*AJ11*(AE11+AF11))/AK11)-((VMGR*A11*AI11*(AG11+AH11))/AK11)$
0,04	$=((VMGR*A12*AJ12*(AE12+AF12))/AK12)-((VMGR*A12*AI12*(AG12+AH12))/AK12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VMGR*A58*AJ58*(AE58+AF58))/AK58)-((VMGR*A58*AI58*(AG58+AH58))/AK58)$
0,98	$=((VMGR*A59*AJ59*(AE59+AF59))/AK59)-((VMGR*A59*AI59*(AG59+AH59))/AK59)$
1,00	$=((VMGR*A60*AJ60*(AE60+AF60))/AK60)-((VMGR*A60*AI60*(AG60+AH60))/AK60)$

<b>W5</b>	<b>D3</b>
0,00	$=((VMGF*B10*AJ10*AF10)/AK10)-((VMGF*B10*AI10*AH10)/AK10)$
0,02	$=((VMGF*B11*AJ11*AF11)/AK11)-((VMGF*B11*AI11*AH11)/AK11)$
0,04	$=((VMGF*B12*AJ12*AF12)/AK12)-((VMGF*B12*AI12*AH12)/AK12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VMGF*B58*AJ58*AF58)/AK58)-((VMGF*B58*AI58*AH58)/AK58)$
0,98	$=((VMGF*B59*AJ59*AF59)/AK59)-((VMGF*B59*AI59*AH59)/AK59)$
1,00	$=((VMGF*B60*AJ60*AF60)/AK60)-((VMGF*B60*AI60*AH60)/AK60)$

<b>W5</b>	<b>D4</b>
0,00	$=((VMGC*C10*AI10*AG10)/AK10)-((VMGC*C10*AJ10*AE10)/AK10)$
0,02	$=((VMGC*C11*AI11*AG11)/AK11)-((VMGC*C11*AJ11*AE11)/AK11)$
0,04	$=((VMGC*C12*AI12*AG12)/AK12)-((VMGC*C12*AJ12*AE12)/AK12)$
⋮	⋮
0,96	$=((VMGC*C58*AI58*AG58)/AK58)-((VMGC*C58*AJ58*AE58)/AK58)$
0,98	$=((VMGC*C59*AI59*AG59)/AK59)-((VMGC*C59*AJ59*AE59)/AK59)$
1,00	$=((VMGC*C60*AI60*AG60)/AK60)-((VMGC*C60*AJ60*AE60)/AK60)$



**W5****D5**

$$\begin{aligned}
0,00 &= ((VMGL * D10 * AI10 * (AG10 + AH10)) / AK10) - ((VMGL * D10 * AJ10 * (AE10 + AF10)) / AK10) \\
0,02 &= ((VMGL * D11 * AI11 * (AG11 + AH11)) / AK11) - ((VMGL * D11 * AJ11 * (AE11 + AF11)) / AK11) \\
0,04 &= ((VMGL * D12 * AI12 * (AG12 + AH12)) / AK12) - ((VMGL * D12 * AJ12 * (AE12 + AF12)) / AK12) \\
&\vdots \\
0,96 &= ((VMGL * D58 * AI58 * (AG58 + AH58)) / AK58) - ((VMGL * D58 * AJ58 * (AE58 + AF58)) / AK58) \\
0,98 &= ((VMGL * D59 * AI59 * (AG59 + AH59)) / AK59) - ((VMGL * D59 * AJ59 * (AE59 + AF59)) / AK59) \\
1,00 &= ((VMGL * D60 * AI60 * (AG60 + AH60)) / AK60) - ((VMGL * D60 * AJ60 * (AE60 + AF60)) / AK60)
\end{aligned}$$

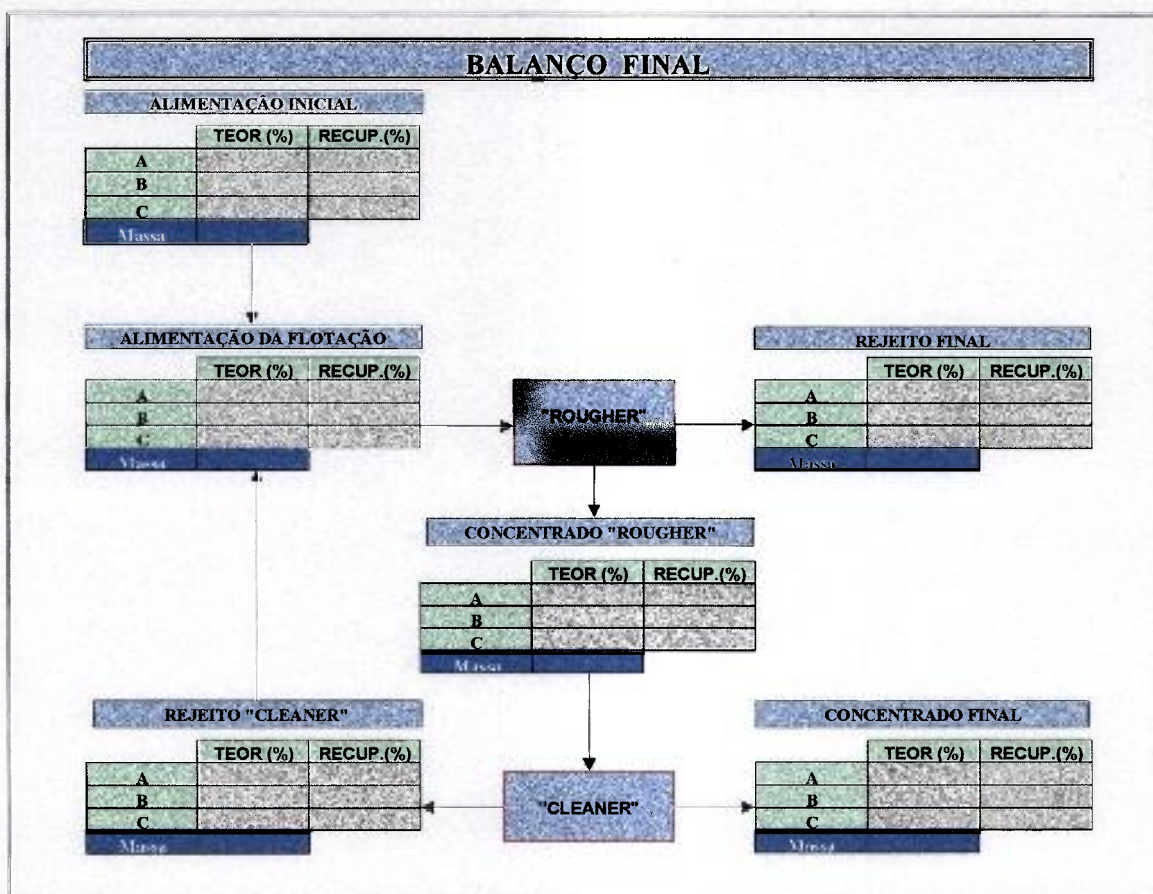
**W5****JC**

$$\begin{aligned}
0,00 &= ((AL10^2) / VMGA) + ((AM10^2) / VMGR) + ((AN10^2) / VMGF) + ((AO10^2) / VMGC) + ((AP10^2) / VMGL) \\
0,02 &= ((AL11^2) / VMGA) + ((AM11^2) / VMGR) + ((AN11^2) / VMGF) + ((AO11^2) / VMGC) + ((AP11^2) / VMGL) \\
0,04 &= ((AL12^2) / VMGA) + ((AM12^2) / VMGR) + ((AN12^2) / VMGF) + ((AO12^2) / VMGC) + ((AP12^2) / VMGL) \\
&\vdots \\
0,96 &= ((AL58^2) / VMGA) + ((AM58^2) / VMGR) + ((AN58^2) / VMGF) + ((AO58^2) / VMGC) + ((AP58^2) / VMGL) \\
0,98 &= ((AL59^2) / VMGA) + ((AM59^2) / VMGR) + ((AN59^2) / VMGF) + ((AO59^2) / VMGC) + ((AP59^2) / VMGL) \\
1,00 &= ((AL60^2) / VMGA) + ((AM60^2) / VMGR) + ((AN60^2) / VMGF) + ((AO60^2) / VMGC) + ((AP60^2) / VMGL)
\end{aligned}$$

**W5****Função J**

$$\begin{aligned}
0,00 &= AQ10 + AD10 + Q10 \\
0,02 &= AQ11 + AD11 + Q11 \\
0,04 &= AQ12 + AD12 + Q12 \\
&\vdots \\
0,96 &= AQ58 + AD58 + Q58 \\
0,98 &= AQ59 + AD59 + Q59 \\
1,00 &= AQ60 + AD60 + Q60
\end{aligned}$$

**PASTA BALANÇO**



### PASTA MACRO

```
' CALCULO Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+a
'
Sub CALCULO()
Dim massa As Variant
    massa = Application.InputBox("MASSA ESTIMADA DO REJEITO FINAL
EM %:", , , , , , 1)
    Application.ScreenUpdating = False
    Sheets("Calculo").Select
    Range("B4").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=RC[-1]/100"
    Application.Goto Reference:="ALIM"
    Selection.Copy
    Sheets("Calculo").Select
    Range("E4").Select
    Application.Goto Reference:="CONC"
    Selection.Copy
    Sheets("Calculo").Select
    Range("I4").Select
    ActiveSheet.Paste
    Application.Goto Reference:="ROUG"
    Selection.Copy
    Sheets("Calculo").Select
    Range("G4").Select
    ActiveSheet.Paste
    Application.Goto Reference:="CLEA"
    Selection.Copy
    Sheets("Calculo").Select
    Range("H4").Select
    ActiveSheet.Paste
    Application.Goto Reference:="REJE"
    Selection.Copy
    Sheets("Calculo").Select
    Range("F4").Select
```

```
ActiveSheet.Paste
Range("AT10").Select
While (ActiveCell.Value > 0)
ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
Wend
ActiveCell.Offset(0, -45).Range("A1:AR1").Select
Selection.Copy
Sheets("Dados").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Application.CutCopyMode = False
Range("AB1").Select
Selection.Copy
Range("D39").Select
Selection.End(xlDown).Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Range("AA1").Select
Selection.Copy
Range("E39").Select
Selection.End(xlDown).Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Range("AC1").Select
Selection.Copy
Range("G39").Select
Selection.End(xlDown).Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Range("AD1").Select
Selection.Copy
```

```

Range("F39").Select
Selection.End(xlDown).Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Range("BR1").Select
Selection.Copy
Range("H39").Select
Selection.End(xlDown).Select
ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Selection.NumberFormat = "0.00000"
Application.ScreenUpdating = True
End Sub

```

#### BALANÇO Macro

' Atalho do teclado: Ctrl+m

```
Sub BALANÇO()
```

```
Dim massa As Variant
```

```
massa = Application.InputBox("MASSA ESTIMADA DO REJEITO FINAL  
EM %:", , , , , , 1)
```

```
Application.ScreenUpdating = False
```

```
Sheets("Calculo").Select
```

```
ActiveCell.FormulaR1C1 = massa
```

```
Range("B4").Select
```

```
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=RC[-1]/100"
```

```
Application.Goto Reference:="ALIM"
```

```
Selection.Copy
```

```
Sheets("Calculo").Select
```

```
Range("E4").Select
```

```
ActiveSheet.Paste
```

```
Application.Goto Reference:="CONC"
```

```
Selection.Copy
```

```
ActiveSheet.Paste
```

```
Application.Goto Reference:="ROUG"
```

```
Selection.Copy
Sheets("Calculo").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="CLEA"
Selection.Copy
Sheets("Calculo").Select
Range("H4").Select
Application.Goto Reference:="REJE"
Selection.Copy
Sheets("Calculo").Select
Range("F4").Select
ActiveSheet.Paste
Range("AT10").Select
While (ActiveCell.Value > 0)
ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
Wend
ActiveCell.Offset(0, -45).Range("A1:AR1").Select
Selection.Copy
Sheets("Balanço").Select
Range("AA1").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Application.CutCopyMode = False
Range("A1").Select
Application.ScreenUpdating = True
End Sub

' APAGA Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+y
'
Sub APAGA()
Application.Goto Reference:="TABELA"
Selection.Clear
Range("A38").Select
End Sub
```

