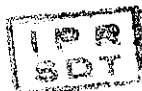


JAIR CARLOS MELLO

CENTRAIS TERMO-NUCLEARES

CONTRIBUIÇÃO À REVISÃO CRÍTICA  
DOS MÉTODOS DE CÁLCULO TÉRMICO E  
NEUTRÔNICO DOS REATORES



Tese apresentada como requisito parcial  
para o concurso de livre docência no De-  
partamento de Engenharia Térmica da Es-  
cola de Engenharia da Universidade Fede-  
ral de Minas Gerais

À memória de meu pai,

A minha mãe,

A minha esposa e filhos,

Jorge Correia de Mello

Maria Luíza Santana Mello

Nair,

Francisco Jorge,

Luíza Emília,

Maria Inês,

Júlio Carlos,

Ana Lúcia

## A G R A D E C I M E N T O S

Em primeiro lugar desejo agradecer à equipe de amigos e colegas que, pelo seu trabalho de revisão, coordenação da impressão, encadernação e especialmente pelo ânimo que sempre me transmitiram, permitiram a realização deste trabalho: a Maria Carmen Coelho Teixeira, que, dedicou-se durante quase quinze dias inteiramente à coordenação dos trabalhos; ao seu imediato, Luiz Henrique Gonçalves de Moraes; ao Adolpho Soares, pelos desenhos, revisão e especialmente pelas vírgulas; a Márcia Kirzner, cuja letra aparece em quase todas expressões matemáticas; a Ângela Fortini pelos desenhos e revisão; Eustáquio Gomes Carvalho e Lígia Tavares por ajudas gerais; ao caro amigo João Augusto Leal Horta, pela revisão e valiosas discussões de conceitos; ao Ângelo Lôbo pelas discussões sobre aspectos matemáticos.

Diversos materiais usados como dados nos Capítulos III e IV foram fornecidos por Cláudia V. Schroyer e José L. Terra. Aos colegas Carlos W. Urban, Ricardo B. Pinheiro e Fernando C. Carneiro por informações bibliográficas diversas.

Ao Prof. Milton Campos, Diretor do IPR, por ter permitido a impressão deste trabalho. Ao Prof. Omar Campos Ferreira, Chefe da Divisão de Projetos do IPR pelos incentivos que nunca faltaram.

A Ida e Luíza, secretárias, pelos eficientes serviços de datilografia.

Ao Paulo Renato, Augusto, Humberto, Geraldo e Jorge pelos serviços de impressão e desenho.

Aos demais colegas do IPR e da CBTN pelo que sua convivência tem me ensinado.

O Autor.

APRESENTAÇÃO E RESUMO

A Bahia já me deu régua e compasso...

(De uma canção de Gilberto Gil, um poeta das coisas de minha terra)

O presente trabalho de tese contém parte da experiência profissional e docente do autor, que dedicou ao estudo e ensino da energia nuclear nos últimos 16 anos de sua vida. Tendo participado do pioneirismo, que caracterizou, e em parte ainda caracteriza, a introdução e desenvolvimento do assunto no Brasil, sofreu todas as dificuldades, e, tem todos os defeitos do autodidata. Para isto pede a compreensão dos possíveis leitores.

Pela natureza do assunto proposto, vasto e diversificado, muitos aspectos importantes não foram tratados, ou o foram muito sucintamente, sem a atenção que merecem. Entretanto, naquilo que foi exposto mais detalhadamente, mais do que uma tese, trata-se de uma dissertação sobre o assunto, contendo inclusive, diversas idéias, que poderão ser futuramente desenvolvidas como assuntos de teses específicas.

O primeiro, e, talvez o melhor benefício que este trabalho poderá trazer à comunidade técnico-científica e universitária do país, é a sua própria consecução. Representa, o mesmo, o resultado de um trabalho de equipe, só possível quando, imbuídos dos mesmos ideais, seus participantes, desprovidos de mesquinhas ambições pessoais, trabalham coordenadamente, em direção dos objetivos visados. É, entretanto, essencial que cada um trabalhe naquilo de que mais goste, sentindo-se satisfeito com a própria contribuição, dentro dos princípios da sadia convivência humana e respeito mútuo. Estas foram as bases que prevaleceram na preparação deste trabalho,

e, se algum mérito lhe for atribuído, a elas deve ser creditado em primeiro lugar. Queremos aqui dar nosso testemunho destes fatos, e desejar que este exemplo seja reproduzido em benefício do país.

Sendo este trabalho dirigido a especialistas em dois campos diferentes, térmica e neutrônica, apresentamos um resumo, mostrando como os assuntos expostos se sucedem concatenadamente. O método usado foi o chamado cartesiano: do geral para o particular, abandonando-se os assuntos que não eram de interesse direto, à medida que eram citados.

No Capítulo I fazemos uma descrição geral de uma central nuclear, numa forma acessível a engenheiros de qualquer especialidade, e, subdividindo a central em sistemas parciais, segundo critérios originais, em prol da melhor compreensão da exposição.

O Capítulo II, é uma tentativa de expor os diversos passos envolvidos nos trabalhos de cálculo e projeto de um reator para uma central nuclear, mostrando a sequência lógica dos problemas envolvidos. A filosofia adotada é original e resultou diretamente da experiência do autor.

Os demais capítulos justificam-se por si mesmos.

O Autor

## Í N D I C E

Apresentação .....	01
CAPÍTULO I - CENTRAIS NUCLEARES - DESCRIÇÃO SUMÁRIA .....	1
1. Resenha Histórica .....	1
2. A Central Nuclear .....	2
3. O Reator Nuclear .....	4
4. Descrição de uma Central Típica .....	4
CAPÍTULO II - BASES FÍSICAS E PROBLEMAS DE ENGENHARIA NO PROJETO E CÁLCULO DE REATORES .....	16
1. Introdução .....	16
2. Natureza dos Problemas Envolvidos .....	16
3. Etapas Principais no Projeto e Cálculo do Reator para uma Central Nuclear .....	19
4. Diferentes Níveis dos Métodos de Cálculo .....	19
5. Desenvolvimento de um Formulário para Cálculos Paramétricos .....	20
CAPÍTULO III - CÁLCULO TÉRMICO DA VARETA COMBUSTÍVEL .....	23
1. Introdução .....	23
2. Limites Tecnológicos e Térmicos .....	24
3. Equações de Condução de Calor na Vareta .....	25
4. Códigos de Computação para o Cálculo Térmico da Vareta Combustível .....	37

CAPÍTULO IV - TERMO-HIDRÁULICA DO CANAL .....43

1. Introdução .....43
2. Bases Físicas e de Engenharia .....43
3. Códigos de Computação para o Cálculo  
Termo-Hidráulico do Canal .....46
4. Cálculos Termo-Hidráulicos .....48

CAPÍTULO V - A TEORIA DO TRANSPORTE DE NEUTRONS .....50

1. Introdução - Bases Físicas .....50
2. Relações entre a Taxa de Reações e a  
População de Neutrons .....55
3. O espaço Fase .....64
4. Definições .....64
5. Equação do Transporte .....68
6. As Fontes de Neutrons .....72
7. Equação Integral do Transporte .....73
- 8.

CAPÍTULO VI - MÉTODOS PARA O CÁLCULO NEUTRÔNICO DOS  
REATORES .....76

1. Introdução .....76
2. Evolução dos Métodos de Cálculo .....76
3. Relações entre a Potência do Reator e a  
População de Neutrons .....78
4. Descrição Geral dos Principais Métodos de  
Solução da Equação do Transporte .....82

CAPÍTULO VII - MÉTODOS NODAIS OU POR ELEMENTOS FINITOS....85

1. Introdução .....85
2. O Método BM para o Cálculo de  $\epsilon$  .....85
3. Aplicação do Método BM a Cálculos de Espectro.88

CAPÍTULO VIII - BIBLIOGRAFIA .....

1. Introdução .....	89
2. Livros Textos .....	89
3. Referências .....	92



## CAPÍTULO I

### CENTRAIS NUCLEARES - DESCRIÇÃO SUMÁRIA

#### 1. RESENHA HISTÓRICA

O marco histórico básico das Ciências e Tecnologias Nucleares é o dia 2 de Dezembro de 1942. Nessa data, em instalações anexas à Universidade de Chicago, USA, ficou crítico e funcionou pela primeira vez o primeiro reator nuclear construído pelo homem. Ficou então comprovada a possibilidade de liberação da energia nuclear, contida no campo de forças nucleares, e responsável pela estabilidade dos núcleos atômicos. Estava provada, portanto, a viabilidade técnica de produção em larga escala da mesma, e sua possível utilização por uma humanidade cada vez mais ávida de energia.

Até então, era quase exclusivamente acadêmico o interesse pela existência e propriedades dos núcleos atômicos. Foi naquela data que se iniciou a transição para um período de rápido desenvolvimento tecnológico, caracterizado pelo emprego maciço de recursos humanos e materiais, em escala jamais vista antes em nenhum outro ramo da atividade humana.

Em anos mais recentes, a partir do fim da década de 60, a construção em larga escala de grandes centrais nucleoeletricas, nos países industrializados, deu início à terceira e última fase do desenvolvimento da energia nuclear: a fase industrial. O fator dinâmico principal, determinante desta nova dimensão dada ao assunto, foi a existência,

naqueles países, de um mercado para a energia nuclear, altamente sofisticado e exigente, e em franco crescimento.

Para o Brasil, resultados de diversos estudos de previsão e planejamento já feitos, sugerem a segunda metade da década dos 80 para o início da fase industrial do desenvolvimento nuclear, pois deverá então iniciar-se a pressão da demanda do mercado energético correspondente. Em números redondos, prevê-se para 1990, somente na Região Sudeste, a necessidade de se ter em funcionamento uma potência núcleo-elétrica total da ordem de 12.000 Mw.

Se é verdade que não podemos, no Brasil, identificar marcos e transições como fizemos para os países mais desenvolvidos, pois, até o presente, nosso desenvolvimento nuclear baseou-se quase exclusivamente na abnegação e esforço pioneiro de um punhado de tecnólogos e cientistas, podemos entretanto nos beneficiar da experiência e das lições daqueles países, nos preparando para a fase industrial do desenvolvimento nuclear, possibilitando sua implantação, sem repercussões negativas para o desenvolvimento geral do país. O presente trabalho, escrito por um especialista que participou de quase toda fase pioneira referida acima, pretende trazer algumas contribuições para o equacionamento racional do problema e para a identificação das soluções mais adequadas às peculiaridades brasileiras.

## 2. A CENTRAL NUCLEAR

Uma Central Nuclear é um conjunto de sistemas e dispositivos, adequadamente projetados e construídos de maneira a permitir a liberação da energia nuclear e sua posterior transformação em energia elétrica. Embora a denomina-

naqueles países, de um mercado para a energia nuclear, altamente sofisticado e exigente, e em franco crescimento.

Para o Brasil, resultados de diversos estudos de previsão e planejamento já feitos, sugerem a segunda metade da década dos 80 para o início da fase industrial do desenvolvimento nuclear, pois deverá então iniciar-se a pressão da demanda do mercado energético correspondente. Em números redondos, prevê-se para 1990, somente na Região Sudeste, a necessidade de se ter em funcionamento uma potência núcleo-elétrica total da ordem de 12.000 Mw.

Se é verdade que não podemos, no Brasil, identificar marcos e transições como fizemos para os países mais desenvolvidos, pois, até o presente, nosso desenvolvimento nuclear baseou-se quase exclusivamente na abnegação e esforço pioneiro de um punhado de tecnólogos e cientistas, podemos entretanto nos beneficiar da experiência e das lições daqueles países, nos preparando para a fase industrial do desenvolvimento nuclear, possibilitando sua implantação, sem repercussões negativas para o desenvolvimento geral do país. O presente trabalho, escrito por um especialista que participou de quase toda fase pioneira referida acima, pretende trazer algumas contribuições para o equacionamento racional do problema e para a identificação das soluções mais adequadas às peculiaridades brasileiras.

## 2. A CENTRAL NUCLEAR

Uma Central Nuclear é um conjunto de sistemas e dispositivos, adequadamente projetados e construídos de maneira a permitir a liberação da energia nuclear e sua posterior transformação em energia elétrica. Embora a denomina-

ção de Centrais Nucleares já esteja consagrada pelo uso, seria mais correto chamá-las de Centrais Térmicas a Energia Nuclear de Fissão, ou simplesmente Centrais Termo-Nucleares a Fissão, já que a liberação da energia nuclear, nas centrais atualmente em funcionamento, se dá através do fenômeno da fissão de certos núcleos pesados e, além disto, sua transformação em energia elétrica é precedida da transformação prévia em calor.

A outra possibilidade de liberação, de modo controlado, da energia nuclear, através da fusão de núcleos mais leves, está ainda a exigir muito trabalho de pesquisa básica e posterior desenvolvimento tecnológico, antes de ter definitivamente comprovada a viabilidade técnica e econômica de sua utilização para produção de energia útil. Do mesmo modo, os processos de conversão direta de energia, sem o estágio do calor, e as correspondentes limitações de rendimento, ainda não passaram da escala de laboratório e, assim mesmo em situações muito especiais. É possível que, quando estes problemas estiverem resolvidos, tenhamos que ter mais cuidado, ou sermos mais precisos, ao usar a expressão Central Nuclear.

A exceção feita portanto, da fonte primária de energia, uma central nuclear é muito semelhante às centrais térmicas convencionais a combustível fóssil. A energia contida na fonte primária é liberada, aparecendo em última instância sob a forma de calor, o qual é utilizado para produção de vapor sob altas pressões. Este vapor é encaminhado às turbinas, onde o calor gerado se transforma em energia mecânica, que aciona um gerador onde, finalmente, é produzida a energia elétrica.

### 3. O REATOR NUCLEAR

É no Reator Nuclear que ocorre a produção e liberação da energia nuclear. Trata-se de um conjunto de materiais e dispositivos, apropriadamente projetado e construído de modo a permitir e facilitar a liberação, de maneira controlada e auto-sustentável, da energia contida potencialmente no núcleo dos átomos.

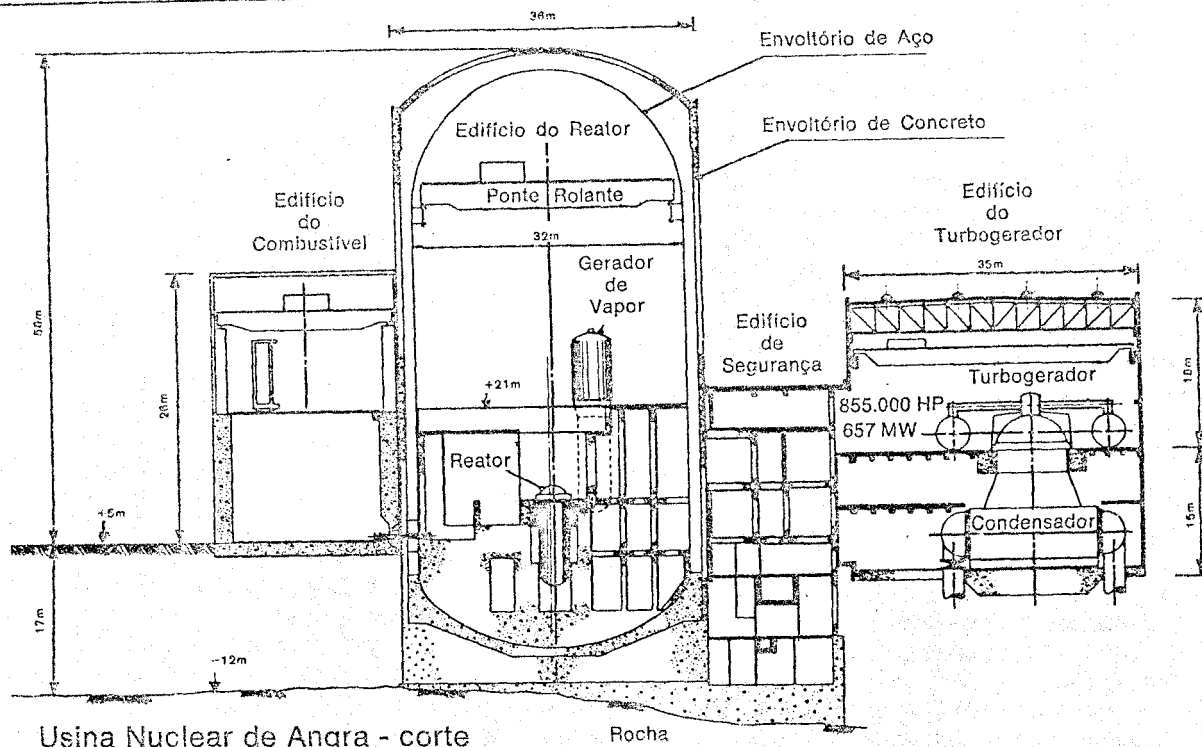
Embora seja atualmente empregada a expressão Reator Nuclear, somente para os reatores a fissão, ela é perfeitamente adequada aos futuros reatores a fusão.

Numa central nuclear, quando comparada a uma central térmica convencional, o reator tem, em certos casos, o papel da caldeira, onde é produzido o vapor. Em outros casos ele apenas substitui os maçaricos, queimadores do combustível fóssil, sendo o vapor produzido fora do reator. É por isto que, seja quanto ao volume, seja quanto ao custo, o reator representa apenas uma pequena parte do conjunto da central nuclear. Isto pode ser visto na figura I-1, que representa o esquema da Central Nuclear Almirante Álvaro Alberto ou Central de Angra, em construção na Praia de Itaorna, em Angra dos Reis, Estado do Rio de Janeiro. Sua construção e futura operação e exploração estão a cargo da empresa Furnas Centrais Elétricas S/A.

As figuras I-2 e I-3 dão uma idéia do volume total de obras necessários para a construção de uma central nuclear. É de cerca de 1,5 km a extensão total da região atingida pelas obras.