## **ANEXO III**

# **PROGRAMA DE CÁLCULO – CIRCUITO DE CONCENTRAÇÃO EM TRÊS ESTÁGIOS**



## PASTA INSTRUÇÕES

<b>INSTRUÇÕES PARA UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO</b>	
CIRCUITO TIPO "ROUGHER/CLEANER/SCAVENGER"	
1. Abrir a Folha de Trabalho CÁLCULO.	
2. Lançar no Fluxograma os valores das concentrações de A, B e C determinados por análise em amostras de cada um dos fluxos indicados, ou seja: <ul style="list-style-type: none"> <li>. Fluxo 1 : Alimentação Inicial;</li> <li>. Fluxo 2 : Concentrado da flotação "rougher";</li> <li>. Fluxo 3 : Rejeito da flotação "rougher";</li> <li>. Fluxo 4 : Concentrado da flotação "cleaner" - Concentrado Final;</li> <li>. Fluxo 5 : Rejeito da flotação "cleaner" que retorna ao estágio "rougher";</li> <li>. Fluxo 6 : Rejeito da flotação "scavenger" - Rejeito Final;</li> <li>. Fluxo 7 : Concentrado da flotação "scavenger" que retorna ao estágio "rougher".</li> </ul>	
3. Caso haja valores anteriores lançados na TABELA I, dar um clique no Botão <b>Apagar a Tabela I</b> ou usar a tecla de atalho <b>Ctrl + x</b> .	
4. O cálculo da Função J Mínimo é feito através da ESTIMATIVA inicial das massas relativas aos fluxos: <ul style="list-style-type: none"> <li>* Concentrado da flotação "cleaner" - Concentrado Final;</li> <li>* Concentrado da flotação "rougher".</li> </ul> Para balizar os valores usados nesta estimativa, sugere-se usar os programas anteriormente descritos "determinando-se" as massas dos fluxos no Rejeito Final e no Concentrado Rougher para circuitos simplificados, isto é, circuitos formados inicialmente de ENTRADA (Alimentação Inicial) e SAIDAS (Concentrado Final e Rejeito Final) e, num segundo estágio, circuito tipo "Rougher / Cleaner". A partir desses valores básicos, efetuar acréscimos sucessivos numa das variáveis, mantendo-se a outra constante até se determinar o valor de J Mínimo para aquele par de valores. Em seguida, repetir a mesma seqüência de cálculo a partir de um novo valor atribuído à primeira variável, para se determinar o valor de J Mínimo de uma 2a. série. Proceder sucessivos acréscimos na primeira variável, repetindo a seqüência de cálculos, com o objetivo de se determinar o valor MÍNIMO de todas as séries, isto é, encontrar os valores das massas dos fluxos <ul style="list-style-type: none"> <li>* Concentrado da flotação "cleaner" - Concentrado Final;</li> <li>* Concentrado da flotação "rougher";</li> <li>* Concentrado da flotação "scavenger".</li> </ul> que levem ao menor valor possível para a Função J. Para acionar os cálculos dar um clique no Botão <b>Efetuar Cálculo</b> ou utilizar a tecla de atalho <b>Ctrl + d</b> . Lançar os valores ESTIMADOS para os fluxos pedidos, expressos em PERCENTAGEM e dar ENTER	
5. O programa efetuará o cálculo da Função J Mínimo considerando os valores introduzidos pelo usuário e uma faixa de valores propostos para a massa do concentrado "scavenger". O programa vai lançar na Tabela I os valores correspondentes às massas do <ul style="list-style-type: none"> <li>* Concentrado da flotação "cleaner" - Concentrado Final;</li> <li>* Concentrado da flotação "rougher";</li> <li>* Concentrado da flotação "scavenger";</li> </ul> juntamente com o valor relativo ao J Mínimo.	
6. Em procedimento alternativo, pode-se "pedir" ao programa que faça um cálculo automático para valores sucessivamente crescentes em relação ao valor proposto inicialmente para o concentrado "rougher". Neste caso, o programa efetuará os cálculos para acréscimos de, respectivamente, 0,01 - 0,02 - 0,03 - 0,04 - 0,05 e 0,06 e lançará os resultados na Tabela I. O comando para se acionar este procedimento consiste em clicar o botão <b>Calcular Tabela</b> ou utilizar a tecla de atalho <b>Ctrl + t</b> .	
7. Os VALORES ÓTIMOS para as massas são aqueles que levam ao menor valor possível para o J Mínimo. Para facilitar a determinação dos valores ótimos, é indicado nas células D31..F31 o menor valor de J Mínimo verificado para a faixa de valores estimados. Caso se deseje APAGAR todo o conteúdo da tabela I para execução do cálculo com novas faixas de valores dar um clique no Botão <b>Apagar a Tabela I</b> ou usar a tecla de atalho <b>Ctrl + x</b> .	
8. Para a determinação do BALANÇO FINAL, dar um clique no botão <b>Apresentar Balanço Final</b> ou utilizar a tecla de atalho <b>Ctrl + k</b> reintroduzindo o par de valores otimizado na etapa anterior. O BALANÇO DE MASSA será apresentado na tela, com todos os teores corrigidos para os valores mais prováveis e as distribuições dos elementos A, B e C estarão determinadas.	
9. Para novos cálculos, retornar a pasta de Trabalho CÁLCULO.	



**PASTA CÁLCULO**

W 7	X
(MCS)	
0,00	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA9)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z9)
0,02	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA10)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z10)
0,04	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA11)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z11)
⋮	⋮
0,96	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA57)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z57)
0,98	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA58)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z58)
1,00	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA59)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z59)

W 7	X
(MCS)	
0,00	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA9)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z9)
0,02	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA10)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z10)
0,04	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA11)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z11)
⋮	⋮
0,96	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA57)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z57)
0,98	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA58)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z58)
1,00	=ZAL-(ZCR*\$Z\$2)-(ZRR*AA59)+(ZRC*\$Z\$4)+(ZCS*Z59)

W 7	Y	Z
(MCS)		
0,00	=(ZCR*\$Z\$2)-(ZCF*\$Z\$1)-(ZRC*\$Z\$4)	=(ZRR*AA9)-(ZRF*\$Z\$5)-(ZCS*Z9)
0,02	=(ZCR*\$Z\$2)-(ZCF*\$Z\$1)-(ZRC*\$Z\$4)	=(ZRR*AA10)-(ZRF*\$Z\$5)-(ZCS*Z10)
0,04	=(ZCR*\$Z\$2)-(ZCF*\$Z\$1)-(ZRC*\$Z\$4)	=(ZRR*AA11)-(ZRF*\$Z\$5)-(ZCS*Z11)
⋮	⋮	⋮
0,96	=(ZCR*\$Z\$2)-(ZCF*\$Z\$1)-(ZRC*\$Z\$4)	=(ZRR*AA57)-(ZRF*\$Z\$5)-(ZCS*Z57)
0,98	=(ZCR*\$Z\$2)-(ZCF*\$Z\$1)-(ZRC*\$Z\$4)	=(ZRR*AA58)-(ZRF*\$Z\$5)-(ZCS*Z58)
1,00	=(ZCR*\$Z\$2)-(ZCF*\$Z\$1)-(ZRC*\$Z\$4)	=(ZRR*AA59)-(ZRF*\$Z\$5)-(ZCS*Z59)

W 7

A

(MCS)

$$\begin{aligned}
 0,00 &= \$Q\$5+(\$P\$5*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$5*(AA9^2))+(\$S\$5*(\$Z\$4^2))+(\$U\$5*(Z9^2)) \\
 0,02 &= \$Q\$5+(\$P\$5*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$5*(AA10^2))+(\$S\$5*(\$Z\$4^2))+(\$U\$5*(Z10^2)) \\
 0,04 &= \$Q\$5+(\$P\$5*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$5*(AA11^2))+(\$S\$5*(\$Z\$4^2))+(\$U\$5*(Z11^2)) \\
 &\vdots \\
 0,96 &= \$Q\$5+(\$P\$5*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$5*(AA57^2))+(\$S\$5*(\$Z\$4^2))+(\$U\$5*(Z57^2)) \\
 0,98 &= \$Q\$5+(\$P\$5*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$5*(AA58^2))+(\$S\$5*(\$Z\$4^2))+(\$U\$5*(Z58^2)) \\
 1,00 &= \$Q\$5+(\$P\$5*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$5*(AA59^2))+(\$S\$5*(\$Z\$4^2))+(\$U\$5*(Z59^2))
 \end{aligned}$$

W 7

C

D

(MCS)

$$\begin{aligned}
 0,00 &= -\$Q\$5*(AA9^2)-\$U\$5*(Z9^2) &= \$P\$5*(\$Z\$2^2)+\$R\$5*(\$Z\$1^2)+\$S\$5*(\$Z\$4^2) \\
 0,02 &= -\$Q\$5*(AA10^2)-\$U\$5*(Z10^2) &= \$P\$5*(\$Z\$2^2)+\$R\$5*(\$Z\$1^2)+\$S\$5*(\$Z\$4^2) \\
 0,04 &= -\$Q\$5*(AA11^2)-\$U\$5*(Z11^2) &= \$P\$5*(\$Z\$2^2)+\$R\$5*(\$Z\$1^2)+\$S\$5*(\$Z\$4^2) \\
 &\vdots &\vdots \\
 0,96 &= -\$Q\$5*(AA57^2)-\$U\$5*(Z57^2) &= \$P\$5*(\$Z\$2^2)+\$R\$5*(\$Z\$1^2)+\$S\$5*(\$Z\$4^2) \\
 0,98 &= -\$Q\$5*(AA58^2)-\$U\$5*(Z58^2) &= \$P\$5*(\$Z\$2^2)+\$R\$5*(\$Z\$1^2)+\$S\$5*(\$Z\$4^2) \\
 1,00 &= -\$Q\$5*(AA59^2)-\$U\$5*(Z59^2) &= \$P\$5*(\$Z\$2^2)+\$R\$5*(\$Z\$1^2)+\$S\$5*(\$Z\$4^2)
 \end{aligned}$$

W 7

E

(MCS)

$$\begin{aligned}
 0,00 &= \$Q\$5*(AA9^2)+\$T\$5*((1-\$Z\$1)^2)+\$U\$5*(Z9^2) \\
 0,02 &= \$Q\$5*(AA10^2)+\$T\$5*((1-\$Z\$1)^2)+\$U\$5*(Z10^2) \\
 0,04 &= \$Q\$5*(AA11^2)+\$T\$5*((1-\$Z\$1)^2)+\$U\$5*(Z11^2) \\
 &\vdots \\
 0,96 &= \$Q\$5*(AA57^2)+\$T\$5*((1-\$Z\$1)^2)+\$U\$5*(Z57^2) \\
 0,98 &= \$Q\$5*(AA58^2)+\$T\$5*((1-\$Z\$1)^2)+\$U\$5*(Z58^2) \\
 1,00 &= \$Q\$5*(AA59^2)+\$T\$5*((1-\$Z\$1)^2)+\$U\$5*(Z59^2)
 \end{aligned}$$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 193  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

---

W 7	M
(MCS)	
0,00	$=(AE9*AH9*AI9-((AF9^2)*AI9)-((AG9^2)*AH9))$
0,02	$=(AE10*AH10*AI10-((AF10^2)*AI10)-((AG10^2)*AH10))$
0,04	$=(AE11*AH11*AI11-((AF11^2)*AI11)-((AG11^2)*AH11))$
⋮	⋮
0,96	$=(AE57*AH57*AI57-((AF57^2)*AI57)-((AG57^2)*AH57))$
0,98	$=(AE58*AH58*AI58-((AF58^2)*AI58)-((AG58^2)*AH58))$
1,00	$=(AE59*AH59*AI59-((AF59^2)*AI59)-((AG59^2)*AH59))$

W 7	DZA
(MCS)	Fluxo 1
0,00	$=(($O$5*AH9*AI9*AB9)/AJ9)-(($O$5*AF9*AI9*AC9)/AJ9)-(($O$5*AG9*AH9*AD9)/AJ9)$
0,02	$=(($O$5*AH10*AI10*AB10)/AJ10)-(($O$5*AF10*AI10*AC10)/AJ10)-$ $((($O$5*AG10*AH10*AD10)/AJ10))$
0,04	$=(($O$5*AH11*AI11*AB11)/AJ11)-(($O$5*AF11*AI11*AC11)/AJ11)-$ $((($O$5*AG11*AH11*AD11)/AJ11))$
⋮	⋮
0,96	$=(($O$5*AH57*AI57*AB57)/AJ57)-(($O$5*AF57*AI57*AC57)/AJ57)-$ $((($O$5*AG57*AH57*AD57)/AJ57))$
0,98	$=(($O$5*AH58*AI58*AB58)/AJ58)-(($O$5*AF58*AI58*AC58)/AJ58)-$ $((($O$5*AG58*AH58*AD58)/AJ58))$
1,00	$=(($O$5*AH59*AI59*AB59)/AJ59)-(($O$5*AF59*AI59*AC59)/AJ59)-$ $((($O$5*AG59*AH59*AD59)/AJ59))$



MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 195  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

---

W 7

Fluxo 3

$$\begin{aligned}
 0,00 &= -((\$Q\$5*AA9*AH9*AI9*AB9)/AJ9)- \\
 &((\$Q\$5*AA9*AG9*AH9*AB9)/AJ9)+((\$Q\$5*AA9*AF9*AI9*AC9)/AJ9)+((\$Q\$5*AA9*AF9*AG9*AC9)/AJ9)+ \\
 &((\$Q\$5*AA9*AG9*AH9*AD9)/AJ9)+((\$Q\$5*AA9*(AE9*AH9-(AF9^2))*AD9)/AJ9) \\
 0,02 &= -((\$Q\$5*AA10*AH10*AI10*AB10)/AJ10)- \\
 &((\$Q\$5*AA10*AG10*AH10*AB10)/AJ10)+((\$Q\$5*AA10*AF10*AI10*AC10)/AJ10)+((\$Q\$5*AA10*AF10*AG \\
 &10*AC10)/AJ10)+((\$Q\$5*AA10*AG10*AH10*AD10)/AJ10)+((\$Q\$5*AA10*(AE10*AH10- \\
 &(AF10^2))*AD10)/AJ10) \\
 0,04 &= -((\$Q\$5*AA11*AH11*AI11*AB11)/AJ11)- \\
 &((\$Q\$5*AA11*AG11*AH11*AB11)/AJ11)+((\$Q\$5*AA11*AF11*AI11*AC11)/AJ11)+((\$Q\$5*AA11*AF11*AG \\
 &11*AC11)/AJ11)+((\$Q\$5*AA11*AG11*AH11*AD11)/AJ11)+((\$Q\$5*AA11*(AE11*AH11- \\
 &(AF11^2))*AD11)/AJ11) \\
 \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\
 0,96 &= -((\$Q\$5*AA57*AH57*AI57*AB57)/AJ57)- \\
 &((\$Q\$5*AA57*AG57*AH57*AB57)/AJ57)+((\$Q\$5*AA57*AF57*AI57*AC57)/AJ57)+((\$Q\$5*AA57*AF57*AG \\
 &57*AC57)/AJ57)+((\$Q\$5*AA57*AG57*AH57*AD57)/AJ57)+((\$Q\$5*AA57*(AE57*AH57- \\
 &(AF57^2))*AD57)/AJ57) \\
 0,98 &= -((\$Q\$5*AA58*AH58*AI58*AB58)/AJ58)- \\
 &((\$Q\$5*AA58*AG58*AH58*AB58)/AJ58)+((\$Q\$5*AA58*AF58*AI58*AC58)/AJ58)+((\$Q\$5*AA58*AF58*AG \\
 &58*AC58)/AJ58)+((\$Q\$5*AA58*AG58*AH58*AD58)/AJ58)+((\$Q\$5*AA58*(AE58*AH58- \\
 &(AF58^2))*AD58)/AJ58) \\
 1,00 &= -((\$Q\$5*AA59*AH59*AI59*AB59)/AJ59)- \\
 &((\$Q\$5*AA59*AG59*AH59*AB59)/AJ59)+((\$Q\$5*AA59*AF59*AI59*AC59)/AJ59)+((\$Q\$5*AA59*AF59*AG \\
 &59*AC59)/AJ59)+((\$Q\$5*AA59*AG59*AH59*AD59)/AJ59)+((\$Q\$5*AA59*(AE59*AH59- \\
 &(AF59^2))*AD59)/AJ59)
 \end{aligned}$$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 196  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

W 7	Fluxo 4
0,00	$= ((\$R\$5*\$Z\$1*AF9*AI9*AB9)/AJ9) - ((\$R\$5*\$Z\$1*(AE9*AI9-(AG9^2))*AC9)/AJ9) - ((\$R\$5*\$Z\$1*AF9*AG9*AD9)/AJ9)$
0,02	$= ((\$R\$5*\$Z\$1*AF10*AI10*AB10)/AJ10) - ((\$R\$5*\$Z\$1*(AE10*AI10-(AG10^2))*AC10)/AJ10) - ((\$R\$5*\$Z\$1*AF10*AG10*AD10)/AJ10)$
0,04	$= ((\$R\$5*\$Z\$1*AF11*AI11*AB11)/AJ11) - ((\$R\$5*\$Z\$1*(AE11*AI11-(AG11^2))*AC11)/AJ11) - ((\$R\$5*\$Z\$1*AF11*AG11*AD11)/AJ11)$
⋮	⋮
0,96	$= ((\$R\$5*\$Z\$1*AF57*AI57*AB57)/AJ57) - ((\$R\$5*\$Z\$1*(AE57*AI57-(AG57^2))*AC57)/AJ57) - ((\$R\$5*\$Z\$1*AF57*AG57*AD57)/AJ57)$
0,98	$= ((\$R\$5*\$Z\$1*AF58*AI58*AB58)/AJ58) - ((\$R\$5*\$Z\$1*(AE58*AI58-(AG58^2))*AC58)/AJ58) - ((\$R\$5*\$Z\$1*AF58*AG58*AD58)/AJ58)$
1,00	$= ((\$R\$5*\$Z\$1*AF59*AI59*AB59)/AJ59) - ((\$R\$5*\$Z\$1*(AE59*AI59-(AG59^2))*AC59)/AJ59) - ((\$R\$5*\$Z\$1*AF59*AG59*AD59)/AJ59)$

W 7	Fluxo 5
0,00	$= ((\$S\$5*\$Z\$4*AH9*AI9*AB9)/AJ9) + ((\$S\$5*\$Z\$4*AF9*AI9*AB9)/AJ9) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF9*AI9*AC9)/AJ9) - ((\$S\$5*\$Z\$4*(AE9*AI9-(AG9^2))*AC9)/AJ9) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AG9*AH9*AD9)/AJ9) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF9*AG9*AD9)/AJ9)$
0,02	$= ((\$S\$5*\$Z\$4*AH10*AI10*AB10)/AJ10) + ((\$S\$5*\$Z\$4*AF10*AI10*AB10)/AJ10) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF10*AI10*AC10)/AJ10) - ((\$S\$5*\$Z\$4*(AE10*AI10-(AG10^2))*AC10)/AJ10) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AG10*AH10*AD10)/AJ10) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF10*AG10*AD10)/AJ10)$
0,04	$= ((\$S\$5*\$Z\$4*AH11*AI11*AB11)/AJ11) + ((\$S\$5*\$Z\$4*AF11*AI11*AB11)/AJ11) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF11*AI11*AC11)/AJ11) - ((\$S\$5*\$Z\$4*(AE11*AI11-(AG11^2))*AC11)/AJ11) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AG11*AH11*AD11)/AJ11) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF11*AG11*AD11)/AJ11)$
⋮	⋮
0,96	$= ((\$S\$5*\$Z\$4*AH57*AI57*AB57)/AJ57) + ((\$S\$5*\$Z\$4*AF57*AI57*AB57)/AJ57) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF57*AI57*AC57)/AJ57) - ((\$S\$5*\$Z\$4*(AE57*AI57-(AG57^2))*AC57)/AJ57) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AG57*AH57*AD57)/AJ57) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF57*AG57*AD57)/AJ57)$
0,98	$= ((\$S\$5*\$Z\$4*AH58*AI58*AB58)/AJ58) + ((\$S\$5*\$Z\$4*AF58*AI58*AB58)/AJ58) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF58*AI58*AC58)/AJ58) - ((\$S\$5*\$Z\$4*(AE58*AI58-(AG58^2))*AC58)/AJ58) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AG58*AH58*AD58)/AJ58) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF58*AG58*AD58)/AJ58)$
1,00	$= ((\$S\$5*\$Z\$4*AH59*AI59*AB59)/AJ59) + ((\$S\$5*\$Z\$4*AF59*AI59*AB59)/AJ59) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF59*AI59*AC59)/AJ59) - ((\$S\$5*\$Z\$4*(AE59*AI59-(AG59^2))*AC59)/AJ59) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AG59*AH59*AD59)/AJ59) - ((\$S\$5*\$Z\$4*AF59*AG59*AD59)/AJ59)$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 197  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

**W 7** **Fluxo 6**

**(MCS)**

0,00  $=((\$T\$5*\$Z\$5*AG9*AH9*AB9)/AJ9)-((\$T\$5*\$Z\$5*(AE9*AH9-(AF9^2))*AD9)/AJ9)-$   
 $((\$T\$5*\$Z\$5*AF9*AG9*AC9)/AJ9)$

0,02  $=((\$T\$5*\$Z\$5*AG10*AH10*AB10)/AJ10)-((\$T\$5*\$Z\$5*(AE10*AH10-(AF10^2))*AD10)/AJ10)-$   
 $((\$T\$5*\$Z\$5*AF10*AG10*AC10)/AJ10)$

0,04  $=((\$T\$5*\$Z\$5*AG11*AH11*AB11)/AJ11)-((\$T\$5*\$Z\$5*(AE11*AH11-(AF11^2))*AD11)/AJ11)-$   
 $((\$T\$5*\$Z\$5*AF11*AG11*AC11)/AJ11)$

⋮

0,96  $=((\$T\$5*\$Z\$5*AG57*AH57*AB57)/AJ57)-((\$T\$5*\$Z\$5*(AE57*AH57-(AF57^2))*AD57)/AJ57)-$   
 $((\$T\$5*\$Z\$5*AF57*AG57*AC57)/AJ57)$

0,98  $=((\$T\$5*\$Z\$5*AG58*AH58*AB58)/AJ58)-((\$T\$5*\$Z\$5*(AE58*AH58-(AF58^2))*AD58)/AJ58)-$   
 $((\$T\$5*\$Z\$5*AF58*AG58*AC58)/AJ58)$

1,00  $=((\$T\$5*\$Z\$5*AG59*AH59*AB59)/AJ59)-((\$T\$5*\$Z\$5*(AE59*AH59-(AF59^2))*AD59)/AJ59)-$   
 $((\$T\$5*\$Z\$5*AF59*AG59*AC59)/AJ59)$

**W 7** **Fluxo 7**

**(MCS)**

0,00  $=((\$U\$5*Z9*AH9*AI9*AB9)/AJ9)+((\$U\$5*Z9*AG9*AH9*AB9)/AJ9)-$   
 $((\$U\$5*Z9*AF9*AI9*AC9)/AJ9)-((\$U\$5*Z9*(AE9*AH9-(AF9^2))*AD9)/AJ9)-$   
 $((\$U\$5*Z9*AF9*AG9*AC9)/AJ9)-((\$U\$5*Z9*AG9*AH9*AD9)/AJ9)$

0,02  $=((\$U\$5*Z10*AH10*AI10*AB10)/AJ10)+((\$U\$5*Z10*AG10*AH10*AB10)/AJ10)-$   
 $((\$U\$5*Z10*AF10*AI10*AC10)/AJ10)-((\$U\$5*Z10*(AE10*AH10-(AF10^2))*AD10)/AJ10)-$   
 $((\$U\$5*Z10*AF10*AG10*AC10)/AJ10)-((\$U\$5*Z10*AG10*AH10*AD10)/AJ10)$

0,04  $=((\$U\$5*Z11*AH11*AI11*AB11)/AJ11)+((\$U\$5*Z11*AG11*AH11*AB11)/AJ11)-$   
 $((\$U\$5*Z11*AF11*AI11*AC11)/AJ11)-((\$U\$5*Z11*(AE11*AH11-(AF11^2))*AD11)/AJ11)-$   
 $((\$U\$5*Z11*AF11*AG11*AC11)/AJ11)-((\$U\$5*Z11*AG11*AH11*AD11)/AJ11)$

⋮

0,96  $=((\$U\$5*Z57*AH57*AI57*AB57)/AJ57)+((\$U\$5*Z57*AG57*AH57*AB57)/AJ57)-$   
 $((\$U\$5*Z57*AF57*AI57*AC57)/AJ57)-((\$U\$5*Z57*(AE57*AH57-(AF57^2))*AD57)/AJ57)-$   
 $((\$U\$5*Z57*AF57*AG57*AC57)/AJ57)-((\$U\$5*Z57*AG57*AH57*AD57)/AJ57)$

0,98  $=((\$U\$5*Z58*AH58*AI58*AB58)/AJ58)+((\$U\$5*Z58*AG58*AH58*AB58)/AJ58)-$   
 $((\$U\$5*Z58*AF58*AI58*AC58)/AJ58)-((\$U\$5*Z58*(AE58*AH58-(AF58^2))*AD58)/AJ58)-$   
 $((\$U\$5*Z58*AF58*AG58*AC58)/AJ58)-((\$U\$5*Z58*AG58*AH58*AD58)/AJ58)$

1,00  $=((\$U\$5*Z59*AH59*AI59*AB59)/AJ59)+((\$U\$5*Z59*AG59*AH59*AB59)/AJ59)-$   
 $((\$U\$5*Z59*AF59*AI59*AC59)/AJ59)-((\$U\$5*Z59*(AE59*AH59-(AF59^2))*AD59)/AJ59)-$   
 $((\$U\$5*Z59*AF59*AG59*AC59)/AJ59)-((\$U\$5*Z59*AG59*AH59*AD59)/AJ59)$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 198  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