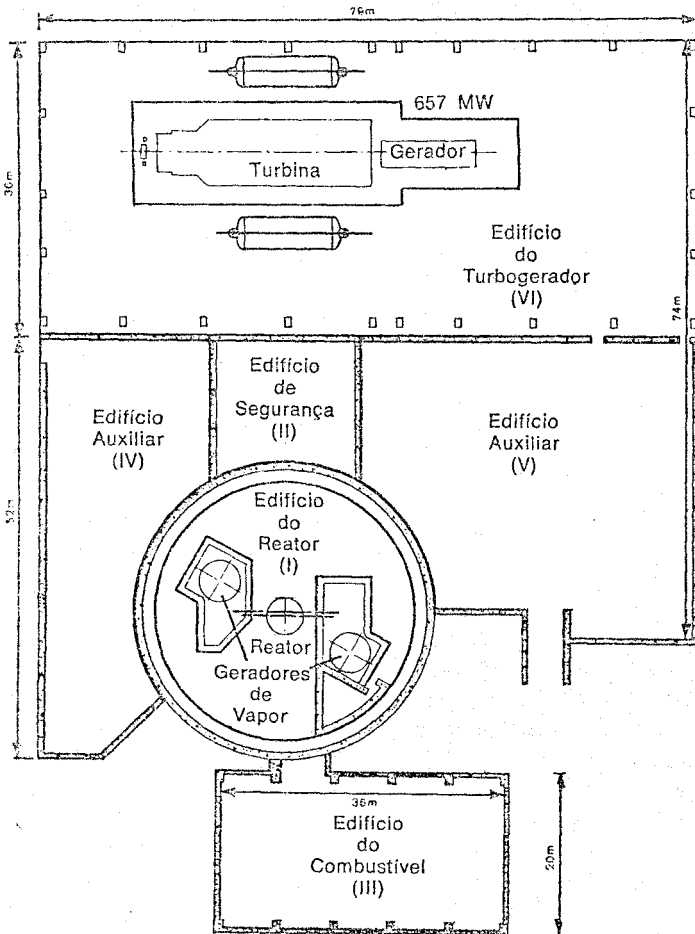
### 4. DESCRIÇÃO DE UMA CENTRAL NUCLEAR TÍPICA

Na descrição sumária que daremos a seguir de uma central nuclear típica, prenderemos nossa atenção apenas aos aspectos que lhe são peculiares, não sendo encontrados nas centrais térmicas convencionais. Isto quer dizer que só des

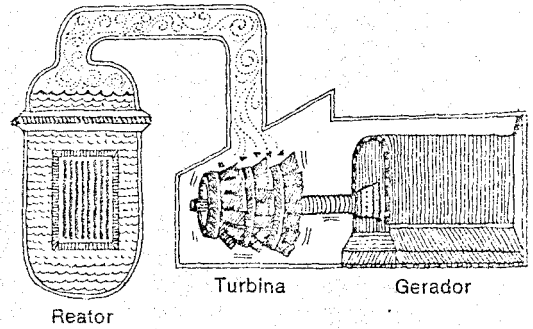


Usina Nuclear de Angra - corte

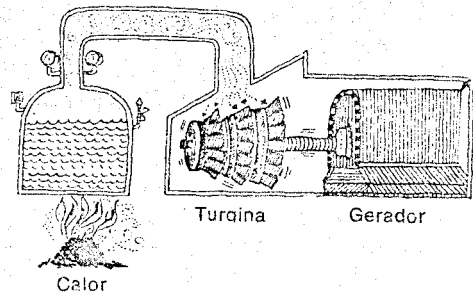
Rocha



Usina Nuclear de Angra - planta



Produção atômica de energia



Produção convencional de energia

Fig. I-1



Fig. I-2

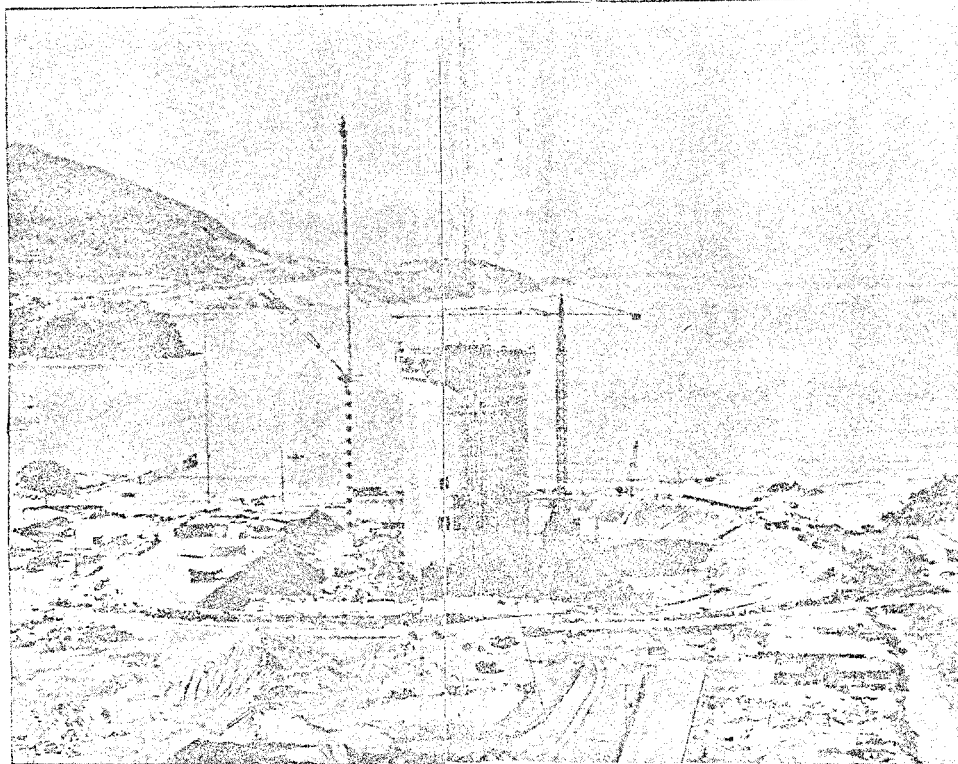
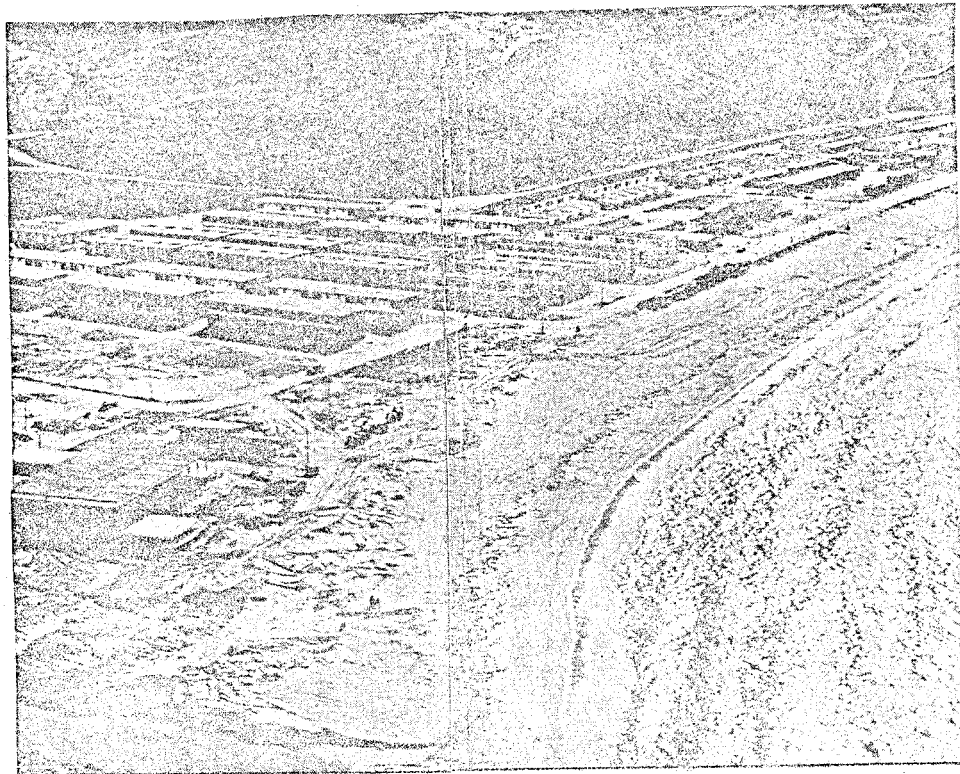


Fig. I-3



creveremos a central, até o ponto em que o vapor produzido está pronto para ser encaminhado à turbina. A partir deste ponto suas características são comuns com as centrais a combustível fóssil.

O que vai ser descrito será, para facilidade de estudo, dividido nas seguintes partes:

- Sistema Nuclear de Produção de Vapor
- Blindagem e Sistemas de Proteção Contra as Radiações
- Sistemas de Contenção
- Sistemas de Segurança
- Armazenagem de Combustíveis Novos e Irrradiados
- Sistemas de Instrumentação e Controle da Central.

#### 4.1. O Sistema Nuclear de Produção de Vapor

Do ponto de vista do especialista em centrais nucleares, a seção da central que requer sua atenção e estudo é a que poderíamos chamar de Sistema Nuclear de Produção de Vapor → SNPV (em inglês: Nuclear Steam Supply System → NSSS). O SNPV é geralmente considerado como indo do reator, onde está a fonte primária de energia, até ao bocal da tubulação que leva o vapor à turbina, e compreende este sistema propriamente dito, bem como todos outros sistemas acessórios ou adjacentes ao mesmo. É o SNPV que exige, para seu projeto, cálculo, construção, operação e exploração, o trabalho e a atenção de profissionais adequadamente preparados, oriundos dos diversos ramos da engenharia e da ciência. Ao escrever o presente trabalho, tivemos em mente trazer algumas contribuições para formação desses profissionais.

Do ponto de vista do SNPV, podemos distinguir, entre as centrais nucleares atualmente em funcionamento ou construção, dois tipos:

- As de Ciclo Indireto - centrais em que são utilizados dois ou mais ciclos no Sistema de Remoção do Calor. O calor produzido no reator é transportado por um fluido para um trocador de calor, fora do reator, onde é cedido a outro fluido. Nos casos mais comuns, é este segundo fluido, geralmente água, que transformado em vapor, vai acionar a turbina. Em certos casos, este segundo fluido funciona somente como um ciclo intermediário de troca de calor, indo a um segundo trocador de calor, no qual de fato produz-se o vapor que aciona a turbina. O tipo mais comum de central nuclear que utiliza o SNPV a Ciclo Indireto é o conhecido como PWR (do inglês: Pressurized Water Reactor), onde a água do circuito primário de refrigeração serve apenas para transportar o calor do reator a um gerador de vapor, onde este calor é cedido à água do circuito secundário, a qual se transforma em vapor. A figura I-4 apresenta um diagrama deste tipo de central nuclear e a figura I-5 mostra um esquema da disposição dos componentes pesados principais do seu SNPV.

- As de Ciclo Direto - neste caso o vapor é diretamente produzido no reator. Os principais tipos de central nesta classe são: o BWR (do inglês: Boiling Water Reactor), cujos diagrama e esquema aparecem nas figuras I-6 e I-7; o SGHWR (do inglês: Steam Generator Heavy Water Reactor).

- O SNPV pode ser considerado como constituído das seguintes partes principais, que descreveremos a seguir:

- O Reator
- O Combustível
- O Sistema de Remoção do Calor
- O Sistema de Pressão
- O Gerador de Vapor
- Bombas, Válvulas e demais acessórios.

É claro que a divisão acima é apenas esquemática devendo ser adaptada a cada caso em particular. Por exemplo, nos Sistemas a Ciclo Direto, o Gerador de Vapor é o próprio reator.

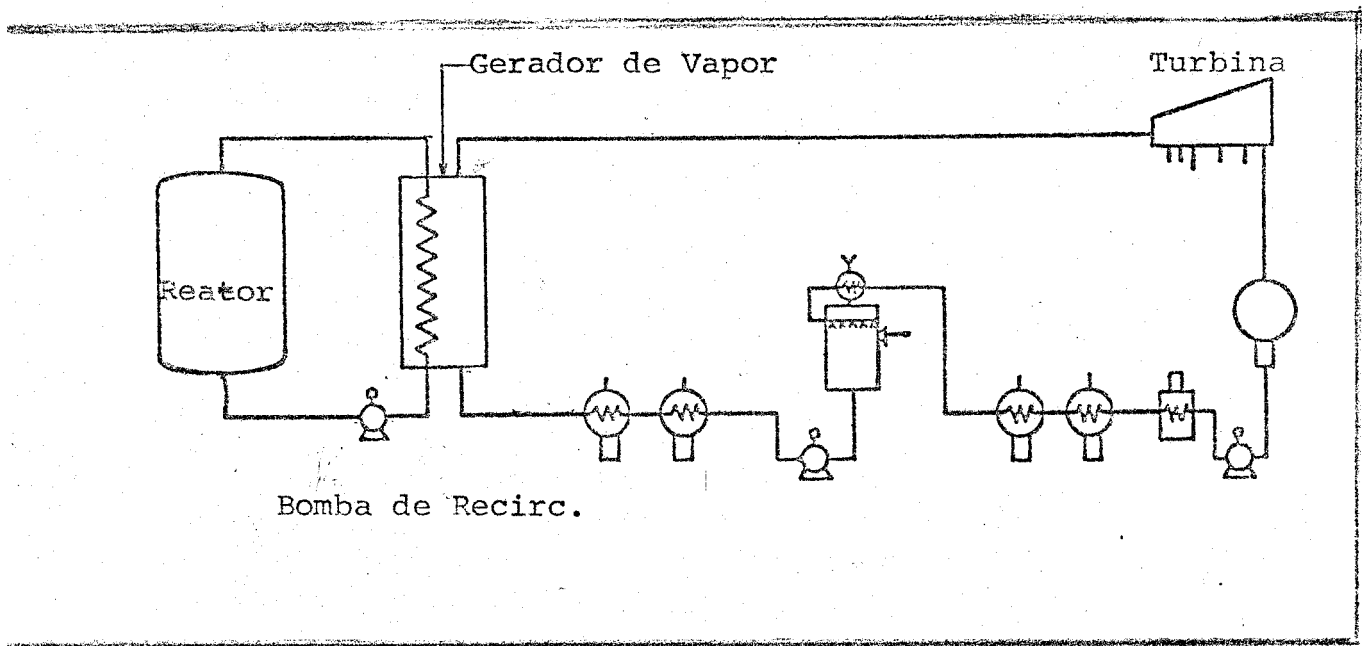
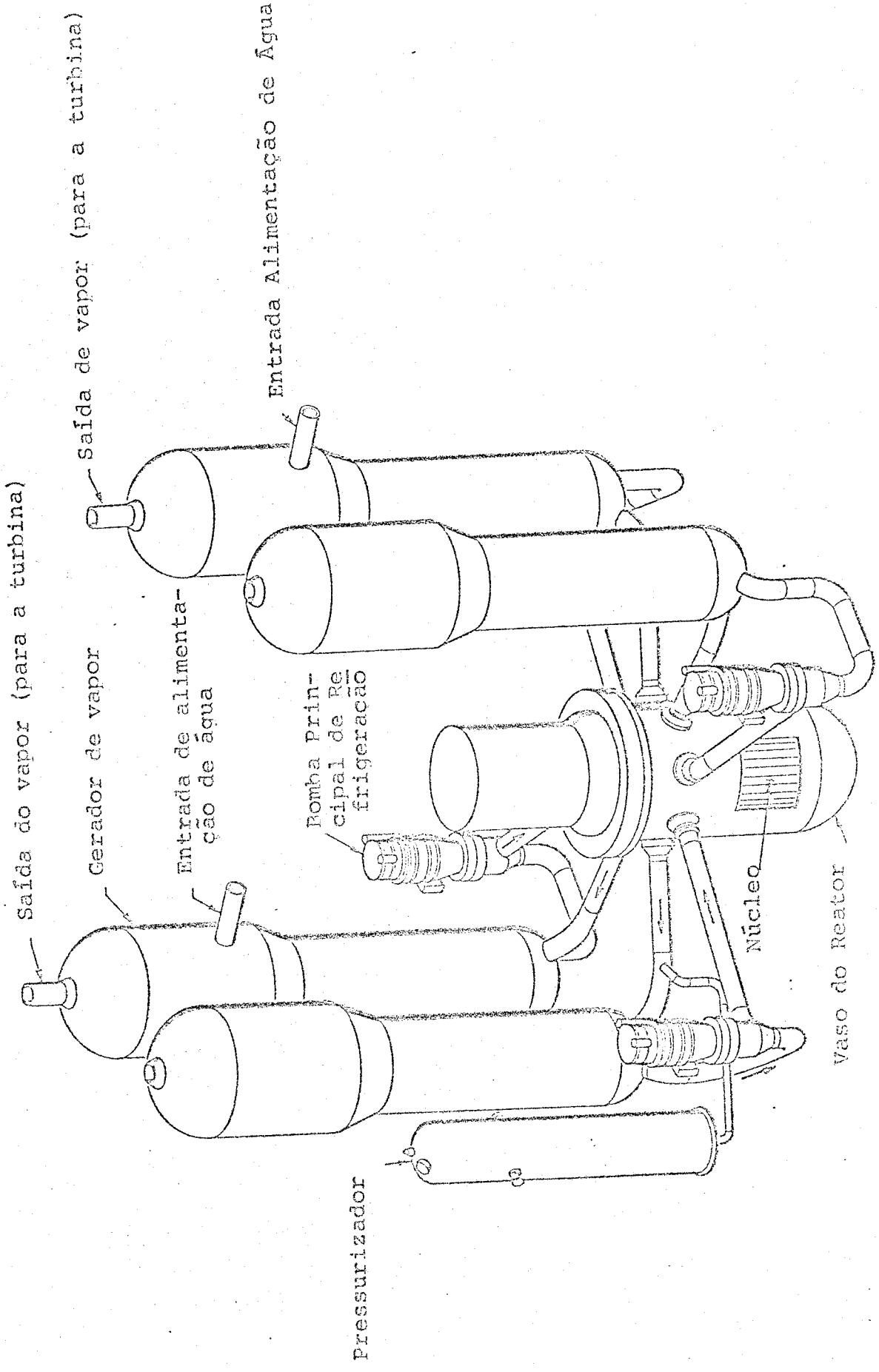


Diagrama de Fluxo do PWR

Fig. I-4



Esquema do SNPV do PWR

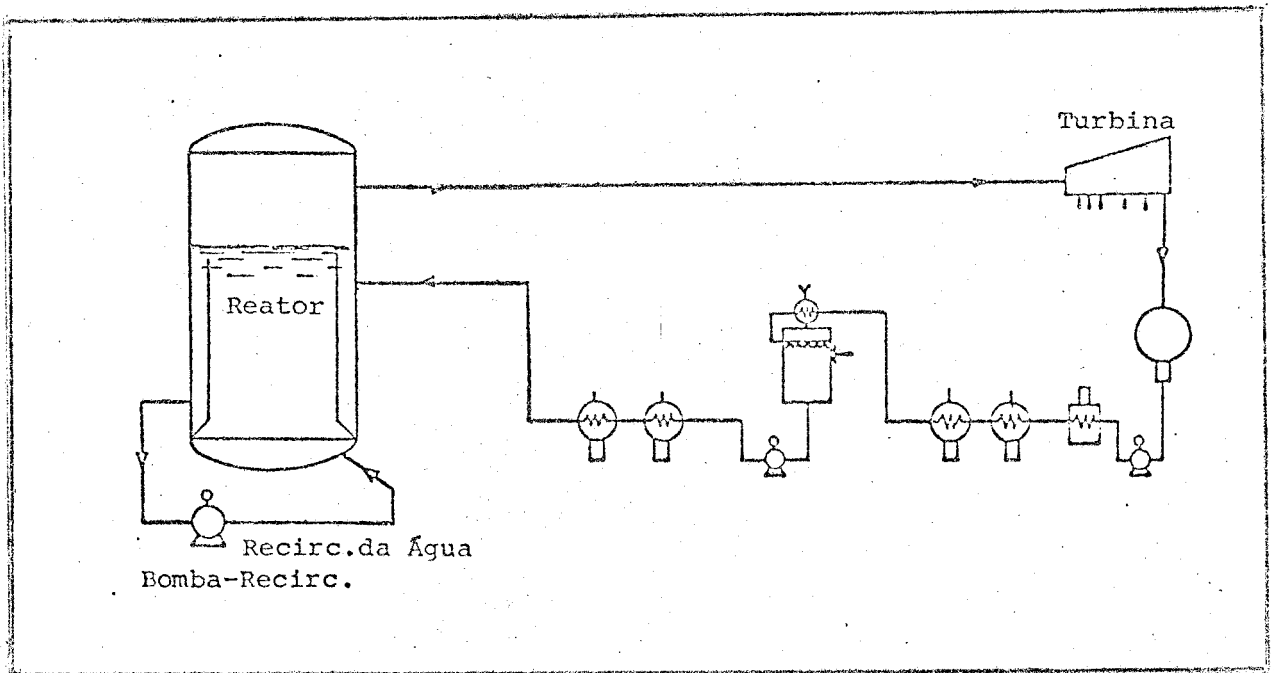
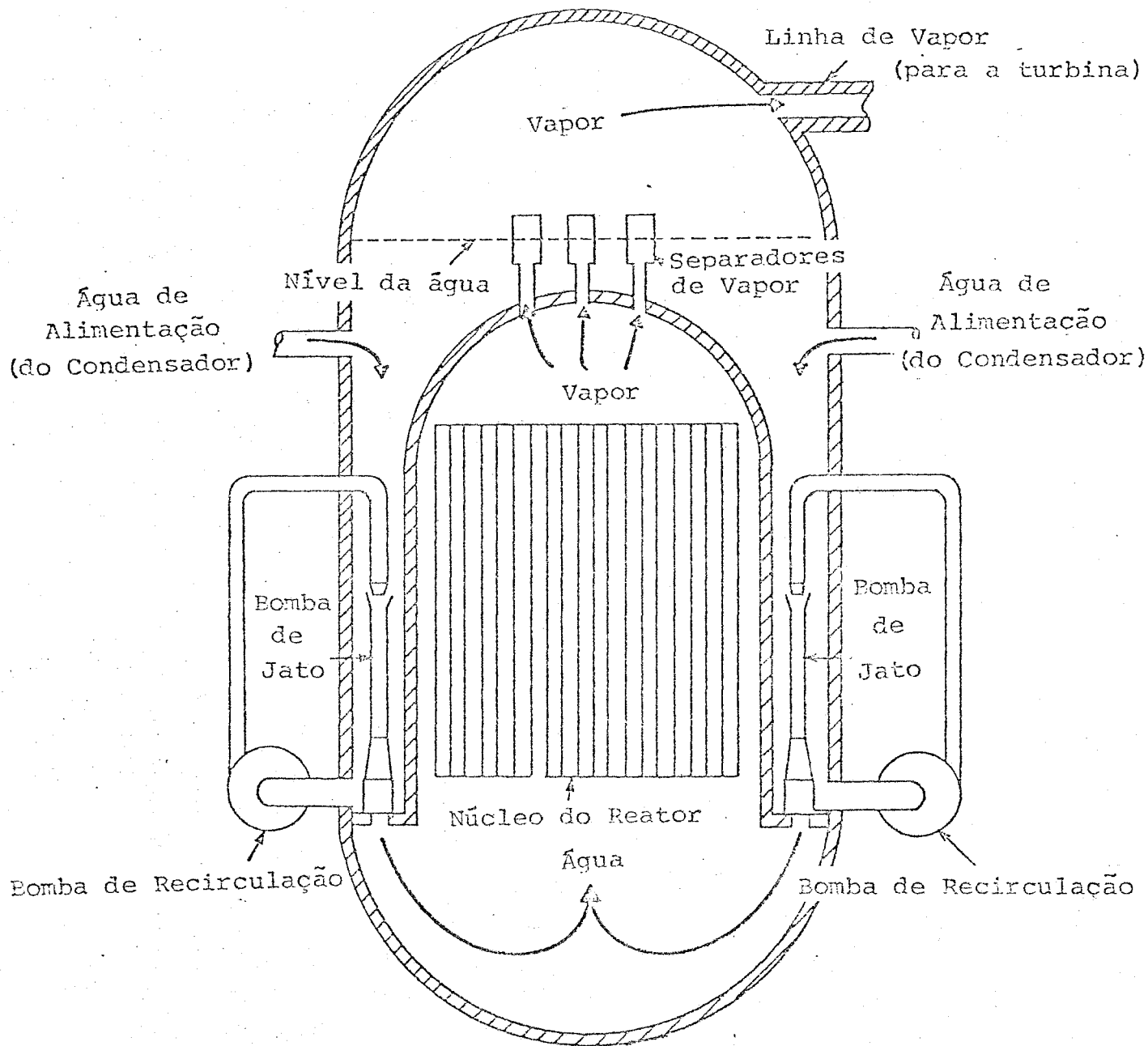


Diagrama de Fluxo do BWR

Fig. I-6



Esquema do SNPV do BWR

Fig. I-7

#### 4.1.1. O Reator

O reator é, sem dúvida, a parte mais importante de uma central nuclear. Será objeto de nossa atenção mais detalhada nos capítulos seguintes. Por enquanto, nos limitaremos a descrevê-lo apenas nos aspectos que facilitem uma visão global da central nuclear, e de seu funcionamento.