W 7	JZMIN
(MCS)	
0,00	$=((AK9^2)/SO\$5)+((AL9^2)/SP\$5)+((AM9^2)/SQ\$5)+((AN9^2)/SR\$5)+((AO9^2)/SS\$5)+((AP9^2)/ST\$5)+((AQ9^2)/SU\$5)$
0,02	$=((AK10^2)/SO\$5)+((AL10^2)/SP\$5)+((AM10^2)/SQ\$5)+((AN10^2)/SR\$5)+((AO10^2)/SS\$5)+((AP10^2)/ST\$5)+((AQ10^2)/SU\$5)$
0,04	$=((AK11^2)/SO\$5)+((AL11^2)/SP\$5)+((AM11^2)/SQ\$5)+((AN11^2)/SR\$5)+((AO11^2)/SS\$5)+((AP11^2)/ST\$5)+((AQ11^2)/SU\$5)$
⋮	⋮
0,96	$=((AK57^2)/SO\$5)+((AL57^2)/SP\$5)+((AM57^2)/SQ\$5)+((AN57^2)/SR\$5)+((AO57^2)/SS\$5)+((AP57^2)/ST\$5)+((AQ57^2)/SU\$5)$
0,98	$=((AK58^2)/SO\$5)+((AL58^2)/SP\$5)+((AM58^2)/SQ\$5)+((AN58^2)/SR\$5)+((AO58^2)/SS\$5)+((AP58^2)/ST\$5)+((AQ58^2)/SU\$5)$
1,00	$=((AK59^2)/SO\$5)+((AL59^2)/SP\$5)+((AM59^2)/SQ\$5)+((AN59^2)/SR\$5)+((AO59^2)/SS\$5)+((AP59^2)/ST\$5)+((AQ59^2)/SU\$5)$

W 7	X
(MCS)	
0,00	$=CAL-(CCR*\$Z\$2)-(CRR*AA9)+(CRC*\$Z\$4)+(CCS*Z9)$
0,02	$=CAL-(CCR*\$Z\$2)-(CRR*AA10)+(CRC*\$Z\$4)+(CCS*Z10)$
0,04	$=CAL-(CCR*\$Z\$2)-(CRR*AA11)+(CRC*\$Z\$4)+(CCS*Z11)$
⋮	⋮
0,96	$=CAL-(CCR*\$Z\$2)-(CRR*AA56)+(CRC*\$Z\$4)+(CCS*Z56)$
0,98	$=CAL-(CCR*\$Z\$2)-(CRR*AA57)+(CRC*\$Z\$4)+(CCS*Z57)$
1,00	$=CAL-(CCR*\$Z\$2)-(CRR*AA58)+(CRC*\$Z\$4)+(CCS*Z58)$

W 7	Y	Z
(MCS)		
0,00	$=((CCR*\$Z\$2)-(CCF*\$Z\$1)-(CRC*\$Z\$4)$	$=((CRR*AA9)-(CRF*\$Z\$5)-(CCS*Z9)$
0,02	$=((CCR*\$Z\$2)-(CCF*\$Z\$1)-(CRC*\$Z\$4)$	$=((CRR*AA10)-(CRF*\$Z\$5)-(CCS*Z10)$
0,04	$=((CCR*\$Z\$2)-(CCF*\$Z\$1)-(CRC*\$Z\$4)$	$=((CRR*AA11)-(CRF*\$Z\$5)-(CCS*Z11)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=((CCR*\$Z\$2)-(CCF*\$Z\$1)-(CRC*\$Z\$4)$	$=((CRR*AA57)-(CRF*\$Z\$5)-(CCS*Z57)$
0,98	$=((CCR*\$Z\$2)-(CCF*\$Z\$1)-(CRC*\$Z\$4)$	$=((CRR*AA58)-(CRF*\$Z\$5)-(CCS*Z58)$
1,00	$=((CCR*\$Z\$2)-(CCF*\$Z\$1)-(CRC*\$Z\$4)$	$=((CRR*AA59)-(CRF*\$Z\$5)-(CCS*Z59)$



MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 199  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

<b>W 7</b>	<b>A</b>
<b>(MCS)</b>	
0,00	$=\$O\$6+(\$P\$6*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$6*(AA9^2))+(\$S\$6*(\$Z\$4^2))+(\$U\$6*(Z9^2))$
0,02	$=\$O\$6+(\$P\$6*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$6*(AA10^2))+(\$S\$6*(\$Z\$4^2))+(\$U\$6*(Z10^2))$
0,04	$=\$O\$6+(\$P\$6*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$6*(AA11^2))+(\$S\$6*(\$Z\$4^2))+(\$U\$6*(Z11^2))$
⋮	⋮
0,96	$=\$O\$6+(\$P\$6*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$6*(AA57^2))+(\$S\$6*(\$Z\$4^2))+(\$U\$6*(Z57^2))$
0,98	$=\$O\$6+(\$P\$6*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$6*(AA58^2))+(\$S\$6*(\$Z\$4^2))+(\$U\$6*(Z58^2))$
1,00	$=\$O\$6+(\$P\$6*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$6*(AA59^2))+(\$S\$6*(\$Z\$4^2))+(\$U\$6*(Z59^2))$

<b>W 7</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
<b>(MCS)</b>		
0,00	$=-\$P\$6*(\$Z\$2^2)-\$S\$6*(\$Z\$4^2)$	$=-\$Q\$6*(AA9^2)-\$U\$6*(Z9^2)$
0,02	$=-\$P\$6*(\$Z\$2^2)-\$S\$6*(\$Z\$4^2)$	$=-\$Q\$6*(AA10^2)-\$U\$6*(Z10^2)$
0,04	$=-\$P\$6*(\$Z\$2^2)-\$S\$6*(\$Z\$4^2)$	$=-\$Q\$6*(AA11^2)-\$U\$6*(Z11^2)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=-\$P\$6*(\$Z\$2^2)-\$S\$6*(\$Z\$4^2)$	$=-\$Q\$6*(AA57^2)-\$U\$6*(Z57^2)$
0,98	$=-\$P\$6*(\$Z\$2^2)-\$S\$6*(\$Z\$4^2)$	$=-\$Q\$6*(AA58^2)-\$U\$6*(Z58^2)$
1,00	$=-\$P\$6*(\$Z\$2^2)-\$S\$6*(\$Z\$4^2)$	$=-\$Q\$6*(AA59^2)-\$U\$6*(Z59^2)$

<b>W 7</b>	<b>D</b>
<b>(MCS)</b>	
0,00	$=\$P\$6*(\$Z\$2^2)+\$R\$6*(\$Z\$1^2)+\$S\$6*(\$Z\$4^2)$
0,02	$=\$P\$6*(\$Z\$2^2)+\$R\$6*(\$Z\$1^2)+\$S\$6*(\$Z\$4^2)$
0,04	$=\$P\$6*(\$Z\$2^2)+\$R\$6*(\$Z\$1^2)+\$S\$6*(\$Z\$4^2)$
⋮	⋮
0,96	$=\$P\$6*(\$Z\$2^2)+\$R\$6*(\$Z\$1^2)+\$S\$6*(\$Z\$4^2)$
0,98	$=\$P\$6*(\$Z\$2^2)+\$R\$6*(\$Z\$1^2)+\$S\$6*(\$Z\$4^2)$
1,00	$=\$P\$6*(\$Z\$2^2)+\$R\$6*(\$Z\$1^2)+\$S\$6*(\$Z\$4^2)$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 200  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

**W 7** **E**

**(MCS)**

$$0,00 = \$Q\$6*(AA9^2) + \$T\$6*((1-\$Z\$1)^2) + \$U\$6*(Z9^2)$$

$$0,02 = \$Q\$6*(AA10^2) + \$T\$6*((1-\$Z\$1)^2) + \$U\$6*(Z10^2)$$

$$0,04 = \$Q\$6*(AA11^2) + \$T\$6*((1-\$Z\$1)^2) + \$U\$6*(Z11^2)$$

⋮

$$0,96 = \$Q\$6*(AA57^2) + \$T\$6*((1-\$Z\$1)^2) + \$U\$6*(Z57^2)$$

$$0,98 = \$Q\$6*(AA58^2) + \$T\$6*((1-\$Z\$1)^2) + \$U\$6*(Z58^2)$$

$$1,00 = \$Q\$6*(AA59^2) + \$T\$6*((1-\$Z\$1)^2) + \$U\$6*(Z59^2)$$

**W 7** **M**

**(MCS)**

$$0,00 = (AV9*AY9*AZ9 - ((AW9^2)*AZ9) - ((AX9^2)*AY9))$$

$$0,02 = (AV10*AY10*AZ10 - ((AW10^2)*AZ10) - ((AX10^2)*AY10))$$

$$0,04 = (AV11*AY11*AZ11 - ((AW11^2)*AZ11) - ((AX11^2)*AY11))$$

⋮

$$0,96 = (AV57*AY57*AZ57 - ((AW57^2)*AZ57) - ((AX57^2)*AY57))$$

$$0,98 = (AV58*AY58*AZ58 - ((AW58^2)*AZ58) - ((AX58^2)*AY58))$$

$$1,00 = (AV59*AY59*AZ59 - ((AW59^2)*AZ59) - ((AX59^2)*AY59))$$

**W 7** **DCA**

**(MCS)** **Fluxo 1**

$$0,00 = ((\$O\$6*AY9*AZ9*AS9)/BA9) - ((\$O\$6*AW9*AZ9*AT9)/BA9) - ((\$O\$6*AX9*AY9*AU9)/BA9)$$

$$0,02 = ((\$O\$6*AY10*AZ10*AS10)/BA10) - ((\$O\$6*AW10*AZ10*AT10)/BA10) - ((\$O\$6*AX10*AY10*AU10)/BA10)$$

$$0,04 = ((\$O\$6*AY11*AZ11*AS11)/BA11) - ((\$O\$6*AW11*AZ11*AT11)/BA11) - ((\$O\$6*AX11*AY11*AU11)/BA11)$$

⋮

$$0,96 = ((\$O\$6*AY57*AZ57*AS57)/BA57) - ((\$O\$6*AW57*AZ57*AT57)/BA57) - ((\$O\$6*AX57*AY57*AU57)/BA57)$$

$$0,98 = ((\$O\$6*AY58*AZ58*AS58)/BA58) - ((\$O\$6*AW58*AZ58*AT58)/BA58) - ((\$O\$6*AX58*AY58*AU58)/BA58)$$

$$1,00 = ((\$O\$6*AY59*AZ59*AS59)/BA59) - ((\$O\$6*AW59*AZ59*AT59)/BA59) - ((\$O\$6*AX59*AY59*AU59)/BA59)$$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 201  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

---

W 7 (MCS)	DCCR Fluxo 2
0,00	$= -((\$P\$6*\$Z\$2*AY9*AZ9*AS9)/BA9) -$ $((\$P\$6*\$Z\$2*AW9*AZ9*AS9)/BA9) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW9*AZ9*AT9)/BA9) + ((\$P\$6*\$Z\$2*(AV9*AZ9 -$ $(AX9^2))*AT9)/BA9) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AX9*AY9*AU9)/BA9) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW9*AX9*AU9)/BA9)$
0,02	$= -((\$P\$6*\$Z\$2*AY10*AZ10*AS10)/BA10) -$ $((\$P\$6*\$Z\$2*AW10*AZ10*AS10)/BA10) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW10*AZ10*AT10)/BA10) + ((\$P\$6*\$Z\$2*(AV10*AZ10 -$ $-(AX10^2))*AT10)/BA10) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AX10*AY10*AU10)/BA10) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW10*AX10*AU10)/BA10)$
0,04	$= -((\$P\$6*\$Z\$2*AY11*AZ11*AS11)/BA11) -$ $((\$P\$6*\$Z\$2*AW11*AZ11*AS11)/BA11) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW11*AZ11*AT11)/BA11) + ((\$P\$6*\$Z\$2*(AV11*AZ11 -$ $-(AX11^2))*AT11)/BA11) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AX11*AY11*AU11)/BA11) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW11*AX11*AU11)/BA11)$
⋮	⋮
0,96	$= -((\$P\$6*\$Z\$2*AY57*AZ57*AS57)/BA57) -$ $((\$P\$6*\$Z\$2*AW57*AZ57*AS57)/BA57) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW57*AZ57*AT57)/BA57) + ((\$P\$6*\$Z\$2*(AV57*AZ57 -$ $-(AX57^2))*AT57)/BA57) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AX57*AY57*AU57)/BA57) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW57*AX57*AU57)/BA57)$
0,98	$= -((\$P\$6*\$Z\$2*AY58*AZ58*AS58)/BA58) -$ $((\$P\$6*\$Z\$2*AW58*AZ58*AS58)/BA58) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW58*AZ58*AT58)/BA58) + ((\$P\$6*\$Z\$2*(AV58*AZ58 -$ $-(AX58^2))*AT58)/BA58) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AX58*AY58*AU58)/BA58) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW58*AX58*AU58)/BA58)$
1,00	$= -((\$P\$6*\$Z\$2*AY59*AZ59*AS59)/BA59) -$ $((\$P\$6*\$Z\$2*AW59*AZ59*AS59)/BA59) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW59*AZ59*AT59)/BA59) + ((\$P\$6*\$Z\$2*(AV59*AZ59 -$ $-(AX59^2))*AT59)/BA59) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AX59*AY59*AU59)/BA59) + ((\$P\$6*\$Z\$2*AW59*AX59*AU59)/BA59)$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 202  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