O principal fenômeno ocorrendo no reator é a fissão dos núcleos dos átomos pesados. A fissão ocorre quando o núcleo absorve um neutron e é acompanhada da liberação de grande quantidade de energia ( $\sim 3,2 \times 10^{-11}$  joules por fissão  $\sim 0,9 \times 10^{-17}$  Kwh por fissão), bem como da emissão de novos neutrons (em média 2,5 neutrons por fissão). Estes neutrons podem ser utilizados para provocar a fissão de outros núcleos, que emitem mais neutrons, e assim sucessivamente, possibilitando o desencadeamento do que chamamos de reação em cadeia.

A experiência prova que a probabilidade do neutron induzir a fissão nos núcleos físséis é tanto maior quanto menor a sua velocidade. Por outro lado, os neutrons produzidos na fissão são emitidos com grande velocidade. Por isto, na grande maioria dos reatores atualmente existentes, introduz-se no reator uma substância que seja eficiente para fazer com que estes neutrons percam rápida e eficientemente sua energia. Os materiais que exercem esta função no reator são chamados Moderadores de Neutrons, ou simplesmente, Moderadores.

Nem todos reatores têm moderador. É possível construir reatores em que os neutrons produzidos pela fissão, são usados para provocar novas fissões, com energia praticamente igual à que possuem quando emitidos. Sob este critério, podemos classificar os reatores nos seguintes tipos:

- Reatores Rápidos: são aqueles que não possuem moderador, e onde, portanto, a energia média dos neutrons provocando fissões é praticamente igual à original.

- **Reatores Térmicos:** são reatores em que os neutrons rápidos produzidos na fissão, antes de terem oportunidade de provocar novas fissões, cedem sua energia aos átomos ou moléculas do moderador, entrando em equilíbrio térmico com os mesmos; são chamados Neutrons Térmicos. A quase totalidade dos reatores atuais são deste tipo.

- **Reatores Intermediários:** são os que estão entre os dois extremos acima.

Os bons moderadores devem ser constituídos de núcleos leves e serem muito fracos absorvedores de neutrons. Os principais materiais usados atualmente como moderador são:

- **Água Leve ( $H_2O$ ):** usado nos reatores a urânio enriquecido; é o moderador dos reatores PWR e BWR.

- **Água Pesada ( $D_2O$ ):** usado principalmente nos reatores a urânio natural; é o moderador dos reatores tipo CAN DU, canadenses e no SGHWR.

- **Grafita:** inicialmente usado nos reatores a urânio natural, ingleses e franceses; atualmente usado nos reatores a alta-temperatura, dos quais existem apenas alguns protótipos em funcionamento no mundo.

Os reatores, para serem operados convenientemente, exigem um sistema de controle que permita seu desligamento nas ocasiões desejadas, ou sua operação nos níveis de potência desejados. Este sistema opera através da introdução ou retirada, do núcleo do reator de substâncias altamente eficientes para absorver neutrons. Isto pode ser obtido de 3 maneiras diferentes:

- introdução ou retirada de barras absorvedoras de neutrons no núcleo

- concentração variável de uma substância absorvedora no núcleo

- colocação, no interior do reator, de barras que



se "queimam" durante o funcionamento do mesmo.

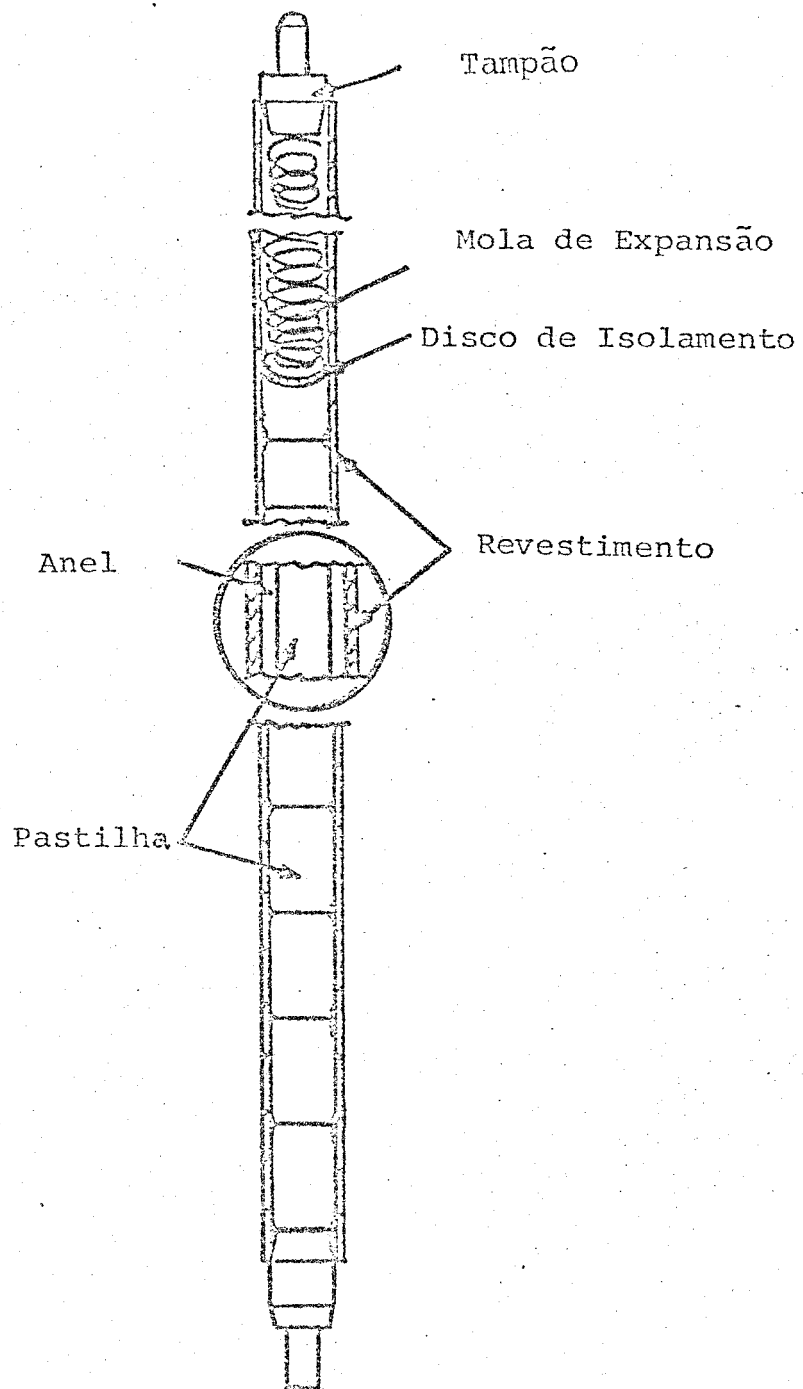
Descreveremos com um pouco mais de detalhe o combustível do reator, em vista da sua importância especial no SNPV.

#### 4.1.2. O Combustível

Na maior parte das centrais nucleares (em particular nas centrais tipo PWR e BWR) está sob a forma de óxido de urânio ( $UO_2$ ), levemente enriquecido no isótopo U-235, e sinterizado em pastilhas (pellets) cilíndricas de  $H \approx 1,5$  cm x  $\varnothing \approx 1$  cm. Estas pastilhas são empilhadas no interior de tubos de aço inoxidável, ou, mais recentemente de ligas de zircônio (Zircaloy), de paredes finas ( $\sim 0,5$  mm), cuja função principal é reter os produtos resultantes da fissão do urânio (Produtos de Fissão), altamente radioativos, impedindo que os mesmos contaminem o sistema de resfriamento. É através destes tubos de revestimento (em inglês: "clad") que o calor gerado no interior das pastilhas é transferido para o fluido de resfriamento. O tubo de revestimento é hermeticamente fechado em suas extremidades e contém um gás inerte em seu interior, geralmente Hélio. Um tubo contendo as pastilhas de  $UO_2$ , mede em geral alguns metros (em Angra  $\sim 3,60$  m) de comprimento e constitui o que chamamos de Vareta Combustível (em inglês: "Fuel Rod"). Um conjunto de varetas combustíveis, agrupadas paralelamente umas às outras e montadas em grades especiais de suporte e separação, constitui o Elemento Combustível (em inglês: "Fuel Element"). O elemento combustível é a unidade fundamental básica da carga de combustível dos reatores nucleares. A figura I-8 mostra um esquema de uma vareta combustível; a figura I-9 mostra o desenho de um elemento combustível típico de um reator PWR.

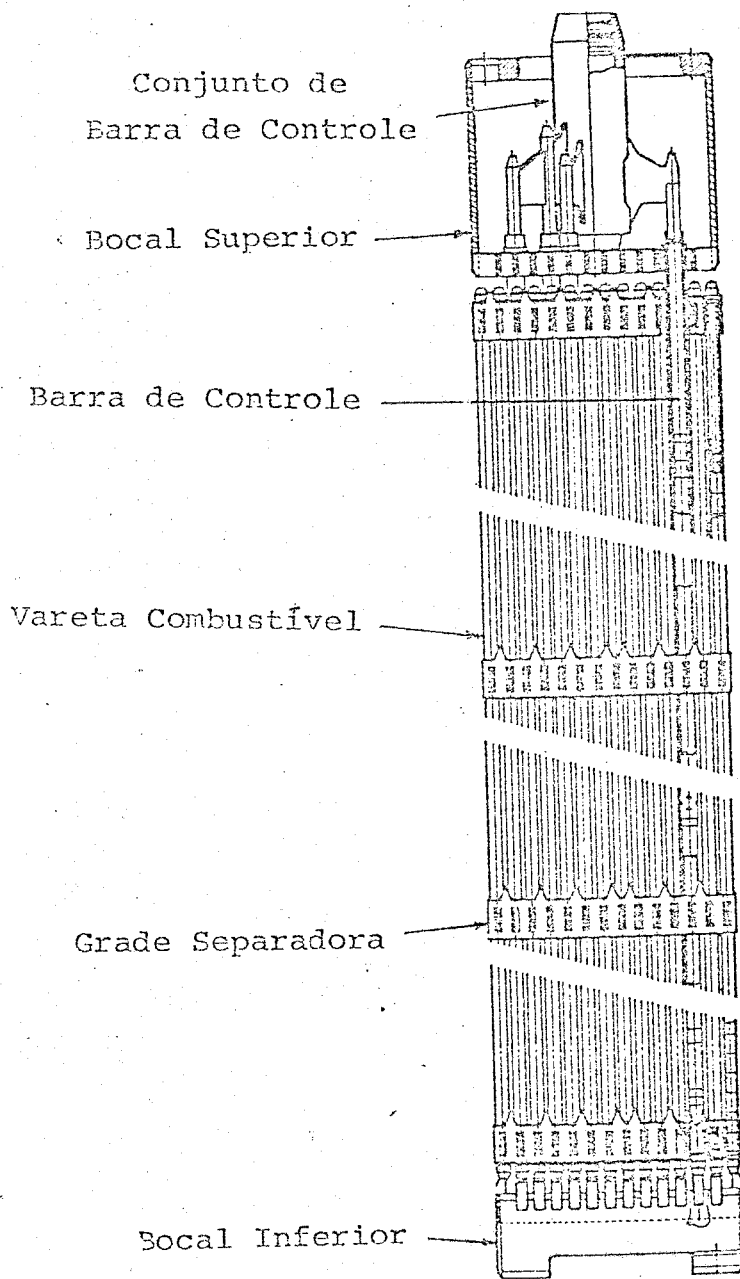
#### 4.1.3. O Sistema de Penetração do Calor

Os canais de resfriamento são as regiões de passagem entre as varetas combustíveis e grades separadas.



Corte Longitudinal de uma Vareta Combustível

Fig. I-8



Elemento Combustível do PWR

Fig. I-9

ras, ao longo das quais circula o fluido primário de resfriamento. Em geral o fluido penetra no canal por uma de suas extremidades, a uma temperatura mais baixa (temperatura de entrada), e o percorre, ao longo do seu comprimento, em circulação forçada. Durante o percurso, a entalpia cresce às custas do calor que lhe é transmitido através do revestimento das varetas combustíveis. Este aumento de entalpia aparece principalmente sob a forma de calor sensível, traduzindo-se em elevação da temperatura do fluido, que sai dos canais a uma temperatura mais elevada do que a da entrada (temperatura de saída). O fluido assim aquecido, é levado por tubulações especiais (perna quente do sistema) ao Gerador de Vapor (caso dos PWR's) onde cede calor ao fluido secundário. Após sair do Gerador de Vapor o fluido resfriado é encaminhado a uma bomba especial, responsável pela recirculação do fluido no sistema. Em geral, o fluido primário de resfriamento percorre o reator na direção vertical, de baixo para cima.

#### 4.1.4. O Sistema de Pressão

Com o objetivo de melhorar as características termodinâmicas do calor produzido no reator (maiores rendimentos termodinâmicos do ciclo) altas temperaturas são desejáveis no fluido primário. Isto exige pressões elevadas no circuito primário ( $\sim 150$  atm no PWR) que são mantidas e controladas por sistemas especiais, os quais implicam em sérios problemas de engenharia termo-hidráulica, mecânica e metalúrgica. Para a manutenção da pressão, no interior do reator, duas soluções foram desenvolvidas em maior escala:

- a solução dos Tubos de Pressão, ou Tubos de Força, em que o fluido primário circula, dentro do reator, no interior de tubos de paredes mais grossas, os quais mantêm a pressão desejada, ficando o exterior a pressões mais baixas. Foi a preferida pelos canadenses em sua linha

de reatores tipo CANDU, que utilizam Urânio Natural como combustível e são resfriados e moderados a água pesada. Foi também a adotada nas centrais tipo SGHWR referidas anteriormente.

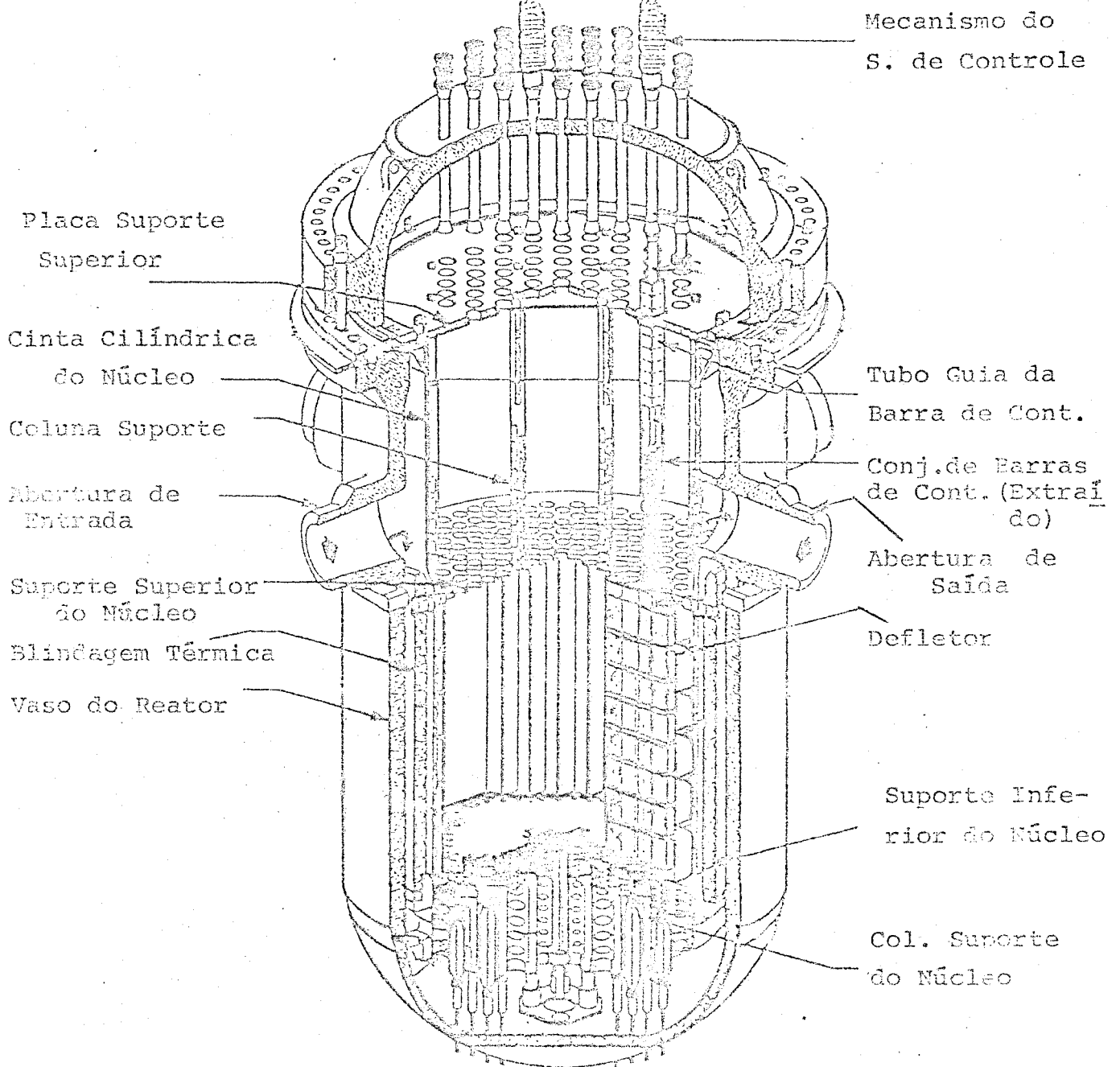
- a solução do Vaso de Pressão, em que a pressão é mantida em todo reator (combustível, fluido de resfriamento, moderador, etc.), por um vaso de paredes grossas apropriadamente construída para esta função. Foi a preferida nos reatores PWR e BWR. Os vasos são construídos com chapas de aço, de 30 cm a 40 cm de espessura, soldadas e testadas com equipamentos especiais. No interior do vaso existem diversos acessórios destinados à sua proteção e a facilitar a circulação da água em seu interior. A figura I-10 mostra um corte em um vaso de pressão típico de um reator PWR, vendo-se o reator e diversos internos do vaso. A pressão no Sistema de Remoção do Calor é controlada através de um dispositivo especial, que, esquematicamente funciona como câmara de expansão e condensação; é chamado Pressurizador (ver figura I-5).

#### 4.1.5. O Gerador de Vapor

No gerador de vapor é produzido o vapor que vai acionar as turbinas. Seu projeto e desenvolvimento beneficiaram-se bastante da experiência nos trocadores de calor convencionais. Nas centrais nucleares, em geral, o fluido primário circula no interior de tubos e o secundário externamente. As soluções mais comumente adotadas são as de travessia direta do trocador de calor ou de tubos em U. A figura I-11 mostra um corte em um trocador de calor em uma central PWR típica.

#### 4.1.6. Bombas, Válvulas e Demais Acessórios

As bombas são usadas para manter a circulação do



Corte no Vaso de Pressão de um PWR Típico

Fig. I-10

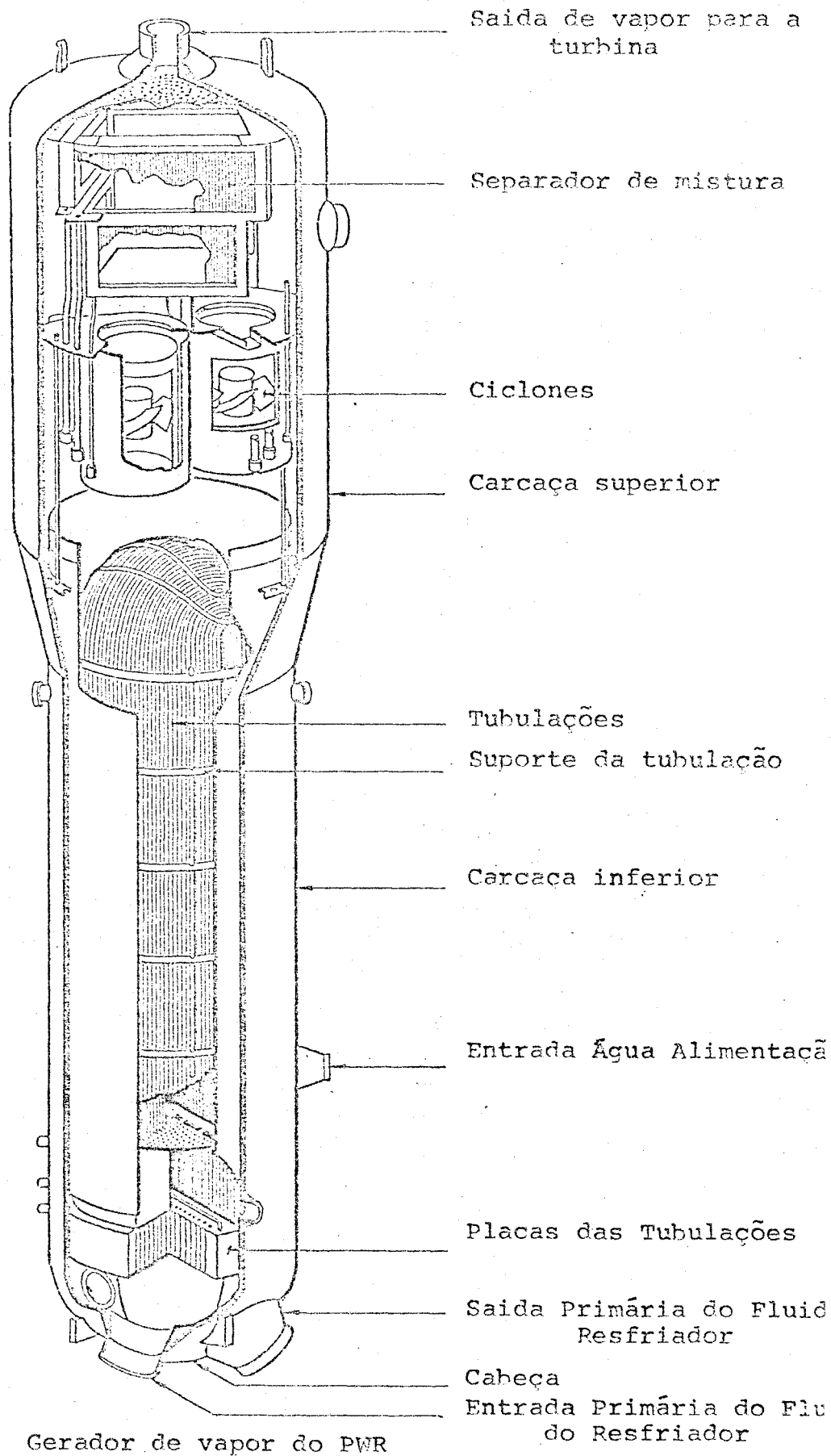


Fig. I-11

fluido refrigerante e compensar as perdas de carga ocorridas no trajeto, distinguindo-se das bombas convencionais, apenas por causa das condições excepcionais em que trabalham. A mesma observação se aplica às Válvulas e demais Acessórios.

#### 4.2. Blindagem e Sistemas de Proteção Contra as Radiações

Durante o funcionamento de um reator, além da liberação de energia e emissão de neutrons, ocorre também a emissão de radiação. Isto exige que o vaso de pressão seja envolvido por uma parede suficientemente grossa para absorver esta radiação e proteger o ambiente fora do vaso. Esta proteção, que é chamada Blindagem, é geralmente construída de concreto e tem alguns metros de espessura. Mesmo com o reator desligado, a radioatividade dos núcleos fragmentos da fissão, chamados Produtos de Fissão, exige esta blindagem, para que o pessoal trabalhando na central, possa se aproximar do vaso de pressão. Além da blindagem específica do vaso de pressão, vários outros componentes da central exigem blindagens especiais.

Por outro lado, em todos pontos da central, onde haja o perigo de escapamento de radioatividade, existem detectores e sensores especiais, que indicam, contínua ou intermitentemente, o nível de radioatividade nestes pontos, e, em certos casos, soam alarmes indicando a falha, para que possa ser corrigida

#### 4.3. Sistemas de Contenção

O vaso de pressão e todo conjunto do SNPV são contidos em um edifício especial, chamado Vaso de Contenção ou Sistema de Contenção, destinado a conter todos vapores ou gases que possam ser liberados em caso de falha do vaso de pressão ou de qualquer outra seção do sistema onde existam altas pressões. O volume do vaso de contenção é geralmente



várias dezenas de vezes maior que o volume do vaso de pressão. Suas paredes são calculadas de maneira a resistir ao impacto produzido por alguma falha do sistema de alta pressão.

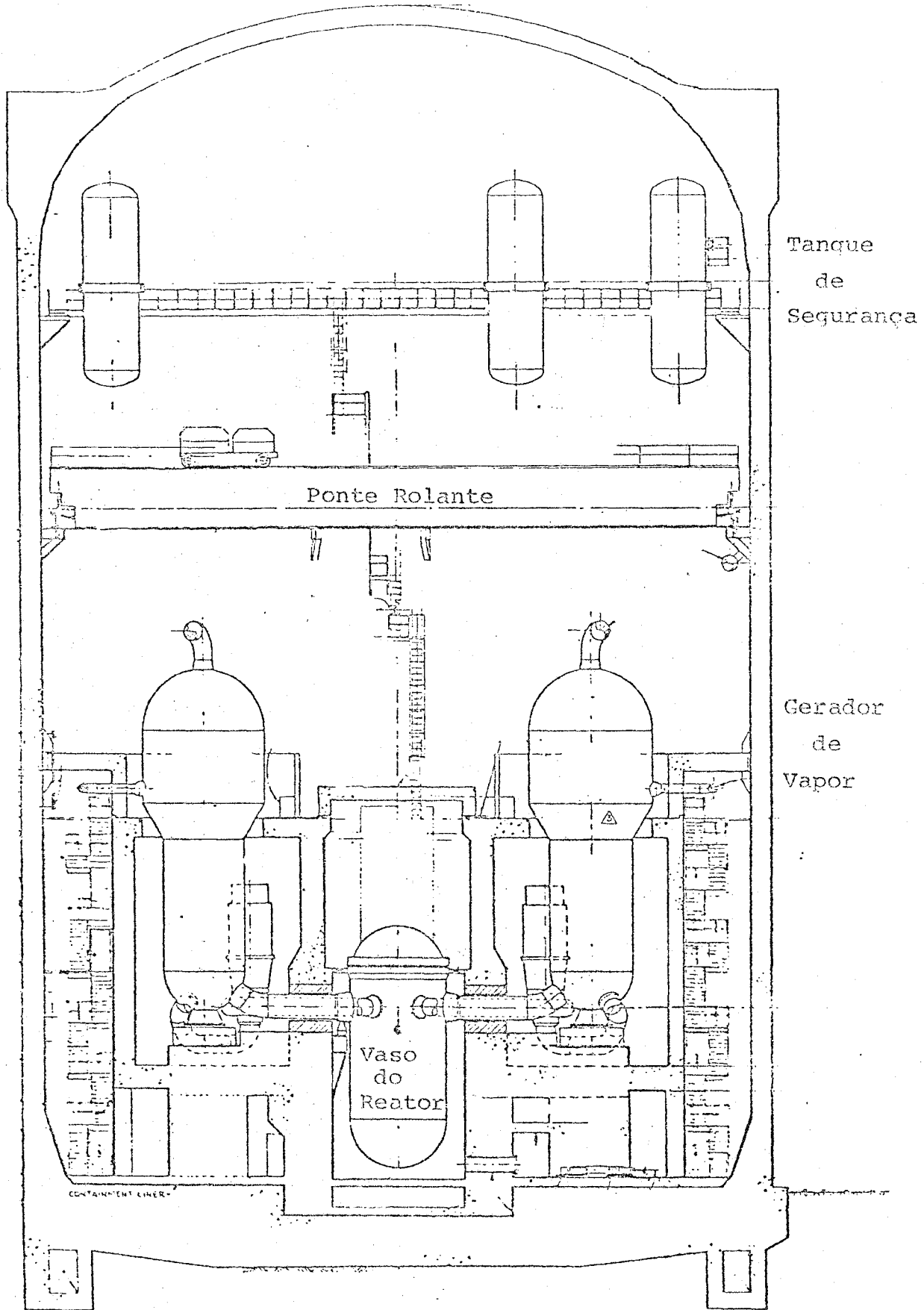
Em geral é construído com paredes duplas, sendo a região entre as mesmas mantida com sub-pressão. Isto impede que os gases liberados no seu interior, escapem para a atmosfera.

No interior do vaso de contenção estão também vários outros sistemas e equipamentos auxiliares da central, relacionados diretamente com o SNPV. Destes, os mais importantes são os usados para retirada da tampa do vaso de pressão, permitindo acesso direto ao reator. Este equipamento é normalmente usado nos períodos de troca de combustível do reator, ou nas inspeções periódicas de manutenção.

O equipamento mais pesado, é uma ponte rolante com capacidade para mais de 100 toneladas, capaz de suportar a tampa do vaso de pressão. A figura I-12 representa o esquema de um vaso de contenção de um PWR com seus componentes internos e o SNPV.

#### 4.4. Sistemas de Segurança

Ao lado do vaso de contenção, estão alguns Sistemas de Segurança destinados a atuar em caso de acidentes ou falhas de certa gravidade no SNPV. O principal destes é o Sistema de Emergência de Resfriamento do Núcleo - SPRN (em inglês: Emergency Core Cooling System - ECES) destinado a retirar o calor residual do reator, em caso de falha do sistema de remoção do calor ou de perda do fluido refrigerante. Este sistema está separado do sistema principal por um "sêlo", que se rompe quando a pressão neste sistema cai abaixo de um limite prefixado. Outros sistemas auxiliares de segurança estão também aí localizados.



Corte do Vaso de Contenção do PWR

Fig. I-12

#### 4.5. Armazenagem de Combustíveis Novos e Irrradiados

Locais especiais são previstos, próximo ao vaso de contenção, para armazenamento dos elementos combustíveis novos de reserva, antes de serem os mesmos colocados no reator. O principal cuidado que se deve ter nestes locais, além da manutenção da integridade dos mesmos, é evitar que atinjam a massa crítica, o que iniciaria espontaneamente uma reação em cadeia, mesmo no caso do local se encher acidentalmente de água.

O problema principal se relaciona com o armazenamento do combustível irradiado, saindo do reator, devido a elevada radioatividade dos mesmos. Neste caso, além dos cuidados referidos anteriormente, é necessário prevêr-se uma blindagem adequada, bem como a retirada do calor residual, gerado por esta radioatividade. O combustível irradiado, que sai do reator, necessita ficar algum tempo "esfriando" próximo à central, a fim de facilitar seu futuro transporte para a usina de reprocessamento de combustível, ou para locais definitivos de armazenamento. O verbo "esfriar" usado acima é comumente empregado, neste caso, com o significado de "diminuir a radioatividade".

#### 4.6. Sistemas de Instrumentação e Controle da Central

Fazem parte destes sistemas, além da instrumentação comum às centrais térmicas, uma enorme variedade de instrumentos, medidores, sensores, servo-mecanismos, etc., que permitem o controle completo, seja do reator propriamente dito, seja de todos outros sistemas da central. Sua grande variedade não nos permite uma descrição completa no âmbito do presente trabalho. Limitar-nos-emos a descrever, de modo sumário, o sistema diretamente ligado ao reator.

As principais grandezas medidas no reator são:

- potência do reator, a qual é medida indiretamente; mede-se o fluxo de neutrons, que é proporcional à potência.

- distribuição da potência no reator; também medida através da distribuição de fluxo; seu conhecimento é necessário para evitar a ocorrência de pontos anormalmente quentes ou frios no reator, o que poderia danificar o sistema.

- medida do período instantâneo do reator; o período de um reator é o tempo, durante o qual sua população de neutrons, e portanto, sua potência, se multiplica por um fator igual a  $e$  ( $\approx 2,7183$ ); normalmente deve-se evitar períodos muito curtos na operação do reator, pois isto poderia deixá-lo fora do controle dos operadores ou, por choque térmico, danificar alguns de seus componentes.

- medidas de temperatura; necessárias para manutenção da estabilidade termo-hidráulica do reator.

- medidas de pressão; servem para o controle em condições normais e para a detecção de possíveis fugas no sistema.

- medidas de vazão; para controle da circulação do fluido de resfriamento.

- medidores de tensão; para verificação da estabilidade mecânico-estrutural.

- outras medidas.

CAPÍTULO II

BASES FÍSICAS E PROBLEMAS DE  
ENGENHARIA NO PROJETO E CÁLCULO DE REATORES

1. INTRODUÇÃO

A produção de energia elétrica não é a única aplicação possível dos reatores nucleares. Várias centenas de reatores de pesquisa existem em funcionamento no mundo; outros destinam-se à produção de materiais físséis; outros à irradiação e/ou teste de materiais e componentes; outros à propulsão naval e submarina, etc. É, entretanto, nos reatores destinados à produção de energia, que encontramos os problemas mais complexos e em maior número. Em parte isto se deve ao elevado custo unitário de uma central nuclear e à grande variedade dos equipamentos nela encontrados.

A solução destes problemas, obviamente de caráter multi-disciplinar, exige o concurso de técnicos das mais diversas especialidades. O objetivo final é a otimização técnica e econômica da central, como um todo, visando a produção de energia a baixos custos unitários.

2. NATUREZA DOS PROBLEMAS ENVOLVIDOS

2.1. O primeiro tipo de problema que surge no cálculo e projeto de um reator nuclear é a determinação das condições para manutenção da reação em cadeia (criticalidade do reator), nas mais diversas condições de funcionamento da central.

Outros problemas surgem em consequência da intensidade e variedade das radiações que são geradas no interior

do reator, sendo este, de longe, a maior fonte de radiações já construída pelo homem. A análise, seleção e produção de materiais adequados ao uso na construção dos reatores nucleares, além de gerar sérios problemas, desafiando nossa engenhosidade, propiciou o desenvolvimento de novas tecnologias e impôs exigências e especificações de natureza, e em um grau, jamais encontrados anteriormente. A metalurgia foi obrigada a se desenvolver, em bases completamente revolucionárias, sob o impacto dessas exigências. A qualidade dos materiais, componentes e equipamentos, agora sob métodos de controle completamente novos, é submetida a rígidos critérios para sua garantia e confiabilidade.

A geração de calor, em taxas e concentrações várias ordens de grandeza maior do que nos métodos convencionais, necessitou o desenvolvimento de uma engenharia termo-hidráulica, e de uma tecnologia, inteiramente voltadas para solução do novo tipo de problema. Assim também ocorreu com os problemas mecânico-estruturais encontrados nos reatores nucleares.

Por fim, o destino final a ser dado aos rejeitos provenientes dos reatores, altamente radioativos, e o problema de localização ótima das centrais nucleares, estão a exigir dos especialistas o máximo de imaginação e talento, de maneira a satisfazer uma humanidade cada vez mais exigente e ciosa da conservação ecológica do planeta.

2.2. A dimensão e complexidade de cada um dos problemas enumerados acima são suficientes para justificar a formação de especialistas, com alto grau de sofisticação e profundidade nos níveis de conhecimento dos respectivos ramos. Há, entretanto, uma diferença na filosofia a adotar na formação desses especialistas, consequência do relacionamento diferente entre os diversos tipos de dificuldades.

Os problemas de blindagem, contenção e proteção

contra as radiações, de ciência dos materiais e do comportamento destes nas condições existentes num reator; a produção de materiais em alto grau de pureza; a metalurgia nuclear; os problemas de tratamento e disposição dos rejeitos radioativos, etc., todos eles, podem ser tratados e ensinados através de um elenco de disciplinas específicas, com certo grau de independência em relação ao reator em si. Os especialistas em reatores propriamente dito forneceriam àqueles dos diversos campos, os dados básicos de seu problema.

O mesmo não pode ser dito em relação aos projetos termo-hidráulicos, mecânico-estruturais e de cálculo físico dos reatores, os quais guardam, em todos níveis e sob todos aspectos, íntima relação entre si. Os estudos de localização de centrais nucleares, do ciclo de combustível e dos aspectos econômicos da geração núcleo-elétrica, formam, respectivamente, um terceiro e um quarto tipo de problemas, com peculiaridades próprias.

Quase 30 anos de experiência na formação de especialistas no projeto e cálculo de reatores, confirmaram e consolidaram esta filosofia. Em todo o mundo, os cursos correspondentes são basicamente cursos de Física, Termo-Hidráulica e Engenharia de Reatores. As outras disciplinas são ensinadas apenas a níveis de formação intermediária. Por outro lado, a formação dos especialistas nos outros campos da energia nuclear é feita em cursos específicos separados.

2.3. Há uma relação dinâmica, contínua entre o comportamento termo-hidráulico e neutrônico do reator, manifestando-se através de efeitos de realimentação em todos níveis, desde a fase de cálculo e projeto do reator, até o funcionamento, operação e exploração da central nuclear. As características e parâmetros físicos do reator geram dados que condicionam a sua performance e comportamento termo-hidráulico, e, vice-versa, são a performante termodinâmica e os limites de tempe

ratura que determinam as composições básicas dos diversos componentes do reator, as quais fornecem os dados básicos para o seu cálculo e projeto neutrônico.