---

W 7 (MCS)	DCRR Fluxo 3
0,00	$= -((\$Q\$6*AA9*AY9*AZ9*AS9)/BA9) -$ $((\$Q\$6*AA9*AX9*AY9*AS9)/BA9) + ((\$Q\$6*AA9*AW9*AZ9*AT9)/BA9) + ((\$Q\$6*AA9*AW9*AX9*AT9)/BA9) + ((\$Q\$6*AA9*AX9*AY9*AU9)/BA9) + ((\$Q\$6*AA9*(AV9*AY9 - (AW9^2))*AU9)/BA9)$
0,02	$= -((\$Q\$6*AA10*AY10*AZ10*AS10)/BA10) -$ $((\$Q\$6*AA10*AX10*AY10*AS10)/BA10) + ((\$Q\$6*AA10*AW10*AZ10*AT10)/BA10) + ((\$Q\$6*AA10*AW10*AX10*AT10)/BA10) + ((\$Q\$6*AA10*AX10*AY10*AU10)/BA10) + ((\$Q\$6*AA10*(AV10*AY10 - (AW10^2))*AU10)/BA10)$
0,04	$= -((\$Q\$6*AA11*AY11*AZ11*AS11)/BA11) -$ $((\$Q\$6*AA11*AX11*AY11*AS11)/BA11) + ((\$Q\$6*AA11*AW11*AZ11*AT11)/BA11) + ((\$Q\$6*AA11*AW11*AX11*AT11)/BA11) + ((\$Q\$6*AA11*AX11*AY11*AU11)/BA11) + ((\$Q\$6*AA11*(AV11*AY11 - (AW11^2))*AU11)/BA11)$
⋮	⋮
0,96	$= -((\$Q\$6*AA57*AY57*AZ57*AS57)/BA57) -$ $((\$Q\$6*AA57*AX57*AY57*AS57)/BA57) + ((\$Q\$6*AA57*AW57*AZ57*AT57)/BA57) + ((\$Q\$6*AA57*AW57*AX57*AT57)/BA57) + ((\$Q\$6*AA57*AX57*AY57*AU57)/BA57) + ((\$Q\$6*AA57*(AV57*AY57 - (AW57^2))*AU57)/BA57)$
0,98	$= -((\$Q\$6*AA58*AY58*AZ58*AS58)/BA58) -$ $((\$Q\$6*AA58*AX58*AY58*AS58)/BA58) + ((\$Q\$6*AA58*AW58*AZ58*AT58)/BA58) + ((\$Q\$6*AA58*AW58*AX58*AT58)/BA58) + ((\$Q\$6*AA58*AX58*AY58*AU58)/BA58) + ((\$Q\$6*AA58*(AV58*AY58 - (AW58^2))*AU58)/BA58)$
1,00	$= -((\$Q\$6*AA59*AY59*AZ59*AS59)/BA59) -$ $((\$Q\$6*AA59*AX59*AY59*AS59)/BA59) + ((\$Q\$6*AA59*AW59*AZ59*AT59)/BA59) + ((\$Q\$6*AA59*AW59*AX59*AT59)/BA59) + ((\$Q\$6*AA59*AX59*AY59*AU59)/BA59) + ((\$Q\$6*AA59*(AV59*AY59 - (AW59^2))*AU59)/BA59)$

W 7	DCCF
(MCS)	Fluxo 4
0,00	$= ((\$R\$6*\$Z\$1*AW9*AZ9*AS9)/BA9) - ((\$R\$6*\$Z\$1*(AV9*AZ9 - (AX9^2))*AT9)/BA9) - ((\$R\$6*\$Z\$1*AW9*AX9*AU9)/BA9)$
0,02	$= ((\$R\$6*\$Z\$1*AW10*AZ10*AS10)/BA10) - ((\$R\$6*\$Z\$1*(AV10*AZ10 - (AX10^2))*AT10)/BA10) - ((\$R\$6*\$Z\$1*AW10*AX10*AU10)/BA10)$
0,04	$= ((\$R\$6*\$Z\$1*AW11*AZ11*AS11)/BA11) - ((\$R\$6*\$Z\$1*(AV11*AZ11 - (AX11^2))*AT11)/BA11) - ((\$R\$6*\$Z\$1*AW11*AX11*AU11)/BA11)$
⋮	⋮
0,96	$= ((\$R\$6*\$Z\$1*AW57*AZ57*AS57)/BA57) - ((\$R\$6*\$Z\$1*(AV57*AZ57 - (AX57^2))*AT57)/BA57) - ((\$R\$6*\$Z\$1*AW57*AX57*AU57)/BA57)$
0,98	$= ((\$R\$6*\$Z\$1*AW58*AZ58*AS58)/BA58) - ((\$R\$6*\$Z\$1*(AV58*AZ58 - (AX58^2))*AT58)/BA58) - ((\$R\$6*\$Z\$1*AW58*AX58*AU58)/BA58)$
1,00	$= ((\$R\$6*\$Z\$1*AW59*AZ59*AS59)/BA59) - ((\$R\$6*\$Z\$1*(AV59*AZ59 - (AX59^2))*AT59)/BA59) - ((\$R\$6*\$Z\$1*AW59*AX59*AU59)/BA59)$
W 7	DCRC
(MCS)	Fluxo 5
0,00	$= ((\$S\$6*\$Z\$4*AY9*AZ9*AS9)/BA9) + ((\$S\$6*\$Z\$4*AW9*AZ9*AS9)/BA9) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW9*AZ9*AT9)/BA9) - ((\$S\$6*\$Z\$4*(AV9*AZ9 - (AX9^2))*AT9)/BA9) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AX9*AY9*AU9)/BA9) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW9*AX9*AU9)/BA9)$
0,02	$= ((\$S\$6*\$Z\$4*AY10*AZ10*AS10)/BA10) + ((\$S\$6*\$Z\$4*AW10*AZ10*AS10)/BA10) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW10*AZ10*AT10)/BA10) - ((\$S\$6*\$Z\$4*(AV10*AZ10 - (AX10^2))*AT10)/BA10) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AX10*AY10*AU10)/BA10) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW10*AX10*AU10)/BA10)$
0,04	$= ((\$S\$6*\$Z\$4*AY11*AZ11*AS11)/BA11) + ((\$S\$6*\$Z\$4*AW11*AZ11*AS11)/BA11) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW11*AZ11*AT11)/BA11) - ((\$S\$6*\$Z\$4*(AV11*AZ11 - (AX11^2))*AT11)/BA11) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AX11*AY11*AU11)/BA11) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW11*AX11*AU11)/BA11)$
⋮	⋮
0,96	$= ((\$S\$6*\$Z\$4*AY57*AZ57*AS57)/BA57) + ((\$S\$6*\$Z\$4*AW57*AZ57*AS57)/BA57) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW57*AZ57*AT57)/BA57) - ((\$S\$6*\$Z\$4*(AV57*AZ57 - (AX57^2))*AT57)/BA57) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AX57*AY57*AU57)/BA57) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW57*AX57*AU57)/BA57)$
0,98	$= ((\$S\$6*\$Z\$4*AY58*AZ58*AS58)/BA58) + ((\$S\$6*\$Z\$4*AW58*AZ58*AS58)/BA58) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW58*AZ58*AT58)/BA58) - ((\$S\$6*\$Z\$4*(AV58*AZ58 - (AX58^2))*AT58)/BA58) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AX58*AY58*AU58)/BA58) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW58*AX58*AU58)/BA58)$
1,00	$= ((\$S\$6*\$Z\$4*AY59*AZ59*AS59)/BA59) + ((\$S\$6*\$Z\$4*AW59*AZ59*AS59)/BA59) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW59*AZ59*AT59)/BA59) - ((\$S\$6*\$Z\$4*(AV59*AZ59 - (AX59^2))*AT59)/BA59) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AX59*AY59*AU59)/BA59) - ((\$S\$6*\$Z\$4*AW59*AX59*AU59)/BA59)$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 204  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

W 7 (MCS)	DCRF Fluxo 6
0,00	$=((\$6*\$5*AX9*AY9*AS9)/BA9)-((\$6*\$5*(AV9*AY9-(AW9^2))*AU9)/BA9)-$ $((\$6*\$5*AW9*AX9*AT9)/BA9)$
0,02	$=((\$6*\$5*AX10*AY10*AS10)/BA10)-((\$6*\$5*(AV10*AY10-$ $(AW10^2))*AU10)/BA10)-((\$6*\$5*AW10*AX10*AT10)/BA10)$
0,04	$=((\$6*\$5*AX11*AY11*AS11)/BA11)-((\$6*\$5*(AV11*AY11-$ $(AW11^2))*AU11)/BA11)-((\$6*\$5*AW11*AX11*AT11)/BA11)$
⋮	⋮
0,96	$=((\$6*\$5*AX57*AY57*AS57)/BA57)-((\$6*\$5*(AV57*AY57-$ $(AW57^2))*AU57)/BA57)-((\$6*\$5*AW57*AX57*AT57)/BA57)$
0,98	$=((\$6*\$5*AX58*AY58*AS58)/BA58)-((\$6*\$5*(AV58*AY58-$ $(AW58^2))*AU58)/BA58)-((\$6*\$5*AW58*AX58*AT58)/BA58)$
1,00	$=((\$6*\$5*AX59*AY59*AS59)/BA59)-((\$6*\$5*(AV59*AY59-$ $(AW59^2))*AU59)/BA59)-((\$6*\$5*AW59*AX59*AT59)/BA59)$

W 7 (MCS)	DCCS Fluxo 7
0,00	$=((\$6*Z9*AY9*AZ9*AS9)/BA9)+((\$6*Z9*AX9*AY9*AS9)/BA9)-$ $((\$6*Z9*AW9*AZ9*AT9)/BA9)-((\$6*Z9*(AV9*AY9-(AW9^2))*AU9)/BA9)-$ $((\$6*Z9*AW9*AX9*AT9)/BA9)-((\$6*Z9*AX9*AY9*AU9)/BA9)$
0,02	$=((\$6*Z10*AY10*AZ10*AS10)/BA10)+((\$6*Z10*AX10*AY10*AS10)/BA10)-$ $((\$6*Z10*AW10*AZ10*AT10)/BA10)-((\$6*Z10*(AV10*AY10-(AW10^2))*AU10)/BA10)-$ $((\$6*Z10*AW10*AX10*AT10)/BA10)-((\$6*Z10*AX10*AY10*AU10)/BA10)$
0,04	$=((\$6*Z11*AY11*AZ11*AS11)/BA11)+((\$6*Z11*AX11*AY11*AS11)/BA11)-$ $((\$6*Z11*AW11*AZ11*AT11)/BA11)-((\$6*Z11*(AV11*AY11-(AW11^2))*AU11)/BA11)-$ $((\$6*Z11*AW11*AX11*AT11)/BA11)-((\$6*Z11*AX11*AY11*AU11)/BA11)$
⋮	⋮
0,96	$=((\$6*Z57*AY57*AZ57*AS57)/BA57)+((\$6*Z57*AX57*AY57*AS57)/BA57)-$ $((\$6*Z57*AW57*AZ57*AT57)/BA57)-((\$6*Z57*(AV57*AY57-(AW57^2))*AU57)/BA57)-$ $((\$6*Z57*AW57*AX57*AT57)/BA57)-((\$6*Z57*AX57*AY57*AU57)/BA57)$
0,98	$=((\$6*Z58*AY58*AZ58*AS58)/BA58)+((\$6*Z58*AX58*AY58*AS58)/BA58)-$ $((\$6*Z58*AW58*AZ58*AT58)/BA58)-((\$6*Z58*(AV58*AY58-(AW58^2))*AU58)/BA58)-$ $((\$6*Z58*AW58*AX58*AT58)/BA58)-((\$6*Z58*AX58*AY58*AU58)/BA58)$
1,00	$=((\$6*Z59*AY59*AZ59*AS59)/BA59)+((\$6*Z59*AX59*AY59*AS59)/BA59)-$ $((\$6*Z59*AW59*AZ59*AT59)/BA59)-((\$6*Z59*(AV59*AY59-(AW59^2))*AU59)/BA59)-$ $((\$6*Z59*AW59*AX59*AT59)/BA59)-((\$6*Z59*AX59*AY59*AU59)/BA59)$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 205  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