### 3. ETAPAS PRINCIPAIS NO PROJETO E CÁLCULO DO REATOR PARA UMA CENTRAL NUCLEAR

A descrição aqui apresentada é apenas esquemática. Maior detalhe do assunto deveria ser por si só, objeto de um livro especializado. O projeto, obviamente, começa pela definição e seleção de certas opções básicas, por exemplo: potência térmica total do reator, rendimento termodinâmico global, concepção básica do elemento combustível, regime de transferência de calor no canal, velocidade do fluido, composição, enriquecimento e tipo do combustível, revestimento, etc. Estas opções que podem ser modificadas no decorrer dos trabalhos, se traduzem em grandezas, que constituem dados de entrada para cálculos paramétricos preliminares. Com os resultados destes estudos paramétricos, desenvolve-se e estabelece-se um projeto de referência, que serve de base para os estudos e cálculos de detalhes preliminares a nível de anteprojecto. Daí em diante, o prosseguimento do plano se que linhas que dependem das circunstâncias particulares de cada caso.

### 4. DIFERENTES NÍVEIS DOS MÉTODOS DE CÁLCULO

#### 4.1. Opções Básicas

Cálculos feitos baseados em princípios fundamentais da física e em idéias elementares de engenharia, analisam de modo grosseiro, a coerência e viabilidade, das opções escolhidas.



#### 4.2. Estudos Paramétricos

Métodos de cálculo mais refinados, baseados em modelos aproximados para representar as diversas situações encontradas, estudam a influência de certos parâmetros fundamentais, que representem variáveis otimizáveis, por exemplo; relação moderador combustível, potência específica, taxa de queima do combustível, altura dos canais, número de varetas por elemento combustível, número de ciclos independentes de refrigeração, temperatura de entrada do fluido de resfriamento, etc. Fornece como resultados principais as dimensões e características básicas para o projeto de referência e permite comparações grosseiras de custo. Os cálculos são feitos em geral com códigos simplificados de computador.

#### 4.3. Detalhe do Anteprojeto

Exige métodos rigorosos de cálculo, feitos com o uso de códigos de computador bem mais precisos e complexos do que os anteriores, exigindo máquinas de grande capacidade. Em capítulos posteriores descreveremos estes métodos de cálculo e alguns dos principais códigos utilizados.

### 5. DESENVOLVIMENTO DE UM FORMULÁRIO PARA CÁLCULOS PARAMÉTRICOS

No Anexo I apresentamos um exemplo de formulário de cálculo para estudos paramétricos. Foi elaborado pelo autor e colaboradores: S.S. Brito, C.W. Urban, R.B. Pinheiro, F.A.N. Carneiro, tendo sido utilizado nos cálculos do reator de referência para o PROJETO INSTINTO, o primeiro do antigo GRUPO DO TÓRIO, do IPR. Segue a seguinte ordem:

5.1. Raio da Vareta: cálculo da condução do calor na vareta combustível. Dados de entrada: potência específica e integral de condutividade do combustível, dimensão do vão (gap)

e espessura do revestimento. Resultados principais: raio da vareta e densidade média do combustível.

5.2. Cálculos do Canal: Cálculos de transferência de calor ao fluido refrigerante e da termo-hidráulica do canal. Dados de entrada: fluxo de calor (obtido do cálculo anterior), velocidade do fluido, temperaturas do revestimento e do refrigerante. Resultados principais: unidade básica para o projeto do elemento combustível, números característicos do regime de escoamento do fluido nos canais, etc.

5.3. Cálculos Geométricos: Cálculos geométricos da célula, do elemento combustível e dimensões do reator. Dados de entrada: resultados dos cálculos anteriores, potência do reator, relação volume moderador/volume combustível, dimensões das grades separadoras, etc.. Resultados principais: dimensões características da célula e do reator, laplaciano geométrico do reator, etc.

5.4. Cálculos do Grupo de Neutrons Rápidos: Cálculo das diversas contribuições dos neutrons rápidos moderação e thermalização de neutrons. Dados de entrada: resultados dos cálculos anteriores, seções de choque de absorção, fissão, difusão, transporte, todas no espectro rápido, probabilidades de colisão, etc.. Resultados:  $E$ ,  $L_S^2$ , etc.

5.5. Cálculos das Ressonâncias: Cálculo da probabilidade de escape à ressonância e dos coeficientes Doppler de temperatura.

5.6. Cálculos do Combustível: Cálculos da composição do combustível e da reprodução de neutrons. Dados de entrada: resultados dos cálculos anteriores, seções de choque térmicas diversas, número de neutrons produzidos por fissão, parâmetros para as seções de choque de Westcott, temperatura do moderador, etc.. Resultados:  $\eta$ , concentrações dos núcleos pe-

sados, fluxo de Westcott, etc.

5.7. Cálculos Térmicos: Cálculo das absorções térmicas e dos fluxos médios na célula, cálculo da área de difusão.

5.8. Cálculo das Fugas de  $K_{eff}$  e  $K_{eff}$ : representa a parte final do cálculo de criticalidade do reator.

5.9. Cálculos do Enriquecimento do Combustível e do seu Inventário: Calcula a quantidade de combustível (imobilizada na central).

5.10. Cálculos Econômicos: Calcula os custos de geração do Kwh e os custos do combustível.

5.11. Cálculos de Conversão: Calcula o fator de conversão do combustível e o consumo de material físsil.

6. Uma versão posterior do formulário de cálculo acima, modificada e bastante ampliada, foi transformada em código, escrito em FORTRAN-II, e rodado no computador 1130 da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

Códigos deste tipo não fornecem a precisão exigida para os cálculos de detalhes necessários ao anteprojeto. Por exemplo: o cálculo térmico da vareta supõe distribuição uniforme da potência, ou seja, do fluxo de neutrons, o que é uma aproximação muito conservativa. Por outro lado, os únicos fatores de canal quente considerados são os nucleares, radial e axial, aplicados apenas à potência específica. Não é levada em conta a variação do acréscimo unitário da entalpia ao longo do canal. Nos próximos capítulos discutiremos métodos mais rigorosos de cálculo.

### CAPÍTULO III

#### CÁLCULO TÉRMICO DA VARETA COMBUSTÍVEL

##### 1 - Introdução

Como já foi explicado no Capítulo anterior, o cálculo do reator geralmente começa pelo dimensionamento da vareta. Este dimensionamento (na maior parte dos casos, vareta cilíndrica: reatores PWR, BWR, CANDU, MAGNOX, etc.) tem por objetivo a determinação do raio R e da altura H da vareta. Como se sabe, do ponto de vista puramente neutrônico, um reator pode, teoricamente, estar crítico a qualquer nível de fluxo e, conseqüentemente, de potência. Assim, sob o mesmo aspecto a vareta combustível pode gerar qualquer quantidade de calor. O que limita, na prática, a potência nela gerada, é a capacidade de remoção do calor correspondente.

O cálculo térmico da vareta combustível de um reator destina-se então a determinar quais as dimensões máximas que a mesma pode ter, de maneira que o calor gerado possa ser extraído pelo sistema de remoção do calor, sem serem ultrapassados os limites tecnológicos (tensões térmicas, pressão, etc.) e térmicos (temperaturas de fusão, mudanças de fase, etc.), que poderiam comprometer sua integridade.

O raio da vareta é limitado pela capacidade de condução do calor através da pastilha de  $UO_2$ , do vão (Gap) diametral e do revestimento. Os métodos usados para seu dimensionamento serão analisados criticamente no presente capítulo.

A altura da vareta está limitada pelas características termo-hidráulicas do canal, e a análise crítica dos métodos de estudo da mesma será objeto do próximo capítulo.

## 2 - Limites Tecnológicos e Térmicos

A vareta combustível é dimensionada tomando-se como referência o que é chamado de Ponto Quente (em inglês: Hot Spot). O conceito de Ponto Quente leva em conta a possibilidade de ocorrência de todas as condições desfavoráveis em um mesmo ponto do reator, suposto funcionando à potência ligeiramente acima da nominal: 10% a 15% (over power). O limite imposto é para evitar que a temperatura máxima atingida, nas condições acima, provoque fusão em alguma região da vareta combustível. Outros limites térmicos são: temperaturas correspondentes a mudanças de fase indesejáveis em qualquer dos componentes da vareta; temperaturas excessivamente elevadas, seja no revestimento de Zircaloy, que podem provocar reações violentas com o vapor, seja no contacto  $UO_2/Zr$ , que pode provocar reação entre os mesmos; etc. Os limites termológicos principais são: tensões térmicas, pressão interna, inchamento da vareta, etc.

A análise é feita considerando-se as seguintes variáveis básicas:

- quantidade de calor atravessando uma área  $A$  por unidade de tempo =  $q$
- densidade linear de potência ou potência por unidade de comprimento da vareta combustível =  $q'$
- fluxo de calor por unidade de tempo ou seja, calor por unidade de área, por unidade de tempo =  $q'' = q/A$  onde  $A = 2\pi RL$
- densidade volumétrica de potência na vareta combustível =  $q''' = q/v = \rho' p$  onde  $\rho'$  = densidade do combustível e  $p$  = potência específica no combustível ou potência por unidade de massa.

O fluxo de calor  $q''$  é determinado pelos perfor-

mance termo-hidráulica no canal. A densidade linear de potência é limitada pela temperatura máxima da vareta, desde que a temperatura na superfície do revestimento esteja fixada, como pode ser visto nas equações estabelecidas na seção seguinte. (Integral de condutividade térmica). Assim o raio  $R$  da vareta é determinado pela potência específica.

### 3 - Equações de Condução do Calor na Vareta

A equação básica para descrição da condução de calor na vareta é a equação de Fourier:

$$q_x = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{Eq. III-1})$$

onde:  $q_x$  = calor atravessando a superfície  $A$ , na direção  $x$ , por unidade de tempo

$A$  = área perpendicular à direção  $x$

$T$  = temperatura

$k$  = condutividade térmica

Para geometria cilíndrica, após integração e introdução das condições de contorno apropriados, esta equação fornece as seguintes relações:

3.1 - Supondo a condutividade térmica e a densidade volumétrica de potência constantes, teremos (Ver Anexo II):

3.1.1 - Para a pastilha, sem revestimento:

$$\hat{T} = T_s + \frac{q''' R_o^2}{4 k_{comb}} \quad (\text{Eq. III-2})$$

onde:  $\hat{T}$  = temperatura máxima ocorrendo no centro da pastilha  
 $T_s$  = temperatura na superfície da pastilha  
 $q'''$  = densidade volumétrica de potência  
 $R_o$  = raio da pastilha  
 $k_{comb}$  = condutividade do combustível.

A expressão acima não inclui a influência do revestimento e da temperatura do fluido refrigerante. É apropriada para análise da dilatação da pastilha e da temperatura no contacto pastilha/revestimento.

3.1.2 - Incluindo o revestimento e o refrigerante, a integração da equação III-1 após modificação (para adaptá-la às condições de cada região), e inclusão das constantes de integração, dá (Ver Anexo II):

$$\hat{T} = T_{ref.} + \frac{q''' R_o^2}{4 k_{ref.}} + \frac{q''' R_o^2}{2} \left[ \frac{1}{k_{rev.}} \ln \frac{R}{R_o} + \frac{1}{h R} \right] \quad (\text{Eq. III-3})$$

onde:  $T_{\text{refr}}$  = temperatura média do refrigerante  
 $k_{\text{refr}}$  = condutividade térmica do refrigerante  
 $R$  = raio da vareta = raio externo do revestimento  
 $h$  = coeficiente de transferência de calor da superfície externa do revestimento para o fluido refrigerante.

3.1.3 - Para incluir o revestimento, o refrigerante e o vão (Gap) diametral, basta que usemos a analogia elétrica, o que nos permitirá escrever imediatamente:

$$T_s = T_{\text{refr.}} + \frac{q''' R_o^2}{2} \left[ \frac{1}{k_g} \ln \left( \frac{R_o + g}{R_o} \right) + \frac{1}{k_{\text{rev.}}} \ln \frac{R}{R_o} + \frac{1}{hR} \right] \quad (\text{Eq. III-4})$$

onde:  $k_g$  = condutividade térmica do vão (Gap)  
 $R_o$  = raio da pastilha  
 $g$  = espessura do vão (Gap)

e os demais símbolos têm o mesmo significado do anterior.

3.2 - Supondo constante a densidade volumétrica de potência e a condutividade térmica dependendo de T, isto é:

$$k = k(T),$$



vem:

3.2.1 - Para a pastilha sem revestimento:

$$\int_{T_s}^{\hat{T}} k(T) dT = \frac{q'' R_o^2}{4} \quad (\text{Eq. III-5})$$

Para os cálculos, é mais conveniente exprimir esta equação, empregando a densidade linear de potência  $q'$ , onde:

$$q' = \pi R_o^2 \times q'' \quad (\text{Eq. III-6})$$

Neste caso vem:

$$q' = 4\pi \int_{T_s}^{\hat{T}} k(T) dT \quad (\text{Eq. III-7})$$

Em geral, utiliza-se no cálculo a integral da condutividade:

$$\int_{T_s}^{\hat{T}} \quad \text{onde}$$

$$\int_{T_s}^{\hat{T}} = \int_{T_s}^{\hat{T}} k(T) dT; \quad (\text{Eq. III-8})$$

As equações III-7, III-5 fornecem respectivamente:

$$q' = 4\pi \cdot \hat{I}_{T_s} \quad (\text{Eq. III-9})$$

$$R_o = \sqrt{\frac{4 \hat{I}_{T_s}}{q''}} \quad (\text{Eq. III-10})$$

3.3. Supondo variável a densidade volumétrica de potência,  
isto é:

$$q''' = q'''(r).$$

Nas condições reais, a densidade volumétrica de potência no interior da pastilha varia, acompanhando a variação do fluxo de neutrons. Neste caso podemos escrever:

$$q'''(r) = C \times \phi(r) \quad (\text{Eq. III-11})$$

onde:  $\phi(r)$  = fluxo de neutrons na vareta em função do raio  $r$

$C$  = constante de proporcionalidade.

Assim o problema se reduz a determinar a variação do fluxo de neutrons. São três os principais métodos para determinar esta variação:

- pela teoria do Transporte de Neutrons que descreveremos mais adiante;
- pelo método das Probabilidades de Colisão, que também descreveremos mais adiante, sendo que neste caso, o mais comum é usar as idéias do método conhecido como de Amouyal e Benoist.
- pela Teoria da Difusão.

Vamos apresentar aqui os resultados que se obtêm utilizando a Teoria da Difusão. Neste caso, para um combustível de composição radialmente constante, podemos demonstrar que a densidade volumétrica de potência satisfaz a equação :

$$\nabla^2 q_f'''(\vec{r}) - K^2 q_f'''(\vec{r}) = 0 \quad (\text{Eq. III-12})$$

Supondo simetria cilíndrica e a vareta infinita, o que se justifica já que estamos descrevendo seu comportamento térmico por unidade de comprimento, a (Eq. III-12) acima se reduz a:

$$\frac{d^2 q_f'''(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d q_f'''(r)}{dr} - K^2 q_f'''(r) = 0 \quad (\text{Eq. III-13})$$

Trata-se de uma equação de Bessel modificada, de ordem zero. Sua solução mais geral é:

$$q_f'''(r) = C_1 I_0(Kr) + C_2 K_0(Kr) \quad (\text{Eq. III-14})$$

onde:  $q'''(r)$  = densidade volumétrica de potência em função de  $r$

$I_0(Kr)$  = função de Bessel modificada, de primeira espécie e de ordem zero

$K_0(Kr)$  = função de Bessel modificada, de segunda espécie e de ordem zero

$C_1$  = constante arbitrária

$C_2$  = constante arbitrária

Como sabemos:

$$K_0(Kr) \rightarrow \infty$$

quando  $r \rightarrow 0$ : (Eq.III-15)

logo, devemos ter

$$C_2 = 0 \quad \text{(Eq.III-16)}$$

portanto a solução se reduz a

$$q'''(r) = C_1 I_0(Kr) \quad \text{(Eq.III-17)}$$

para determinarmos  $C_1$  basta fazer  $r \rightarrow 0$ ; neste caso vem:

$$q'''(r=0) = q_0''' = C_1 \quad \text{(Eq.III-18)}$$

dando finalmente:

$$q'''(r) = q_0''' I_0(Kr) \quad \text{(Eq.III-19)}$$

É mais interessante exprimir  $q'''(r)$  em função da densidade volumétrica média de potência  $\bar{q}'''$ , que se relacio

na diretamente com a densidade linear de potência:

$$\hat{q}''' = \frac{q'_f}{\pi R_c^2} \quad (\text{Eq. III-20})$$

a qual é um dos dados básicos no dimensionamento da vareta , pois como sabemos se relaciona diretamente com a temperatura máxima  $\hat{T}$  no combustível, para uma mesma densidade volumétrica de potência.

Para a potência média  $\bar{q}'''$  , teremos:

$$\bar{q}''' = \frac{\int_0^{R_0} q'''(Kr) \cdot 2\pi r dr}{\int_0^{R_0} 2\pi r dr} \quad (\text{Eq. III-21})$$

donde; usando a (Eq. III-19)

$$\bar{q}''' = \frac{2q_c''' [I_1(KR_0)]}{(KR_0)} \quad (\text{Eq. III-22})$$

ou seja:

$$q_c''' = \frac{(KR_0) \cdot \bar{q}'''}{2I_1(KR_0)} \quad (\text{Eq. III-23})$$

Levando em (Eq. III-19), vem finalmente:

$$q_f'''(r) = \bar{q}_f''' \frac{KR_0 \cdot I_0(Kr)}{2I_1(KR_0)}$$

(Eq. III-24)

Veremos no Anexo II que, para uma barra com simetria cilíndrica e altura infinita, a equação que descreve microscopicamente a condução radial do calor toma a forma:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( kr \frac{dT}{dr} \right) + q_f'''(r) = 0$$

(Eq. III-25)

integrando:

$$\int_{r=0}^{r_0} d \left( kr \frac{dT}{dr} \right) + \int_{r=0}^{r_0} r q_f'''(r) dr = 0$$

(Eq. III-26)

donde, fazendo uso da (Eq. III-24):

$$kr \frac{dT}{dr} + \bar{q}_f''' \frac{KR_0}{2I_1(KR_0)} \int_{r=0}^{r_0} r I_0(Kr) dr = 0$$

(Eq. III-27)

Lembrando as seguintes relações entre as funções de Bessel  $I_0(z)$  e  $I_1(z)$ :

$$\int z I_0(z) dz = z I_1(z)$$

(Eq. III-28)

obteremos a equação:

$$k \frac{dT}{dr} + \frac{\bar{q}''' R_0}{2 I_1(KR_0)} I_1(Kr) = 0$$

(Eq. III-29)

Integrando entre os limites:

$$r = 0 \quad \text{onde} \longrightarrow T(0) = \hat{T}$$

$$r = R_0 \quad \text{onde} \longrightarrow T(R_0) = T_s$$

vem:

$$\int_{T_s}^{\hat{T}} k(T) dT = \int_{T_s}^{\hat{T}} =$$

$$= \frac{\bar{q}''' R_0}{2 K I_1(KR_0)} \left[ I_0(Kr) \right]_0^{R_0}$$

(Eq. III-30)

ou seja:

$$\begin{aligned} \hat{I}_{T_s} &= \int_{T_s}^{\hat{T}} k(T) dT = \\ &= \frac{\bar{q}''' R_o^2}{4} \left\{ \frac{2 [I_0(KR_o) - 1]}{(KR_o) [I_1(KR_o)]} \right\} \end{aligned} \quad (\text{Eq. III-31})$$

ou ainda, uma forma mais conveniente para o uso comum pelos especialistas:

$$\dot{q}' = 4\pi \hat{I}_{T_s} = 4\pi \int_{T_s}^{\hat{T}} R(T) dT \quad (\text{Eq. III.32})$$

onde:

$\dot{q}'$  = densidade linear de potência na vareta

$\hat{I}_{T_s}$  = integral de condutividade do combustível ( $UO_2$ )

$$\dot{q}' = \frac{2 [I_0(KR_o) - 1]}{(KR_o) [I_1(KR_o)]} = \quad (\text{Eq. III-33})$$



= fator de correção da depressão do fluxo pela Teoria da Difusão.

3.4 - Resumindo o que foi deduzido acima, são as seguintes as equações básicas para o dimensionamento da vareta:

$$f'' = \frac{q'}{2\pi R_0} \quad (\text{Eq. III-34})$$

$$q' = \bar{q}''' \cdot \pi R_0^2 \quad (\text{Eq. III-35})$$

$$q' f = 4\pi \hat{I}_{T_s} \quad (\text{Eq. III-36})$$

$$\hat{I}_{T_s} = I(T_s, \hat{T}) \quad (\text{Eq. III-37})$$

$$f = \frac{2[I_0(KR_0) - 1]}{(KR_0)[I_1(KR_0)]} \quad (\text{Eq. III-38})$$

$$\bar{q}''' = \rho_{\text{comb}} \times p \quad (\text{Eq. III-39})$$

$$\rho_{\text{comb}} = \rho_{\text{comb}}(\hat{T}, T_s) \quad (\text{Eq. III-40})$$

Temos, portanto 11 graus de liberdade:  $q''$ ,  $q'''$ ,  $R_0$ ,  $f$ ,  $I_{T_s}^{\hat{T}}$ ,  $K$ ,  $T_s$ ,  $\hat{T}$ ,  $\rho_{\text{comb}}$ ,  $p$ .  
 Por outro lado, 3 dos parâmetros correspondentes são determinados pelas condições que garantem a integridade da vareta combustível e por características neutrônicas da mesma, a saber:  $T_s$ ,  $\hat{T}$ ,  $K$ .

Restam portanto 8 graus de liberdade e 7 equações, ficando portanto uma variável a ser fixada arbitrariamente. Em geral a variável escolhida é a potência específica, que é a característica que tem influência direta no custo unitário da energia gerada, pois é ela que determina a quantidade de combustível imobilizada no reator.

3.5. Embora nos capítulos seguintes esteja explicado o significado da constante  $k$ , que aparece na (Eq. III-12), no argumento das funções de Bessel e na expressão do fator de depressão do fluxo  $f$ , vamos dar aqui uma explicação preliminar.  $k$  é o inverso do comprimento de difusão para os neutrons térmicos  $L$ , no combustível:

$$k = \frac{\Sigma_a}{D} \quad (\text{Eq. III-41})$$

$\Sigma_a$  = seção de choque macroscópica de absorção do combustível  
 $D$  = coeficiente de difusão para os neutrons térmicos no combustível

#### 4. CÓDIGOS DE COMPUTAÇÃO PARA O CÁLCULO TÉRMICO DA VARETA COMBUSTÍVEL

4.1. Diversos códigos de computação são atualmente

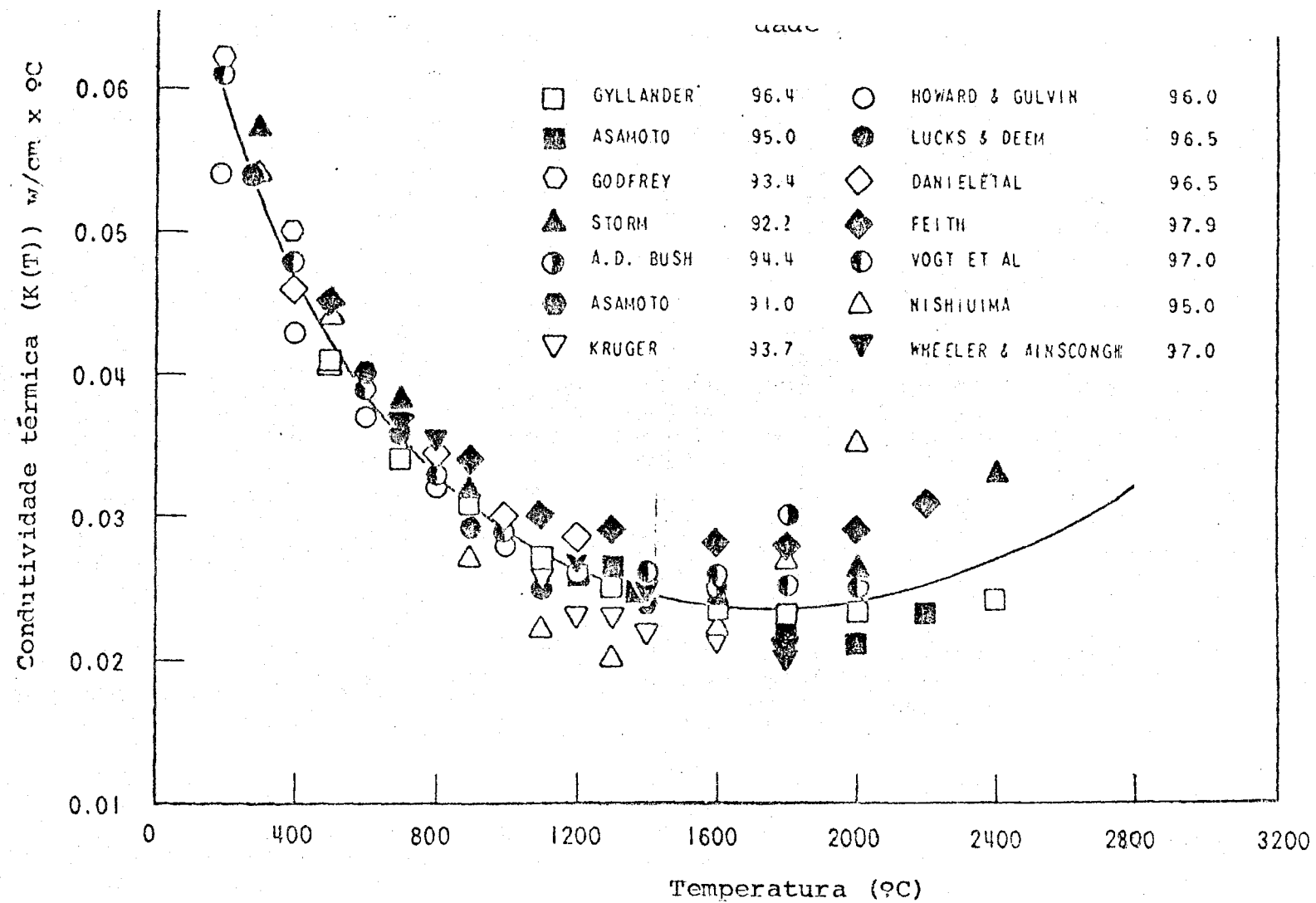
disponíveis para o cálculo térmico da vareta combustível. Os mais simples baseiam-se no modelo descrito anteriormente, que como vimos, aplica a Teoria da Difusão para levar em conta a depressão do fluxo no interior da vareta, o que é uma aproximação grosseira. Além disto são códigos aplicáveis apenas para combustível novo ou pouco irradiado, pois não levam em conta as modificações que a "queima" (irradiação) introduzem na composição e estrutura da vareta. Análises mais detalhadas da performance do combustível durante seu tempo de permanência no reator, deverão levar em conta tais modificações, o que exigirá ainda grande número de medidas experimentais, especialmente agora que razões econômicas passaram a exigir maiores taxas de queima do combustível ( $\sim 35.000$  MWd/tonelada).

4.2. É claro também que um cálculo detalhado completo da vareta não pode ser feito independentemente do cálculo termo-hidráulico do canal. Os efeitos de realimentação são óbvios, mas, por outro lado, complicam bastante o cálculo. O que se faz geralmente é, depois de determinadas as características mais desfavoráveis do canal e da vareta, analisar detalhadamente sua performance, considerando-se os efeitos de realimentação, usando-se um código baseado em modelos rigorosos, supondo porém o canal isolado. Vamos descrever aqui dois códigos para cálculo da vareta, que levam em conta apenas efeitos de primeira ordem na realimentação vareta/canal, disponíveis no IPR.

4.2.1. Código ANABASI: trata a dependência da condutividade térmica do  $UO_2$ , representada pela função:

$$K(T) = \frac{1}{B + CT} + DT^3 \quad (\text{Eq. III-42})$$

que é uma representação do gráfico da Figura III-1A, e onde



Conductividade Térmica do UO<sub>2</sub> (Corrigida p/ 95% da Densidade Teórica)  
 (Resultados Encontrados por Diversos Pesquisadores)

Fig III-1A

B, C e D são constantes determinadas pela microestrutura interna da pastilha; da (Eq. III-42) vem:

$$\begin{aligned} \hat{I}_{T_s} &= \int_{T_s}^{\hat{T}} k(T) dT = \\ &= \frac{1}{C} \ln \frac{B + C\hat{T}}{B + CT_s} + \frac{D}{4} (\hat{T}^4 - T_s^4) \end{aligned} \quad (\text{Eq. III-43})$$

Por outro lado, a distribuição interna da potência leva em conta separadamente o calor gerado devido às fissões e às radiações gama; a expressão resultante, análoga às (Eq. III-32) e (Eq. III-33) é:

$$\hat{I}_{T_s} = \int_{T_s}^{\hat{T}} k(T) dT = \frac{q'_m}{4\pi} \times f + q'_\gamma$$

(Eq. III-44)

onde:

$q'_n$  = densidade linear de potência devida às fissões

$q'_\gamma$  = idem, idem devido aos gamas.

Os saltos de temperatura no vão e no revestimento, são tratados de modo análogo ao exposto anteriormente, com a diferença que a condutividade do revestimento (Zircaloy) é dada pela função:

$$k_{rev} = 8,9 \times 10^{-2} + 1,2 \times 10^{-4} T_{rev}^2 \quad (\text{Eq. III-45})$$

onde:

$k_{rev}$  = condutividade do revestimento em

$T_{rev}^i$  = temperatura interna do revestimento.

A temperatura na superfície externa do revestimento é determinada por iterações entre a correlação de

Jens e Lottes, e a correlação:

$$h_f = 0,023 \left( \frac{k_{refr}}{D_e} \right) (Re)^{0,8} (Pr)^{0,4} \quad (\text{Eq. III-46})$$

através da relação

$$T_{rev}^e = T_{refr} + \frac{q''(R)}{h_f} \quad (\text{Eq. III-47})$$

onde:

$h_f$  = coeficiente de transferência de calor para o filme.

$k_{refr}$  = condutividade do refrigerante.

$T_{rev}^e$  = temperatura externa do revestimento

$T_{refr}$  = temperatura média do refrigerante

$q''(R)$  = fluxo de calor na superfície externa do revestimento

Todas estas grandezas são calculadas para a temperatura média do refrigerante. O programa compara as integrais das equações (Eq. III-43) e (Eq. III-44) ajustando  $\hat{T}$  até obter o valor da temperatura central do combustível. A partir daí, determina a distribuição de temperatura na vareta. Além disto o programa permite calcular várias outras características do combustível, para análise de seu comportamento metalúrgico e estrutural.

4.2.2. Código STECCA-3: não trata a transferência de calor entre o revestimento e o refrigerante; o coeficiente  $h_f$  é fornecido como dado de entrada; a condutividade térmica do revestimento é também tratada como uma função linear da temperatura; a condutância térmica do vão (gap) é tratada opcionalmente por dois modelos, de modo bem mais rigoroso que no caso anterior. A pastilha é subdividida em camadas concêntricas de raio genérico  $r$ ; o programa calcula a integral de condutividade através da expressão:

$$\int_{T_s}^{T(r)} k(T) dT = \frac{R_o^2}{4} \cdot \bar{q}''' \cdot F(r, R_o, f)$$

(Eq. III-48)

comparando com valores fornecidos como dado de entrada, de  $0^{\circ}\text{C}$  a  $3600^{\circ}\text{C}$ , em intervalos de  $100^{\circ}\text{C}$ ; na (Eq. III-48), temos:

$T(r)$  = temperatura à distância  $r$  do centro da pastilha

$f$  = fator de Robertson.

Como vemos o STECCA-3 trata com mais detalhe a distribuição de temperatura no interior da pastilha. O programa calcula também a dilatação do combustível, as tensões e deformações do revestimento, e a pressão interna dos gases na vareta.

4.3. Os programas acima foram aplicados em alguns casos exemplos, obtendo-se os resultados apresentados na sequência de figuras III-1 à III-7:

- Figura III-1: perfil de temperatura para a vareta combustível da Central de Angra (projeto primitivo - elemento combustível de 14 x 14 varetas), com as seguintes características:

$$q' = 554 \text{ W/cm}$$

$$D = 2R = 1,071 \text{ cm}$$

$$\beta_{\text{NO}_2} = 0,94 \beta \text{ teórica}$$

$$D_o = 2R_o = 0,929 \text{ cm}$$

$$\text{Diâmetro interno do revestimento} = 0,948 \text{ cm}$$

$$\text{Revestimento} = Zr - 4.$$

- Figura III-2: estudo da influência de diferentes espessuras do vão sobre a distribuição de temperatura na pastilha, feito com o STECCA-3.

- Figura III-3: perfis de temperatura, para uma mesma vareta, determinados por quatro métodos diferentes:

- Código STECCA-3
- Código ANABASI
- Hipótese I: calculado supondo-se  $k_{UO_2}$  constante, igual ao valor médio obtido por integração gráfica de  $k(T)$  fornecido na tabela da página 814 do livro "Nuclear Reactor Engineering" de S. Glastone e A. Sesonske - D. van Mos - tranel Co., Inc.

- Hipótese II: supondo-se  $k_{UO_2}$  constante e igual ao valor ajustado para o ponto em que as temperaturas calculadas com o ANABASI e STECCA-3 se igualem; observemos a dilatação da pastilha, levada em conta pelo STECCA-3, e, o efeito do melhor tratamento dado pelo ANABASI à transferência de calor ao refrigerante.

- Figura III-4: comparação entre o valor calculado pelo STECCA-3 da dilatação axial e perimetral do revestimento, em função de  $q''$ , e os valores fornecidos em relatório italiano (Rel. CNEN italiana - 31/03/69 - Cirene/ HBWR); verifica-se discrepância, especialmente na dilatação axial; o diâmetro externo do revestimento era 2,00 cm e sua espessura 0,053 cm.

- Figura III-5: verificamos a concordância da dilatação axial e radial da pastilha da mesma vareta.

- Figura III-6: variação do vão radial da vareta de Angra, em função de  $q'$  (STECCA-3).

- Figura III-7: condutância do vão para a mesma vareta.

NOTA: A maior parte dos cálculos utilizados nos gráficos deste capítulo, foram realizados pelo grupo PTA da CBTN. Os resultados foram fornecidos ao autor, pelo engenheiro José Lucio Terra, membro daquele grupo.



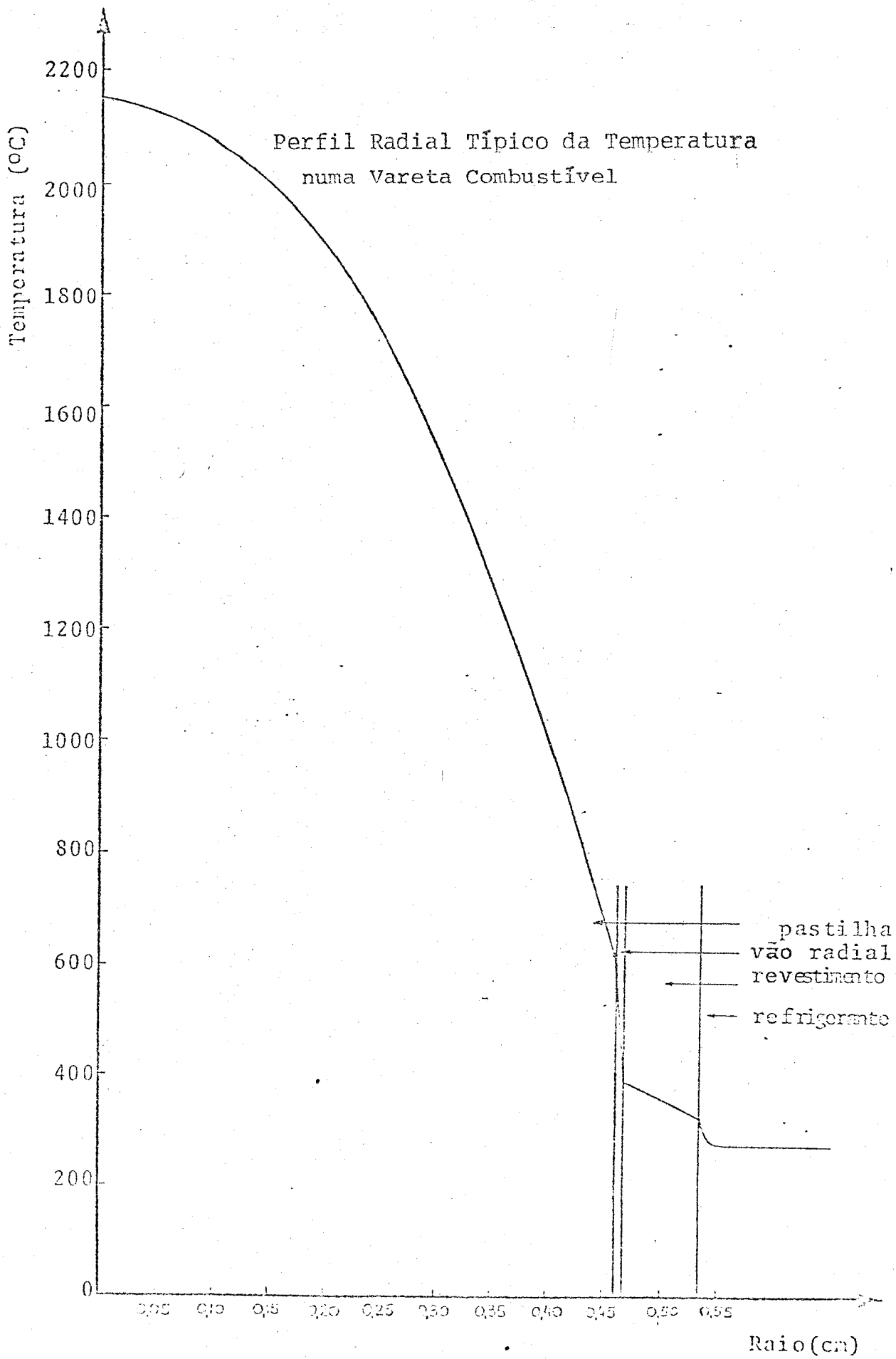


Fig. III-1

Perfis de temperatura para diferentes  
vãos (gap) radiais.