W 7	JCMIN
(MCS)	
0,00	$=((BB9^2)/\$O\$6)+((BC9^2)/\$P\$6)+((BD9^2)/\$Q\$6)+((BE9^2)/\$R\$6)+((BF9^2)/\$S\$6)+((BG9^2)/\$T\$6)+((BH9^2)/\$U\$6)$
0,02	$=((BB10^2)/\$O\$6)+((BC10^2)/\$P\$6)+((BD10^2)/\$Q\$6)+((BE10^2)/\$R\$6)+((BF10^2)/\$S\$6)+((BG10^2)/\$T\$6)+((BH10^2)/\$U\$6)$
0,04	$=((BB11^2)/\$O\$6)+((BC11^2)/\$P\$6)+((BD11^2)/\$Q\$6)+((BE11^2)/\$R\$6)+((BF11^2)/\$S\$6)+((BG11^2)/\$T\$6)+((BH11^2)/\$U\$6)$
⋮	⋮
0,96	$=((BB57^2)/\$O\$6)+((BC57^2)/\$P\$6)+((BD57^2)/\$Q\$6)+((BE57^2)/\$R\$6)+((BF57^2)/\$S\$6)+((BG57^2)/\$T\$6)+((BH57^2)/\$U\$6)$
0,98	$=((BB58^2)/\$O\$6)+((BC58^2)/\$P\$6)+((BD58^2)/\$Q\$6)+((BE58^2)/\$R\$6)+((BF58^2)/\$S\$6)+((BG58^2)/\$T\$6)+((BH58^2)/\$U\$6)$
1,00	$=((BB59^2)/\$O\$6)+((BC59^2)/\$P\$6)+((BD59^2)/\$Q\$6)+((BE59^2)/\$R\$6)+((BF59^2)/\$S\$6)+((BG59^2)/\$T\$6)+((BH59^2)/\$U\$6)$

W 7	Y	Z
(MCS)		
0,00	$=(MCR*\$Z\$2)-(MCF*\$Z\$1)-(MRC*\$Z\$4)$	$=(MRR*AA9)-(MRF*\$Z\$5)-(MCS*Z9)$
0,02	$=(MCR*\$Z\$2)-(MCF*\$Z\$1)-(MRC*\$Z\$4)$	$=(MRR*AA10)-(MRF*\$Z\$5)-(MCS*Z10)$
0,04	$=(MCR*\$Z\$2)-(MCF*\$Z\$1)-(MRC*\$Z\$4)$	$=(MRR*AA11)-(MRF*\$Z\$5)-(MCS*Z11)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=(MCR*\$Z\$2)-(MCF*\$Z\$1)-(MRC*\$Z\$4)$	$=(MRR*AA57)-(MRF*\$Z\$5)-(MCS*Z57)$
0,98	$=(MCR*\$Z\$2)-(MCF*\$Z\$1)-(MRC*\$Z\$4)$	$=(MRR*AA58)-(MRF*\$Z\$5)-(MCS*Z58)$
1,00	$=(MCR*\$Z\$2)-(MCF*\$Z\$1)-(MRC*\$Z\$4)$	$=(MRR*AA59)-(MRF*\$Z\$5)-(MCS*Z59)$

W 7	A
(MCS)	
0,00	$=\$O\$7+(\$P\$7*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$7*(AA9^2))+(\$S\$7*(\$Z\$4^2))+(\$U\$7*(Z9^2))$
0,02	$=\$O\$7+(\$P\$7*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$7*(AA10^2))+(\$S\$7*(\$Z\$4^2))+(\$U\$7*(Z10^2))$
0,04	$=\$O\$7+(\$P\$7*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$7*(AA11^2))+(\$S\$7*(\$Z\$4^2))+(\$U\$7*(Z11^2))$
⋮	⋮
0,96	$=\$O\$7+(\$P\$7*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$7*(AA57^2))+(\$S\$7*(\$Z\$4^2))+(\$U\$7*(Z57^2))$
0,98	$=\$O\$7+(\$P\$7*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$7*(AA58^2))+(\$S\$7*(\$Z\$4^2))+(\$U\$7*(Z58^2))$
1,00	$=\$O\$7+(\$P\$7*(\$Z\$2^2))+(\$Q\$7*(AA59^2))+(\$S\$7*(\$Z\$4^2))+(\$U\$7*(Z59^2))$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 206  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

---

W 7	C	D
(MCS)		
0,00	$=-Q\$7*(AA9^2)-\$U\$7*(Z9^2)$	$=P\$7*(Z\$2^2)+R\$7*(Z\$1^2)+S\$7*(Z\$4^2)$
0,02	$=-Q\$7*(AA10^2)-\$U\$7*(Z10^2)$	$=P\$7*(Z\$2^2)+R\$7*(Z\$1^2)+S\$7*(Z\$4^2)$
0,04	$=-Q\$7*(AA11^2)-\$U\$7*(Z11^2)$	$=P\$7*(Z\$2^2)+R\$7*(Z\$1^2)+S\$7*(Z\$4^2)$
⋮	⋮	⋮
0,96	$=-Q\$7*(AA57^2)-\$U\$7*(Z57^2)$	$=P\$7*(Z\$2^2)+R\$7*(Z\$1^2)+S\$7*(Z\$4^2)$
0,98	$=-Q\$7*(AA58^2)-\$U\$7*(Z58^2)$	$=P\$7*(Z\$2^2)+R\$7*(Z\$1^2)+S\$7*(Z\$4^2)$
1,00	$=-Q\$7*(AA59^2)-\$U\$7*(Z59^2)$	$=P\$7*(Z\$2^2)+R\$7*(Z\$1^2)+S\$7*(Z\$4^2)$

W 7	E
(MCS)	
0,00	$=Q\$7*(AA9^2)+T\$7*((1-Z\$1)^2)+\$U\$7*(Z9^2)$
0,02	$=Q\$7*(AA10^2)+T\$7*((1-Z\$1)^2)+\$U\$7*(Z10^2)$
0,04	$=Q\$7*(AA11^2)+T\$7*((1-Z\$1)^2)+\$U\$7*(Z11^2)$
⋮	⋮
0,96	$=Q\$7*(AA57^2)+T\$7*((1-Z\$1)^2)+\$U\$7*(Z57^2)$
0,98	$=Q\$7*(AA58^2)+T\$7*((1-Z\$1)^2)+\$U\$7*(Z58^2)$
1,00	$=Q\$7*(AA59^2)+T\$7*((1-Z\$1)^2)+\$U\$7*(Z59^2)$

W 7	M
(MCS)	
0,00	$=(BM9*BP9*BQ9-((BN9^2)*BQ9)-((BO9^2)*BP9))$
0,02	$=(BM10*BP10*BQ10-((BN10^2)*BQ10)-((BO10^2)*BP10))$
0,04	$=(BM11*BP11*BQ11-((BN11^2)*BQ11)-((BO11^2)*BP11))$
⋮	⋮
0,96	$=(BM57*BP57*BQ57-((BN57^2)*BQ57)-((BO57^2)*BP57))$
0,98	$=(BM58*BP58*BQ58-((BN58^2)*BQ58)-((BO58^2)*BP58))$
1,00	$=(BM59*BP59*BQ59-((BN59^2)*BQ59)-((BO59^2)*BP59))$



W 7	DMA
(MCS)	Fluxo 1
0,00	$=((\$O\$7*BP9*BQ9*BJ9)/BR9)-((\$O\$7*BN9*BQ9*BK9)/BR9)-((\$O\$7*BO9*BP9*BL9)/BR9)$
0,02	$=((\$O\$7*BP10*BQ10*BJ10)/BR10)-((\$O\$7*BN10*BQ10*BK10)/BR10)-$ $((\$O\$7*BO10*BP10*BL10)/BR10)$
0,04	$=((\$O\$7*BP11*BQ11*BJ11)/BR11)-((\$O\$7*BN11*BQ11*BK11)/BR11)-$ $((\$O\$7*BO11*BP11*BL11)/BR11)$
⋮	⋮
0,96	$=((\$O\$7*BP57*BQ57*BJ57)/BR57)-((\$O\$7*BN57*BQ57*BK57)/BR57)-$ $((\$O\$7*BO57*BP57*BL57)/BR57)$
0,98	$=((\$O\$7*BP58*BQ58*BJ58)/BR58)-((\$O\$7*BN58*BQ58*BK58)/BR58)-$ $((\$O\$7*BO58*BP58*BL58)/BR58)$
1,00	$=((\$O\$7*BP59*BQ59*BJ59)/BR59)-((\$O\$7*BN59*BQ59*BK59)/BR59)-$ $((\$O\$7*BO59*BP59*BL59)/BR59)$
W 7	DMCR
(MCS)	Fluxo 2
0,00	$=((\$P\$7*\$Z\$2*BP9*BQ9*BJ9)/BR9)-$ $((\$P\$7*\$Z\$2*BN9*BQ9*BJ9)/BR9)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN9*BQ9*BK9)/BR9)+((\$P\$7*\$Z\$2*(BM9*BQ9-$ $(BO9^2))*BK9)/BR9)+((\$P\$7*\$Z\$2*BO9*BP9*BL9)/BR9)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN9*BO9*BL9)/BR9)$
0,02	$=((\$P\$7*\$Z\$2*BP10*BQ10*BJ10)/BR10)-$ $((\$P\$7*\$Z\$2*BN10*BQ10*BJ10)/BR10)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN10*BQ10*BK10)/BR10)+((\$P\$7*\$Z\$2*(BM10*BQ10-$ $(BO10^2))*BK10)/BR10)+((\$P\$7*\$Z\$2*BO10*BP10*BL10)/BR10)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN10*BO10*BL10)/BR10)$
0,04	$=((\$P\$7*\$Z\$2*BP11*BQ11*BJ11)/BR11)-$ $((\$P\$7*\$Z\$2*BN11*BQ11*BJ11)/BR11)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN11*BQ11*BK11)/BR11)+((\$P\$7*\$Z\$2*(BM11*BQ11-$ $(BO11^2))*BK11)/BR11)+((\$P\$7*\$Z\$2*BO11*BP11*BL11)/BR11)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN11*BO11*BL11)/BR11)$
⋮	⋮
0,96	$=((\$P\$7*\$Z\$2*BP57*BQ57*BJ57)/BR57)-$ $((\$P\$7*\$Z\$2*BN57*BQ57*BJ57)/BR57)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN57*BQ57*BK57)/BR57)+((\$P\$7*\$Z\$2*(BM57*BQ57-$ $(BO57^2))*BK57)/BR57)+((\$P\$7*\$Z\$2*BO57*BP57*BL57)/BR57)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN57*BO57*BL57)/BR57)$
0,98	$=((\$P\$7*\$Z\$2*BP58*BQ58*BJ58)/BR58)-$ $((\$P\$7*\$Z\$2*BN58*BQ58*BJ58)/BR58)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN58*BQ58*BK58)/BR58)+((\$P\$7*\$Z\$2*(BM58*BQ58-$ $(BO58^2))*BK58)/BR58)+((\$P\$7*\$Z\$2*BO58*BP58*BL58)/BR58)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN58*BO58*BL58)/BR58)$
1,00	$=((\$P\$7*\$Z\$2*BP59*BQ59*BJ59)/BR59)-$ $((\$P\$7*\$Z\$2*BN59*BQ59*BJ59)/BR59)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN59*BQ59*BK59)/BR59)+((\$P\$7*\$Z\$2*(BM59*BQ59-$ $(BO59^2))*BK59)/BR59)+((\$P\$7*\$Z\$2*BO59*BP59*BL59)/BR59)+((\$P\$7*\$Z\$2*BN59*BO59*BL59)/BR59)$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 208  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