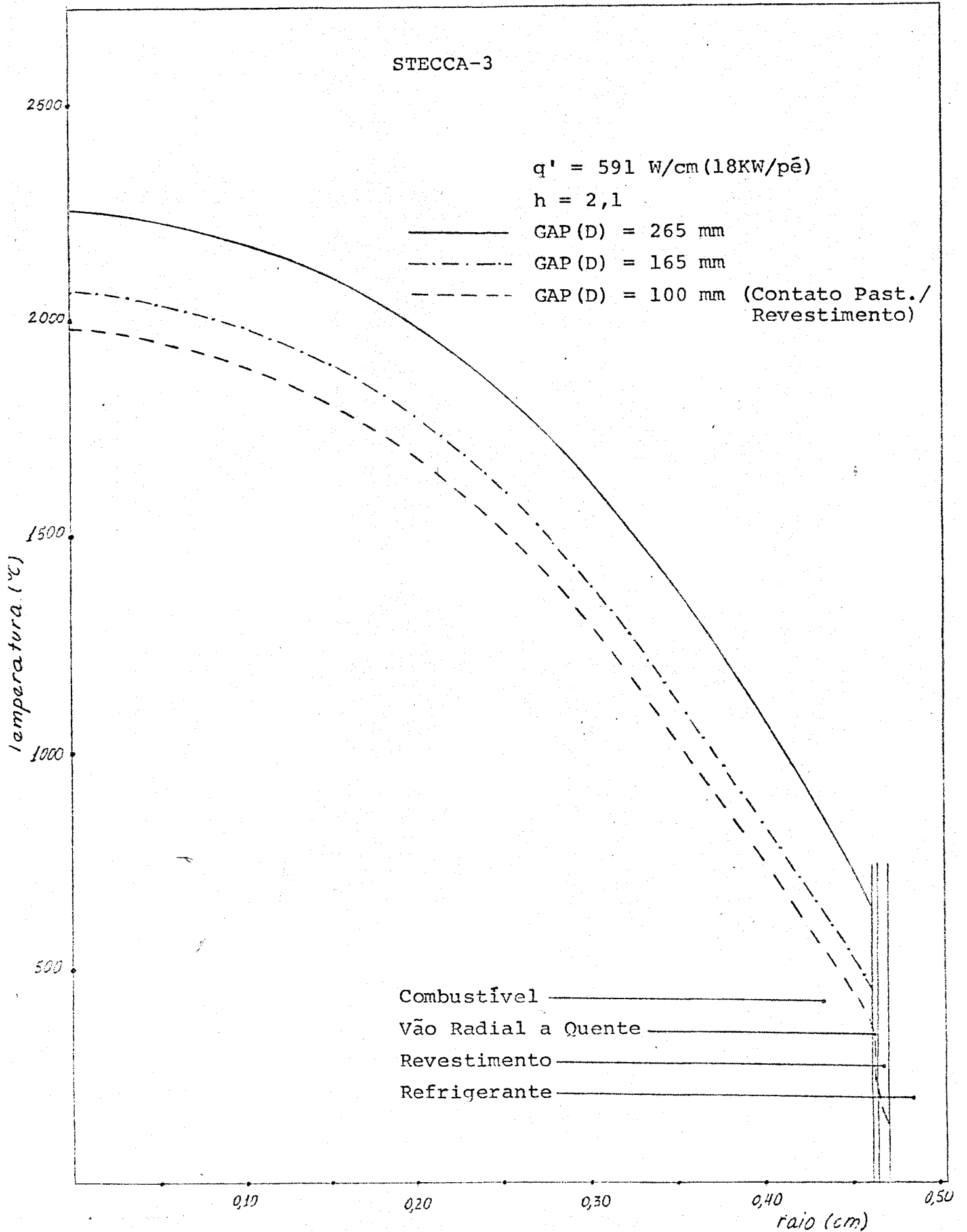


Fig. III-2

Perfil Radial de Temperatura da Vareta; Comparação de Códigos

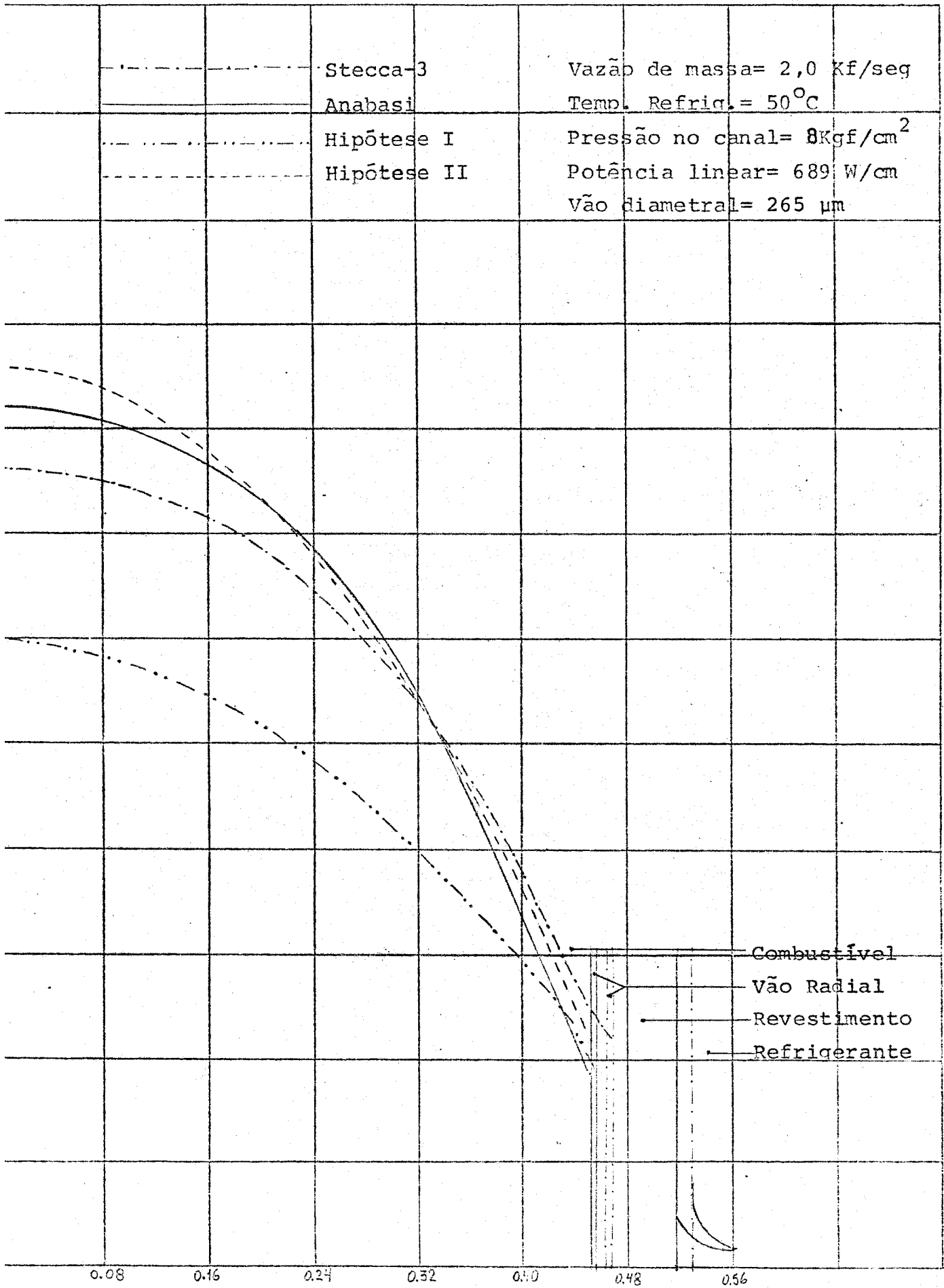


Fig. III-3

Dilatação do Revestimento da Vareta:  
Perimetral e Axial

○ — STECCA  
● — STECCA-3

VAO DIAMETRAL = 120 μm

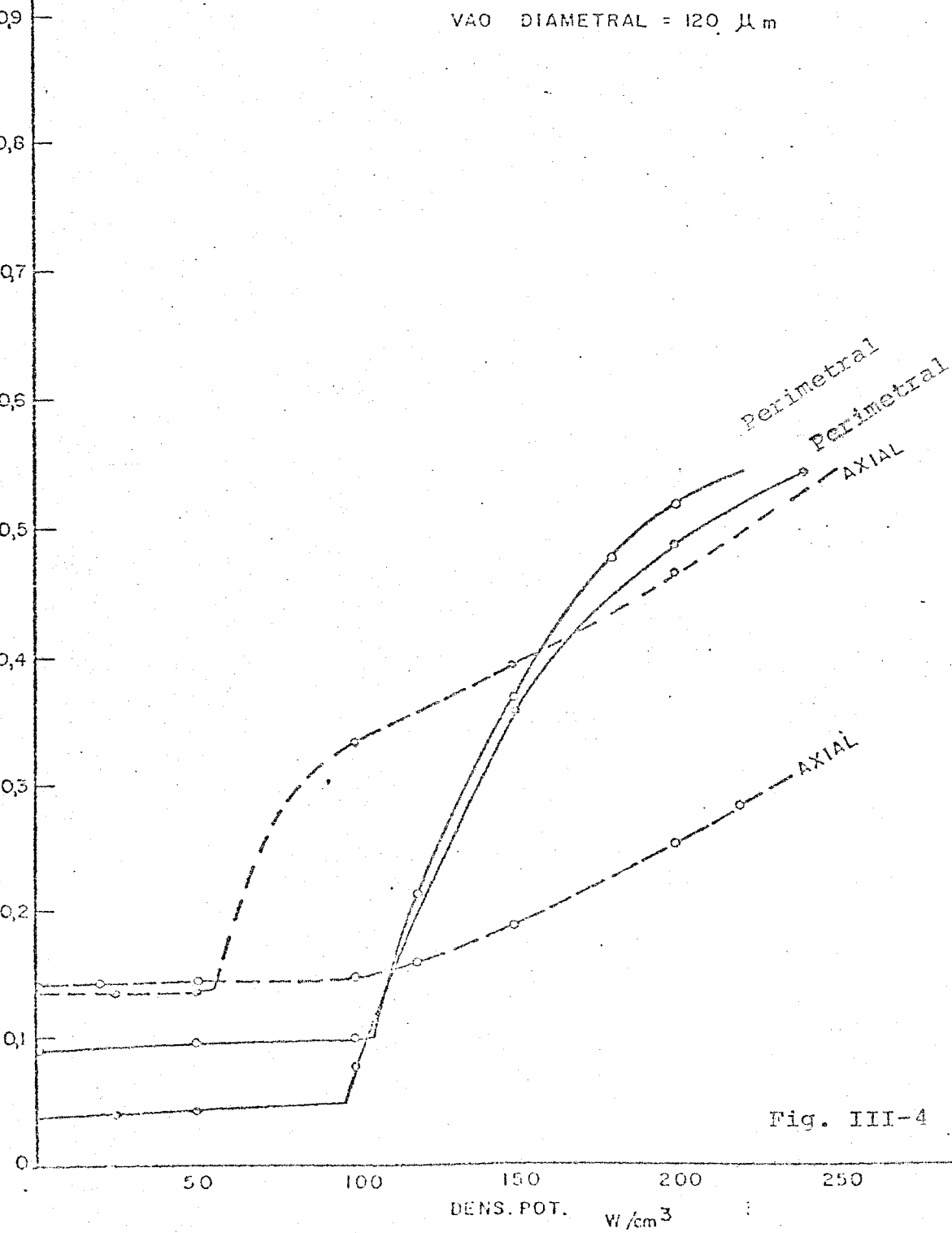


Fig. III-4

Dilatação da Pastilha: Radial e Axial

○ - STECCA -

● - STECCA - 3

VÃO DIAMETRAL = 120  $\mu$ m

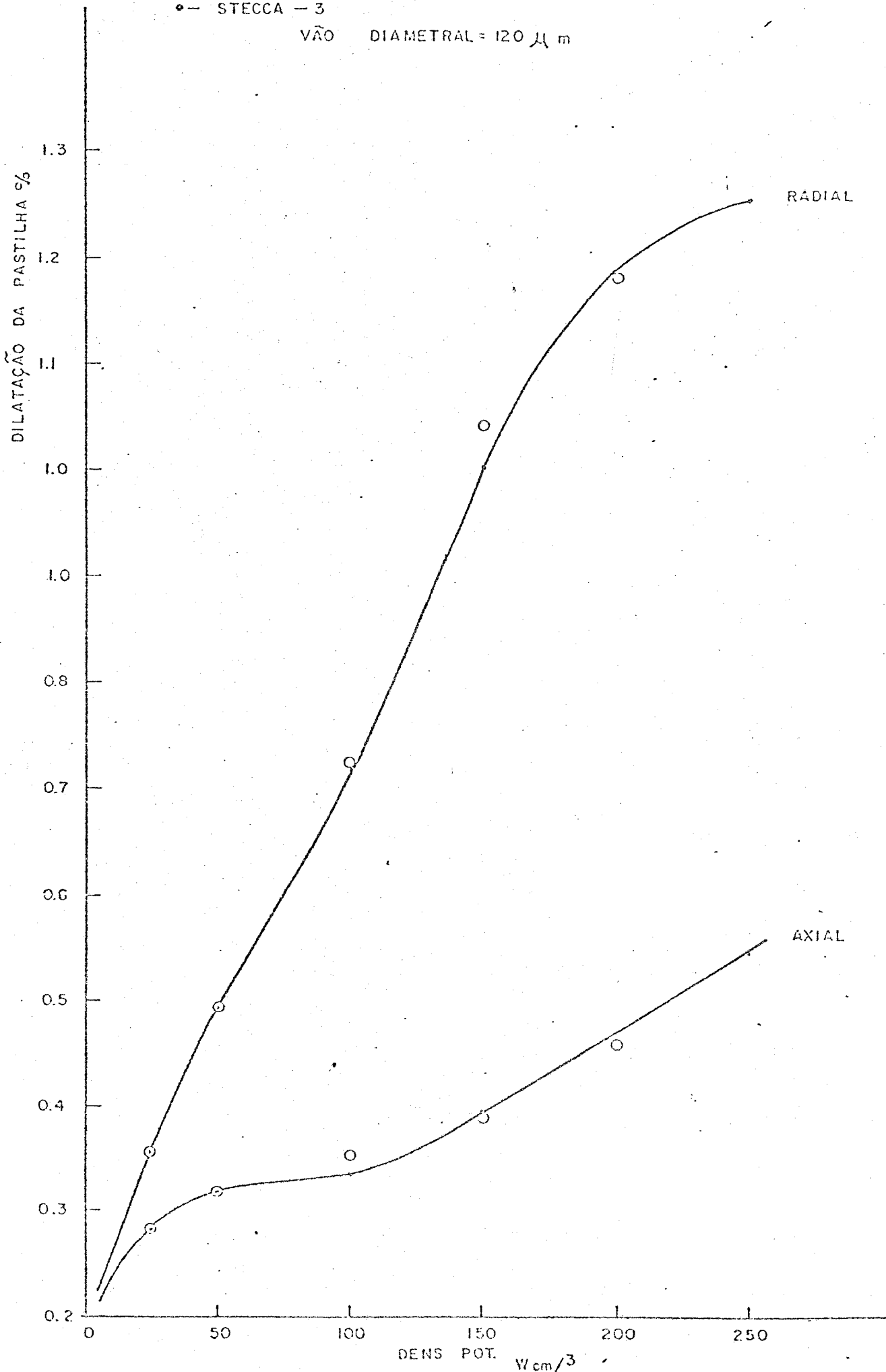


Fig. III-5

Variação do Vão (Gap) Radial da Vareta com  
a Densidade Linear de Potência

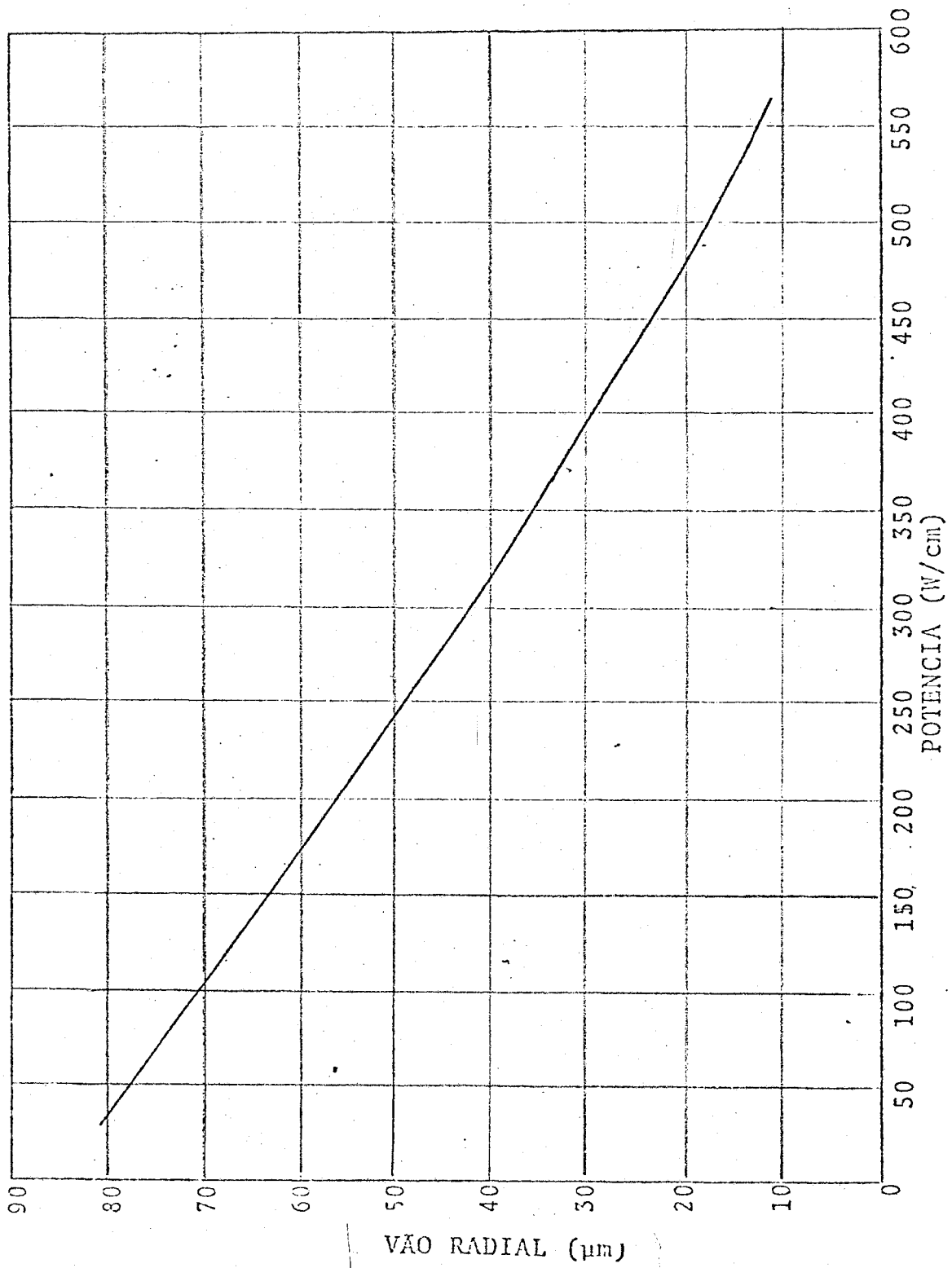


Fig. III-6

Variação da Condutância do Vão (Gap) Radial  
em Função da Densidade Linear de Potência

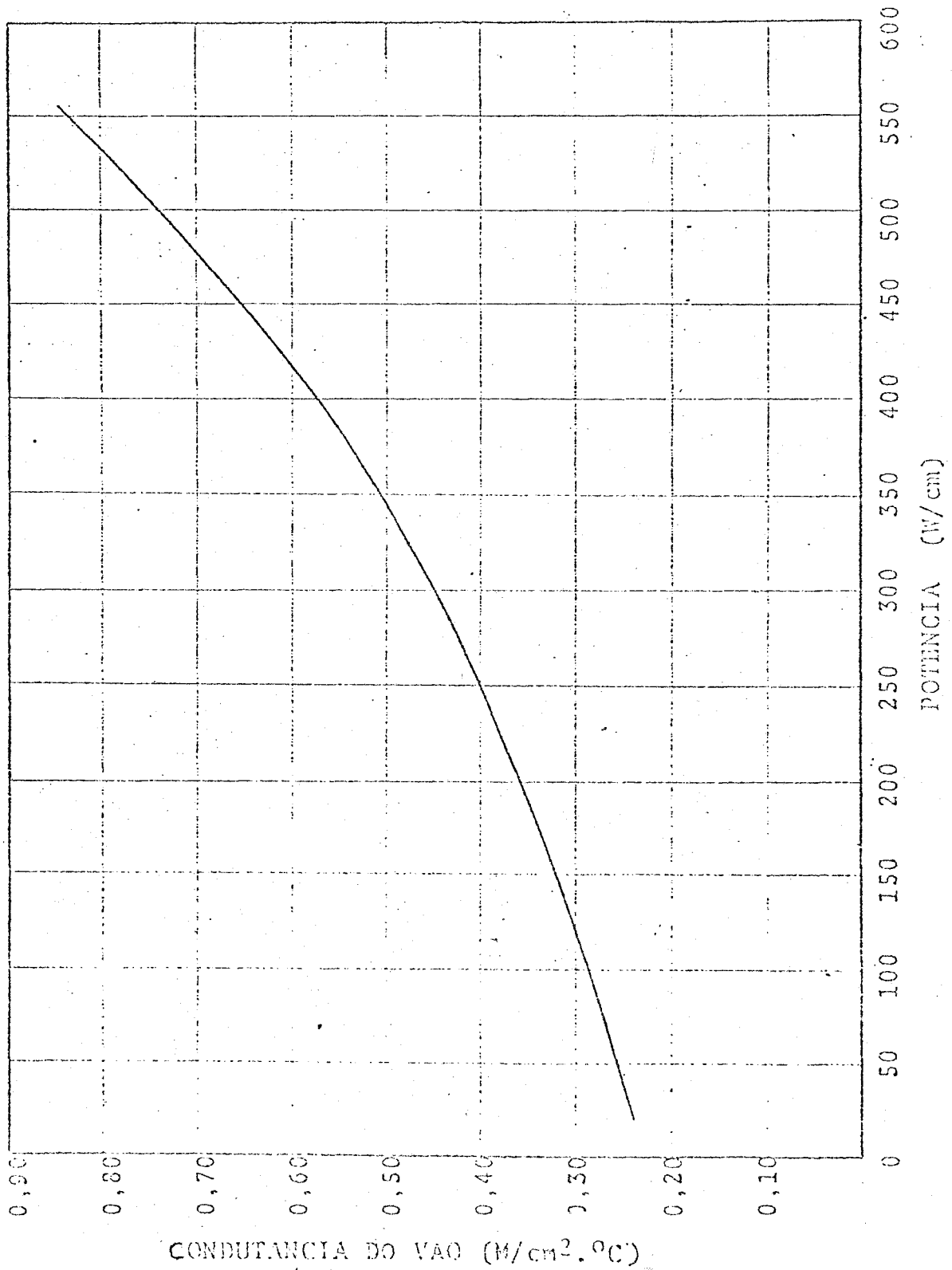


Fig. III-7

CAPÍTULO IVTERMO-HIDRÁULICA DO CANAL1. INTRODUÇÃO

Não trataremos aqui a termo-hidráulica do canal com o mesmo nível de detalhe como fizemos para o cálculo térmico da vareta. A grande variedade de problemas envolvidos e o caráter empírico ou semi-empírico das equações correspondentes, que resulta em grande variedade de correlações aplicáveis a cada caso particular, não nos permite, no limitado âmbito deste trabalho, abordá-los com a merecida atenção. Limitar-nos-emos às bases físicas do problema e, tomando como exemplo um reator tipo PWR, descrever alguns dos principais códigos de computação existentes, apresentando alguns resultados de cálculo obtidos com os códigos disponíveis no IPR.