W 7 (MCS)	DMRR Fluxo 3
0,00	$= -((\$Q\$7*AA9*BP9*BQ9*BJ9)/BR9) -$ $((\$Q\$7*AA9*BO9*BP9*BJ9)/BR9) + ((\$Q\$7*AA9*BN9*BQ9*BK9)/BR9) + ((\$Q\$7*AA9*BN9*BO9*BK9)/BR9) + ((\$Q\$7*AA9*BO9*BP9*BL9)/BR9) + ((\$Q\$7*AA9*(BM9*BP9 - (BN9^2))*BL9)/BR9)$
0,02	$= -((\$Q\$7*AA10*BP10*BQ10*BJ10)/BR10) -$ $((\$Q\$7*AA10*BO10*BP10*BJ10)/BR10) + ((\$Q\$7*AA10*BN10*BQ10*BK10)/BR10) + ((\$Q\$7*AA10*BN10*BO10*BK10)/BR10) + ((\$Q\$7*AA10*BO10*BP10*BL10)/BR10) + ((\$Q\$7*AA10*(BM10*BP10 - (BN10^2))*BL10)/BR10)$
0,04	$= -((\$Q\$7*AA11*BP11*BQ11*BJ11)/BR11) -$ $((\$Q\$7*AA11*BO11*BP11*BJ11)/BR11) + ((\$Q\$7*AA11*BN11*BQ11*BK11)/BR11) + ((\$Q\$7*AA11*BN11*BO11*BK11)/BR11) + ((\$Q\$7*AA11*BO11*BP11*BL11)/BR11) + ((\$Q\$7*AA11*(BM11*BP11 - (BN11^2))*BL11)/BR11)$
⋮	⋮
0,96	$= -((\$Q\$7*AA57*BP57*BQ57*BJ57)/BR57) -$ $((\$Q\$7*AA57*BO57*BP57*BJ57)/BR57) + ((\$Q\$7*AA57*BN57*BQ57*BK57)/BR57) + ((\$Q\$7*AA57*BN57*BO57*BK57)/BR57) + ((\$Q\$7*AA57*BO57*BP57*BL57)/BR57) + ((\$Q\$7*AA57*(BM57*BP57 - (BN57^2))*BL57)/BR57)$
0,98	$= -((\$Q\$7*AA58*BP58*BQ58*BJ58)/BR58) -$ $((\$Q\$7*AA58*BO58*BP58*BJ58)/BR58) + ((\$Q\$7*AA58*BN58*BQ58*BK58)/BR58) + ((\$Q\$7*AA58*BN58*BO58*BK58)/BR58) + ((\$Q\$7*AA58*BO58*BP58*BL58)/BR58) + ((\$Q\$7*AA58*(BM58*BP58 - (BN58^2))*BL58)/BR58)$
1,00	$= -((\$Q\$7*AA59*BP59*BQ59*BJ59)/BR59) -$ $((\$Q\$7*AA59*BO59*BP59*BJ59)/BR59) + ((\$Q\$7*AA59*BN59*BQ59*BK59)/BR59) + ((\$Q\$7*AA59*BN59*BO59*BK59)/BR59) + ((\$Q\$7*AA59*BO59*BP59*BL59)/BR59) + ((\$Q\$7*AA59*(BM59*BP59 - (BN59^2))*BL59)/BR59)$

MÉTODO DE ESTIMATIVA DE BALANÇO DE MASSA E METALÚRGICO 209  
 Anexo III – Programa de cálculo – Circuito de concentração em três estágios

W 7 (MCS)	DMCF Fluxo 4
0,00	$= ((RS7 * ZS1 * BN9 * BQ9 * BJ9) / BR9) - ((RS7 * ZS1 * (BM9 * BQ9 - (BO9^2)) * BK9) / BR9) - ((RS7 * ZS1 * BN9 * BO9 * BL9) / BR9)$
0,02	$= ((RS7 * ZS1 * BN10 * BQ10 * BJ10) / BR10) - ((RS7 * ZS1 * (BM10 * BQ10 - (BO10^2)) * BK10) / BR10) - ((RS7 * ZS1 * BN10 * BO10 * BL10) / BR10)$
0,04	$= ((RS7 * ZS1 * BN11 * BQ11 * BJ11) / BR11) - ((RS7 * ZS1 * (BM11 * BQ11 - (BO11^2)) * BK11) / BR11) - ((RS7 * ZS1 * BN11 * BO11 * BL11) / BR11)$
⋮	⋮
0,96	$= ((RS7 * ZS1 * BN57 * BQ57 * BJ57) / BR57) - ((RS7 * ZS1 * (BM57 * BQ57 - (BO57^2)) * BK57) / BR57) - ((RS7 * ZS1 * BN57 * BO57 * BL57) / BR57)$
0,98	$= ((RS7 * ZS1 * BN58 * BQ58 * BJ58) / BR58) - ((RS7 * ZS1 * (BM58 * BQ58 - (BO58^2)) * BK58) / BR58) - ((RS7 * ZS1 * BN58 * BO58 * BL58) / BR58)$
1,00	$= ((RS7 * ZS1 * BN59 * BQ59 * BJ59) / BR59) - ((RS7 * ZS1 * (BM59 * BQ59 - (BO59^2)) * BK59) / BR59) - ((RS7 * ZS1 * BN59 * BO59 * BL59) / BR59)$

W 7 (MCS)	DMRC Fluxo 5
0,00	$= ((SS7 * ZS4 * BP9 * BQ9 * BJ9) / BR9) + ((SS7 * ZS4 * BN9 * BQ9 * BJ9) / BR9) - ((SS7 * ZS4 * BN9 * BQ9 * BK9) / BR9) - ((SS7 * ZS4 * (BM9 * BQ9 - (BO9^2)) * BK9) / BR9) - ((SS7 * ZS4 * BO9 * BP9 * BL9) / BR9) - ((SS7 * ZS4 * BN9 * BO9 * BL9) / BR9)$
0,02	$= ((SS7 * ZS4 * BP10 * BQ10 * BJ10) / BR10) + ((SS7 * ZS4 * BN10 * BQ10 * BJ10) / BR10) - ((SS7 * ZS4 * BN10 * BQ10 * BK10) / BR10) - ((SS7 * ZS4 * (BM10 * BQ10 - (BO10^2)) * BK10) / BR10) - ((SS7 * ZS4 * BO10 * BP10 * BL10) / BR10) - ((SS7 * ZS4 * BN10 * BO10 * BL10) / BR10)$
0,04	$= ((SS7 * ZS4 * BP11 * BQ11 * BJ11) / BR11) + ((SS7 * ZS4 * BN11 * BQ11 * BJ11) / BR11) - ((SS7 * ZS4 * BN11 * BQ11 * BK11) / BR11) - ((SS7 * ZS4 * (BM11 * BQ11 - (BO11^2)) * BK11) / BR11) - ((SS7 * ZS4 * BO11 * BP11 * BL11) / BR11) - ((SS7 * ZS4 * BN11 * BO11 * BL11) / BR11)$
⋮	⋮
0,96	$= ((SS7 * ZS4 * BP57 * BQ57 * BJ57) / BR57) + ((SS7 * ZS4 * BN57 * BQ57 * BJ57) / BR57) - ((SS7 * ZS4 * BN57 * BQ57 * BK57) / BR57) - ((SS7 * ZS4 * (BM57 * BQ57 - (BO57^2)) * BK57) / BR57) - ((SS7 * ZS4 * BO57 * BP57 * BL57) / BR57) - ((SS7 * ZS4 * BN57 * BO57 * BL57) / BR57)$
0,98	$= ((SS7 * ZS4 * BP58 * BQ58 * BJ58) / BR58) + ((SS7 * ZS4 * BN58 * BQ58 * BJ58) / BR58) - ((SS7 * ZS4 * BN58 * BQ58 * BK58) / BR58) - ((SS7 * ZS4 * (BM58 * BQ58 - (BO58^2)) * BK58) / BR58) - ((SS7 * ZS4 * BO58 * BP58 * BL58) / BR58) - ((SS7 * ZS4 * BN58 * BO58 * BL58) / BR58)$
1,00	$= ((SS7 * ZS4 * BP59 * BQ59 * BJ59) / BR59) + ((SS7 * ZS4 * BN59 * BQ59 * BJ59) / BR59) - ((SS7 * ZS4 * BN59 * BQ59 * BK59) / BR59) - ((SS7 * ZS4 * (BM59 * BQ59 - (BO59^2)) * BK59) / BR59) - ((SS7 * ZS4 * BO59 * BP59 * BL59) / BR59) - ((SS7 * ZS4 * BN59 * BO59 * BL59) / BR59)$

W 7	DMRF
(MCS)	Fluxo 6
0,00	$= ((\$T\$7*\$Z\$5*BO9*BP9*BJ9)/BR9) - ((\$T\$7*\$Z\$5*(BM9*BP9 - (BN9^2))*BL9)/BR9) - ((\$T\$7*\$Z\$5*BN9*BO9*BK9)/BR9)$
0,02	$= ((\$T\$7*\$Z\$5*BO10*BP10*BJ10)/BR10) - ((\$T\$7*\$Z\$5*(BM10*BP10 - (BN10^2))*BL10)/BR10) - ((\$T\$7*\$Z\$5*BN10*BO10*BK10)/BR10)$
0.04	$= ((\$T\$7*\$Z\$5*BO11*BP11*BJ11)/BR11) - ((\$T\$7*\$Z\$5*(BM11*BP11 - (BN11^2))*BL11)/BR11) - ((\$T\$7*\$Z\$5*BN11*BO11*BK11)/BR11)$
⋮	⋮
0,96	$= ((\$T\$7*\$Z\$5*BO57*BP57*BJ57)/BR57) - ((\$T\$7*\$Z\$5*(BM57*BP57 - (BN57^2))*BL57)/BR57) - ((\$T\$7*\$Z\$5*BN57*BO57*BK57)/BR57)$
0.98	$= ((\$T\$7*\$Z\$5*BO58*BP58*BJ58)/BR58) - ((\$T\$7*\$Z\$5*(BM58*BP58 - (BN58^2))*BL58)/BR58) - ((\$T\$7*\$Z\$5*BN58*BO58*BK58)/BR58)$
1,00	$= ((\$T\$7*\$Z\$5*BO59*BP59*BJ59)/BR59) - ((\$T\$7*\$Z\$5*(BM59*BP59 - (BN59^2))*BL59)/BR59) - ((\$T\$7*\$Z\$5*BN59*BO59*BK59)/BR59)$
W 7	DMCS
(MCS)	Fluxo 7
0,00	$= ((\$U\$7*Z9*BP9*BQ9*BJ9)/BR9) + ((\$U\$7*Z9*BO9*BP9*BJ9)/BR9) - ((\$U\$7*Z9*BN9*BQ9*BK9)/BR9) - ((\$U\$7*Z9*(BM9*BP9 - (BN9^2))*BL9)/BR9) - ((\$U\$7*Z9*BN9*BO9*BK9)/BR9) - ((\$U\$7*Z9*BO9*BP9*BL9)/BR9)$
0.02	$= ((\$U\$7*Z10*BP10*BQ10*BJ10)/BR10) + ((\$U\$7*Z10*BO10*BP10*BJ10)/BR10) - ((\$U\$7*Z10*BN10*BQ10*BK10)/BR10) - ((\$U\$7*Z10*(BM10*BP10 - (BN10^2))*BL10)/BR10) - ((\$U\$7*Z10*BN10*BO10*BK10)/BR10) - ((\$U\$7*Z10*BO10*BP10*BL10)/BR10)$
0.04	$= ((\$U\$7*Z11*BP11*BQ11*BJ11)/BR11) + ((\$U\$7*Z11*BO11*BP11*BJ11)/BR11) - ((\$U\$7*Z11*BN11*BQ11*BK11)/BR11) - ((\$U\$7*Z11*(BM11*BP11 - (BN11^2))*BL11)/BR11) - ((\$U\$7*Z11*BN11*BO11*BK11)/BR11) - ((\$U\$7*Z11*BO11*BP11*BL11)/BR11)$
⋮	⋮
0.96	$= ((\$U\$7*Z57*BP57*BQ57*BJ57)/BR57) + ((\$U\$7*Z57*BO57*BP57*BJ57)/BR57) - ((\$U\$7*Z57*BN57*BQ57*BK57)/BR57) - ((\$U\$7*Z57*(BM57*BP57 - (BN57^2))*BL57)/BR57) - ((\$U\$7*Z57*BN57*BO57*BK57)/BR57) - ((\$U\$7*Z57*BO57*BP57*BL57)/BR57)$
0.98	$= ((\$U\$7*Z58*BP58*BQ58*BJ58)/BR58) + ((\$U\$7*Z58*BO58*BP58*BJ58)/BR58) - ((\$U\$7*Z58*BN58*BQ58*BK58)/BR58) - ((\$U\$7*Z58*(BM58*BP58 - (BN58^2))*BL58)/BR58) - ((\$U\$7*Z58*BN58*BO58*BK58)/BR58) - ((\$U\$7*Z58*BO58*BP58*BL58)/BR58)$
1.00	$= ((\$U\$7*Z59*BP59*BQ59*BJ59)/BR59) + ((\$U\$7*Z59*BO59*BP59*BJ59)/BR59) - ((\$U\$7*Z59*BN59*BQ59*BK59)/BR59) - ((\$U\$7*Z59*(BM59*BP59 - (BN59^2))*BL59)/BR59) - ((\$U\$7*Z59*BN59*BO59*BK59)/BR59) - ((\$U\$7*Z59*BO59*BP59*BL59)/BR59)$

W 7

JMMIN

(MCS)

$$0,00 = ((BS9^2)/\$O\$7) + ((BT9^2)/\$P\$7) + ((BU9^2)/\$Q\$7) + ((BV9^2)/\$R\$7) + ((BW9^2)/\$S\$7) + ((BX9^2)/\$T\$7) + ((BY9^2)/\$U\$7)$$

$$0,02 = ((BS10^2)/\$O\$7) + ((BT10^2)/\$P\$7) + ((BU10^2)/\$Q\$7) + ((BV10^2)/\$R\$7) + ((BW10^2)/\$S\$7) + ((BX10^2)/\$T\$7) + ((BY10^2)/\$U\$7)$$

$$0,04 = ((BS11^2)/\$O\$7) + ((BT11^2)/\$P\$7) + ((BU11^2)/\$Q\$7) + ((BV11^2)/\$R\$7) + ((BW11^2)/\$S\$7) + ((BX11^2)/\$T\$7) + ((BY11^2)/\$U\$7)$$

⋮ ⋮

$$0,96 = ((BS57^2)/\$O\$7) + ((BT57^2)/\$P\$7) + ((BU57^2)/\$Q\$7) + ((BV57^2)/\$R\$7) + ((BW57^2)/\$S\$7) + ((BX57^2)/\$T\$7) + ((BY57^2)/\$U\$7)$$

$$0,98 = ((BS58^2)/\$O\$7) + ((BT58^2)/\$P\$7) + ((BU58^2)/\$Q\$7) + ((BV58^2)/\$R\$7) + ((BW58^2)/\$S\$7) + ((BX58^2)/\$T\$7) + ((BY58^2)/\$U\$7)$$

$$1,00 = ((BS59^2)/\$O\$7) + ((BT59^2)/\$P\$7) + ((BU59^2)/\$Q\$7) + ((BV59^2)/\$R\$7) + ((BW59^2)/\$S\$7) + ((BX59^2)/\$T\$7) + ((BY59^2)/\$U\$7)$$

W 7

JMÍNIMO

(MCS)

$$0,00 = +BZ9 + BI9 + AR9$$

$$0,02 = +BZ10 + BI10 + AR10$$

$$0,04 = +BZ11 + BI11 + AR11$$

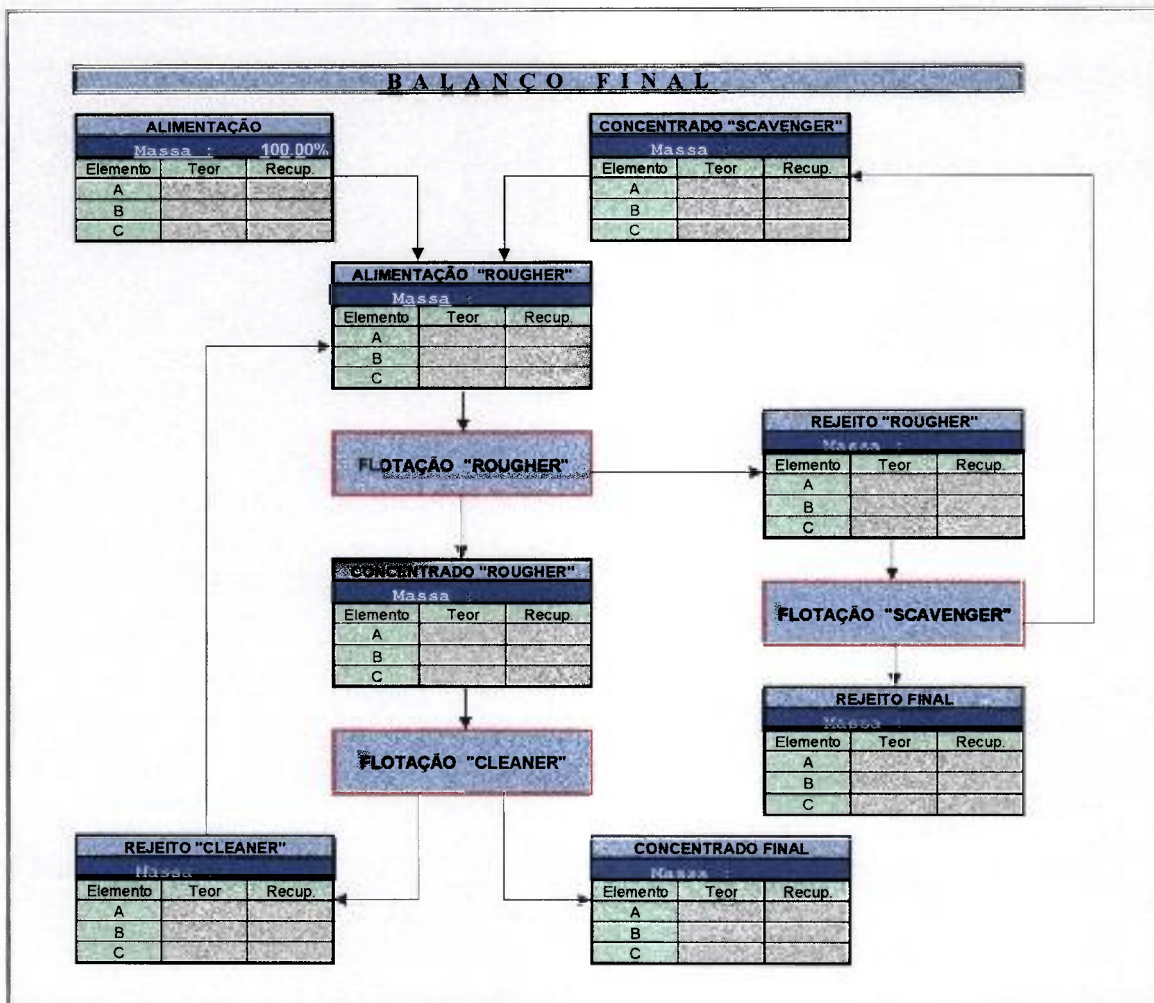
⋮ ⋮

$$0,96 = +BZ57 + BI57 + AR57$$

$$0,98 = +BZ58 + BI58 + AR58$$

$$1,00 = +BZ59 + BI59 + AR59$$

**PASTA BALANÇO**



## PASTA MACROS

```

' DADOS Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+d
'
Sub DADOS()
Dim concentrado As Variant
Dim rougher As Variant
concentrado = Application.InputBox("MASSA ESTIMADA DO
CONCENTRADO FINAL EM %:", , , , , , 1)
rougher = Application.InputBox("MASSA ESTIMADA DO
CONCENTRADO ROUGHER EM %:", , , , , , 1)
Application.ScreenUpdating = False
ActiveCell.FormulaR1C1 = concentrado
Range("Z1").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=RC[-2]/100"
Range("W2").Select
Range("X2").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=MASS"
Range("Z2").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=RC[-2]/100"
Selection.Copy
Range("ZAL").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="CONC"
Range("ZCF").Select
Range("ZCR").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="CLEA"
Selection.Copy
Application.Goto Reference:="REJE"
Selection.Copy
Range("ZRF").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="SCAV"
Range("ZCS").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="REJR"
Selection.Copy
Range("ZRR").Select
ActiveSheet.Paste
Range("CC9").Select
While (ActiveCell.Value > 0)

```

```
        ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
    Wend
    VALOR
    Application.ScreenUpdating = True
End Sub
'
' JOTA Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+j
Sub JOTA()
    Range("CA1").Select
End Sub

' VALOR Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+v
'
Sub VALOR()
    ActiveCell.Offset(0, -55).Range("A1:BZ1").Select
    Selection.Copy
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
    SkipBlanks:=False, Transpose:=False
    Application.CutCopyMode = False
    Selection.Copy
    Range("D33").Select
    Selection.End(xlDown).Select
    Selection.NumberFormat = "0.00%"
    Range("Z2").Select
    Selection.Copy
    Range("E33").Select
    ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
    SkipBlanks:=False, Transpose:=False
    Selection.NumberFormat = "0.00%"
    Range("Z6").Select
    Selection.Copy
    Range("F33").Select
    Selection.End(xlDown).Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
    SkipBlanks:=False, Transpose:=False
    Selection.NumberFormat = "0.00%"
    Range("CA6").Select
    Selection.Copy
    Range("G33").Select
    Selection.End(xlDown).Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
    SkipBlanks:=False, Transpose:=False
```



```

    Selection.NumberFormat = "0.000000"
    End Sub
' APAGA Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+x
'
Sub APAGA()
    Range("D35:G66").Select
    Selection.ClearContents
End Sub

' TRANS Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+k
'
Sub TRANS()
    Dim concentrado As Variant
    Dim rougher As Variant
    concentrado = Application.InputBox("MASSA ESTIMADA DO
CONCENTRADO FINAL EM %:", , , , , , 1)
    rougher = Application.InputBox("MASSA ESTIMADA DO
CONCENTRADO ROUGHER EM %:", , , , , , 1)
    Application.ScreenUpdating = False
    Range("X1").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = concentrado
    Range("X2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = rougher
    Range("Z2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=RC[-2]/100"
    Application.Goto Reference:="ALIM"
    Selection.Copy
    ActiveSheet.Paste
    Application.Goto Reference:="CONC"
    Selection.Copy
    Range("ZCF").Select
    ActiveSheet.Paste
    Application.Goto Reference:="ROUG"
    Range("ZCR").Select
    ActiveSheet.Paste
    Application.Goto Reference:="CLEA"
    Selection.Copy
    Application.Goto Reference:="REJE"
    Selection.Copy
    Range("ZRF").Select
    ActiveSheet.Paste
    Application.Goto Reference:="SCAV"
    Selection.Copy

```

```
Range("ZCS").Select
Selection.Copy
Range("ZRR").Select
ActiveSheet.Paste
Range("CC9").Select
While (ActiveCell.Value > 0)
ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
Wend
Sheets("BALANÇO").Select
Range("AA1").Select
Selection.NumberFormat = "0.0000"
Range("MVCS").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Application.CutCopyMode = False
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Range("AB1").Select
Selection.Copy
Range("MVRR").Select
Application.CutCopyMode = False
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Sheets("CÁLCULO").Select
Range("Z1").Select
Selection.Copy
Sheets("BALANÇO").Select
Range("MVCF").Select
Range("Z2").Select
Selection.Copy
Range("A10").Select
Sheets("BALANÇO").Select
Range("MVCR").Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, _
SkipBlanks:=False, Transpose:=False
Application.CutCopyMode = False
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Range("MVRC").Select
Range("MVRF").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=1-MVCF"
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Range("TVZA").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=ZAL-DZA"
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CAL-DCA"
Range("TVCCR").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=MCR-DMCR"
Selection.NumberFormat = "0.00"
```

```
Range("TVZRR").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=ZRR-DZRR"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVCRRC").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CRR-DCRR"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVMRR").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=MRR-DMRR"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVZCF").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=ZCF-DZCF"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVCCF").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CCF-DCCF"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVMCF").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=MCF-DMCF"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVZRC").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=ZRC-DZRC"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVCRRC").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=MRC-DMRC"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVZRF").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=ZRF-DZRF"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVCRF").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CRF-DCRF"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVZCS").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=ZCS-DZCS"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("TVCCS").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=MCS-DMCS"
Selection.NumberFormat = "0.00"
Range("A1").Select
Application.ScreenUpdating = True
End Sub
'
' TABLE Macro
' Atalho do teclado: Ctrl+t
'
Sub TABLE()
Dim concentrado As Variant
```

```

Dim rougher As Variant
concentrado = Application.InputBox("MASSA ESTIMADA DO
CONCENTRADO FINAL EM %:", , , , , , 1)
rougher = Application.InputBox("MASSA ESTIMADA DO
CONCENTRADO ROUGHER EM %:", , , , , , 1)
Range("Z1").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=RC[-2]/100"
Range("W2").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = rougher
Range("X2").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "=RC[-2]/100"
Application.Goto Reference:="ALIM"
Selection.Copy
Range("ZAL").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="CONC"
Selection.Copy
Range("ZCF").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="ROUG"
Selection.Copy
Range("ZCR").Select
ActiveSheet.Paste
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="REJE"
Selection.Copy
Range("ZRF").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="SCAV"
Selection.Copy
Range("ZCS").Select
ActiveSheet.Paste
Application.Goto Reference:="REJR"
Selection.Copy
Range("ZRR").Select
ActiveSheet.Paste
Range("CC9").Select
While (ActiveCell.Value > 0)
    ActiveCell.Offset(1, 0).Range("A1").Select
Wend
VALOR
Application.ScreenUpdating = True
REPET
End Sub

```

**Comissão Nacional de Energia Nuclear  
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO DA TECNOLOGIA NUCLEAR**

**Publicação CDTN-861**

**Métodos de estimativa de balanços  
de massa e metalúrgico**

**Maria Lúcia M. de Oliveira**

**1997**