2. BASES FÍSICAS E DE ENGENHARIA

No reator PWR, como já dissemos, a produção do vapor, que vai acionar a turbina, se dá num gerador de vapor, fora do reator. O calor gerado nas varetas combustíveis é transferido para a água, que circula no espaço entre as varetas, formando o canal de resfriamento. A transferência de calor, entre a superfície da vareta aquecida e o fluido imediatamente adjacente, dá-se em cada segmento elementar da vareta, segundo a equação de Newton:

$$q'' = h (T_{rev}^e - T_{refr.}) \quad (\text{Eq. IV-1})$$

Nem poderia ser de outro modo, pois esta equação nada mais é do que uma maneira, adaptada ao caso, de exprimir o Princípio de Conservação da Energia. Nela:



$q''$  = fluxo de calor, por unidade de tempo, na superfície externa da vareta;

$T_{rev}^e$  = temperatura dessa superfície, que representaremos do ravante por  $T_r$ ;

$T_{refr}$  = temperatura do refrigerante, que passaremos a representar por  $T_a$ ;

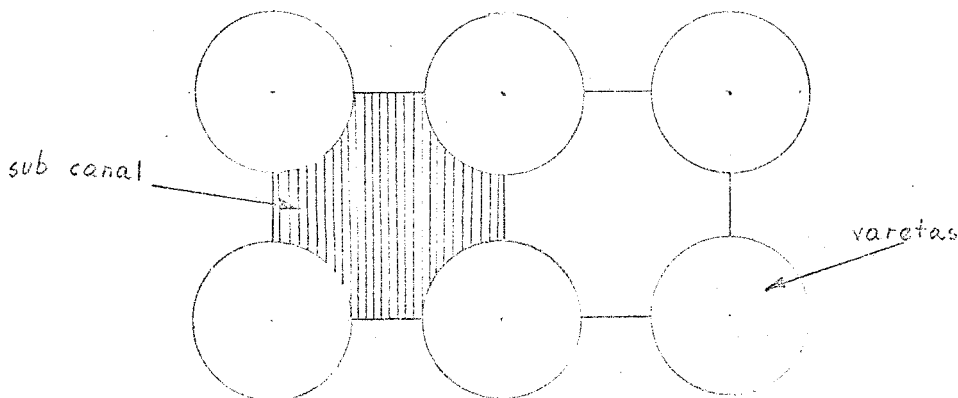
$h$  = coeficiente de transferência de calor por convecção, também chamada condutância da superfície.

A grande dificuldade do cálculo termo-hidráulico do reator consiste no cálculo das grandezas aparecendo em (Eq. IV-1). Aliás, esta dificuldade não é específica dos reatores, existindo em todo equipamento onde ocorra transferência de calor por convecção, especialmente quando se trata de convecção forçada, como é o caso da maior parte dos reatores, onde predomina o regime turbulento de escoamento. A complexidade do problema está no grande número de variáveis influenciando no coeficiente  $h$ , as quais, por sua vez, na maior parte dos casos, não admitem modelos físicos simples para sua representação. Pequenos detalhes do canal se misturam às condições e características físicas do fluido de resfriamento para fazer com que o coeficiente  $h$  varie amplamente, mesmo em situações aparentemente semelhantes.

Até alguns anos atrás, o projeto dos reatores PWR era sujeito a critérios bem mais conservativos, não se permitindo a ebulição nucleada de superfície. Atualmente tal regime de transferência de calor é um dos principais nesses reatores. Isto contribuiu para complicar ainda mais seu cálculo termo-hidráulico. Se lembrarmos as relações críticas entre o fluxo de calor  $q''$ , transmitido de uma superfície aquecida, e a diferença de temperatura  $\Delta T = T_r - T_a$  entre a superfície e o líquido, supondo este à temperatura de ebulição, percebemos os cuidados especiais que o calculista precisa ter quando utiliza este regime de transferência de calor

(ver figura IV-1A). Existe um fluxo crítico, a partir do qual o regime de ebulição nucleada, favorável à transferência de calor, é rompido, e inicia-se um regime instável em que um aumento de  $\Delta T$  produz diminuição de  $q''$ . No cálculo dos reatores procura-se evitar este ponto, conhecido como DNB (Departure from Nucleate Boiling) pelos riscos de destruição do combustível.

O dimensionamento termo-hidráulico dos reatores é feito tomando-se como referência o Canal Quente, o qual é o canal que reúne as condições mais desfavoráveis. É o canal cuja integral axial da potência é a maior. Em geral, quando falamos em canal, queremos nos referir à área total de passagem correspondente a um elemento combustível. Determinado o canal quente, este é considerado subdividido em Sub-Canais. Um sub-canal é definido pela área limitada por quatro varetas nas malhas quadradas e três varetas nas malhas triangulares ou hexagonais (ver figura abaixo), onde o sub-canal está achucado.



A performance deste sub-canal é então calculada e analisada, seja isoladamente, seja em conjunto com os sub-canais adjacentes. As vezes, nos cálculos preliminares, toma-se como referência o sub-canal médio do canal mais quente, como referência.

Uma característica peculiar aos canais de resfriamento dos reatores é que a distribuição de potência não é uni-

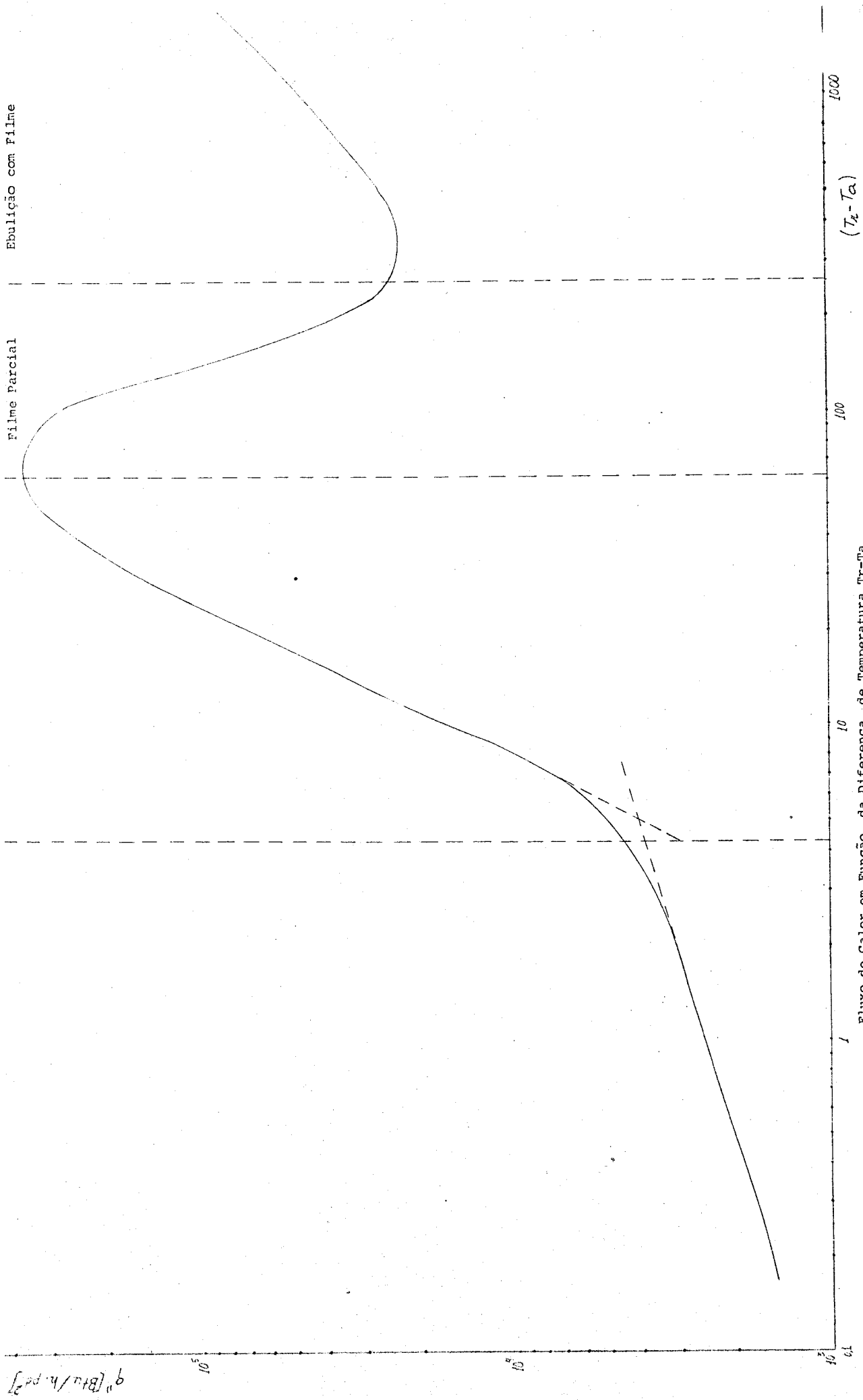


Fig. IV-1A Fluxo de Calor em Função da Diferença de Temperatura  $T_s - T_a$

forme ao longo do canal; de fato segue, em um reator não per-  
turbado axialmente, a lei do cosseno; ou seja

$$q''(z) = q''_{\max} \cos \left( \frac{\pi z}{H} \right)$$

(Eq. IV-2)

onde:

$q''(z)$  = fluxo de calor na cota  $z$ , medida a partir do plano  
médio do reator,

$q''$  = fluxo no ponto médio do canal, ou seja  $z = 0$ ;

$H$  = altura total do canal.

Isto produz um perfil de temperatura da água  $T_a$ ,  
ao longo do canal, como está mostrado esquematicamente na Fi-  
gura IV-1, que mostra também a temperatura da superfície do  
combustível e a diferença entre elas, ressaltando o ponto on-  
de ocorre o máximo desta diferença.

### 3. CÓDIGOS DE COMPUTAÇÃO PARA O CÁLCULO TERMO-HIDRÁULICO DO CANAL

Existem códigos que tratam os sub-canais isolada-  
mente, supondo-os de forma cilíndrica, com diâmetro igual ao  
diâmetro equivalente do sub-canal real. Outros códigos tra-  
tam um conjunto de canais adjacentes levando em consideração  
suas trocas com os canais vizinhos. Para o tratamento do  
problema os canais são divididos em segmentos verticais, for-  
mando deste modo uma matriz tridimensional. Os códigos mais  
detalhados levam em conta, em todos passos de integração (cor-  
respondente a um segmento vertical), todos tipos de troca  
possível entre os canais adjacentes. Outros consideram ape-  
nas a troca de massa e momentum, incluindo o reajuste de pres-

Variações Longitudinais da Temperatura  
do Fluido Refrigerantes e do Combustível Superficial

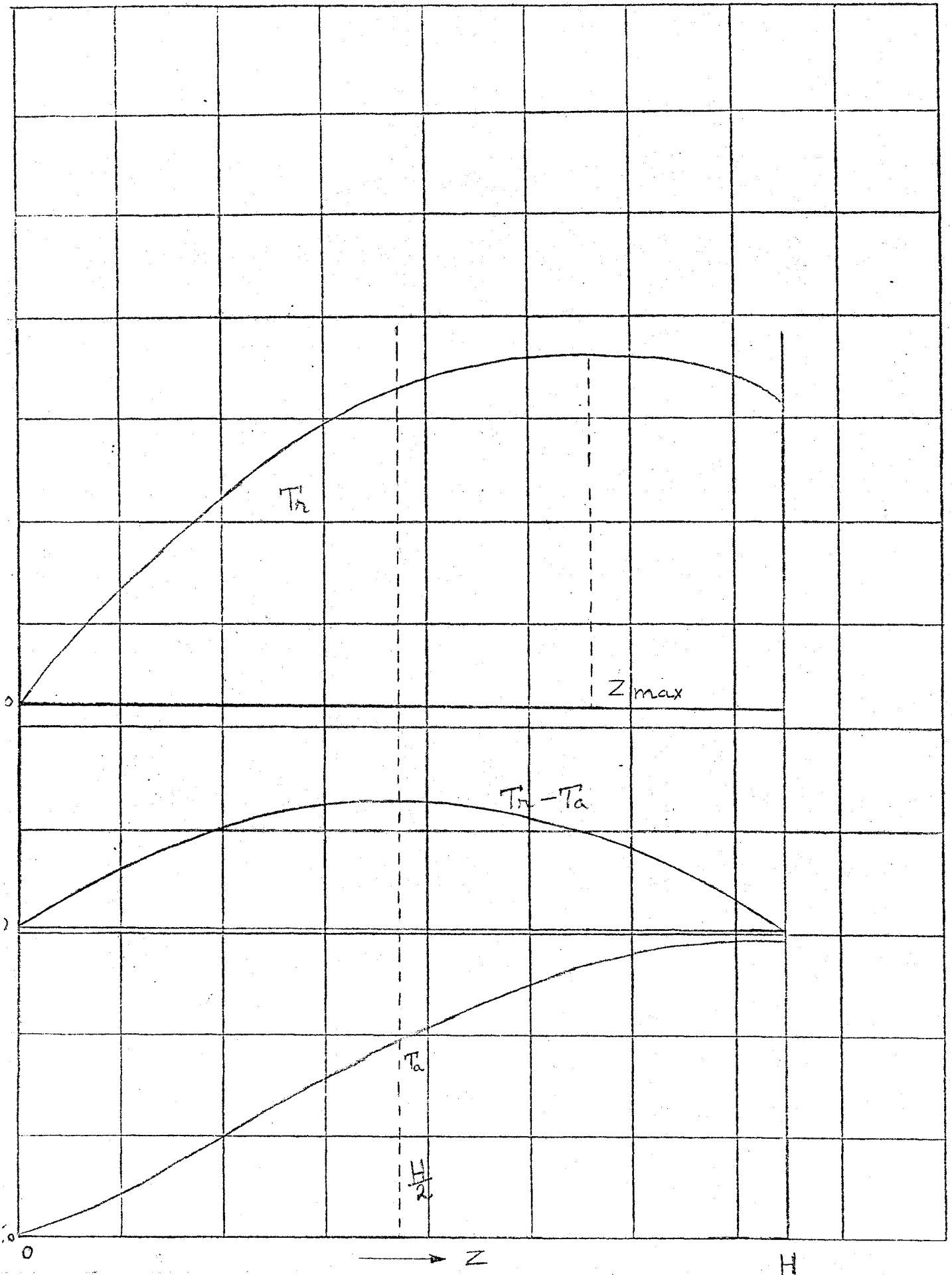


Fig. IV-1

são, após o tratamento dos segmentos de altura de mesma cota, nos diferentes canais. Outros ainda, ajustam a pressão apenas na saída dos canais. Vejamos a descrição de alguns códigos.

3.1. Código THINC: o código considera os canais divididos em segmentos verticais, que são tratados em cada degrau sucessivo de integração, através das equações de conservação de massa, momentum e energia. Com estas equações o código calcula a variação das propriedades do refrigerante em cada degrau, obtendo assim as condições na entrada do canal seguinte, e sucessivamente, até o topo dos canais. Aí comparam-se as pressões dos diferentes canais. Se forem diferentes, são ajustadas as velocidades de entrada, e corrigida a pressão de entrada comum, usando-se a perda de carga média calculada na integração anterior. Repetem-se estes ciclos de iteração até que, para uma mesma pressão na entrada, todos canais cheguem a uma mesma pressão no topo, onde os canais novamente se unem em um plenum. Obtem-se assim a distribuição das velocidades na entrada dos canais. Pode tratar fluxos mono ou bifásicos. Utiliza a correlação de Jens Lottes para a temperatura e a de Colburn para o cálculo de  $h$ .

3.2. Código CATII: é bastante semelhante do THINC, com as seguintes diferenças principais: as pressões nos canais adjacentes são ajustadas depois de cada degrau de integração. As correlações são representadas por desenvolvimentos polinomiais.

3.3. Código COBRA III: é um pouco mais detalhado do que os anteriores, principalmente no tratamento das interações transversais entre canais adjacentes, pois trata este problema dividindo o conjunto de canais em regiões concêntricas, cujas interações são tratadas por métodos de integração numéricos.

3.4. Código HAMBO e Código SASS: a principal característica destes códigos é o tratamento detalhado dos fenômenos de ebulição nos canais, o que é feito através de um modelo proposto por R.W. Bowring. O SASS trata, além disto, a simples troca de calor entre sub-canais adjacentes, sem troca de massa ou momentum.

#### 4. CÁLCULOS TERMO-HIDRÁULICOS

Foram efetuados cálculos termo-hidráulicos de alguns tipos de canal de reator; os resultados são apresentados nas figuras seguintes:

- Figura IV-2: efetuado com o código CAT II o cálculo da distribuição axial de temperatura entre o canal quente e o canal médio do reator descrito na figura. Verifica-se uma diferença máxima entre as temperaturas dos dois canais de 50°F; percebe-se também, pelo achatamento da curva do canal quente, a influência da ebulição nucleada, ocorrendo aproximadamente a 3/4 do comprimento do canal.

- Figura IV-3: o efeito descrito acima é mais acentuado, como é óbvio, na diferença entre as entalpias dos dois canais.

- Figura IV-4: a ocorrência da ebulição nucleada, com o aparecimento das bolhas de vapor, provoca, no canal quente, rápido crescimento da velocidade, como percebe-se pela figura.

- Figura IV-5: efeito inverso ocorre com o fluxo de massa, que diminui rapidamente no canal quente, devido ao aumento da concentração de vazios (bolhas de vapor).

- Figura IV-8: comparação entre os códigos CAT II e THINC; o método de ajustamento das pressões nos canais usado no THINC superestima as velocidades nas seções iniciais do canal e subestima nas seções finais; por usar um a-

justamento global, esbata os efeitos do aumento da velocidade com o aparecimento das bolhas de vapor no trecho final do canal (ATENÇÃO: nas Figuras IV-6,7 e 8, corrija-se o fluxo de massa de 591,08 lb/h (pé)<sup>2</sup> para 9,42 lb/h (pé)<sup>2</sup>); a experiência refere-se ao reator de SAXTON;

- Figura IV-6: o mesmo efeito se nota na densidade do refrigerante.

- Figura IV-7: idem, idem para a perda de pressão.

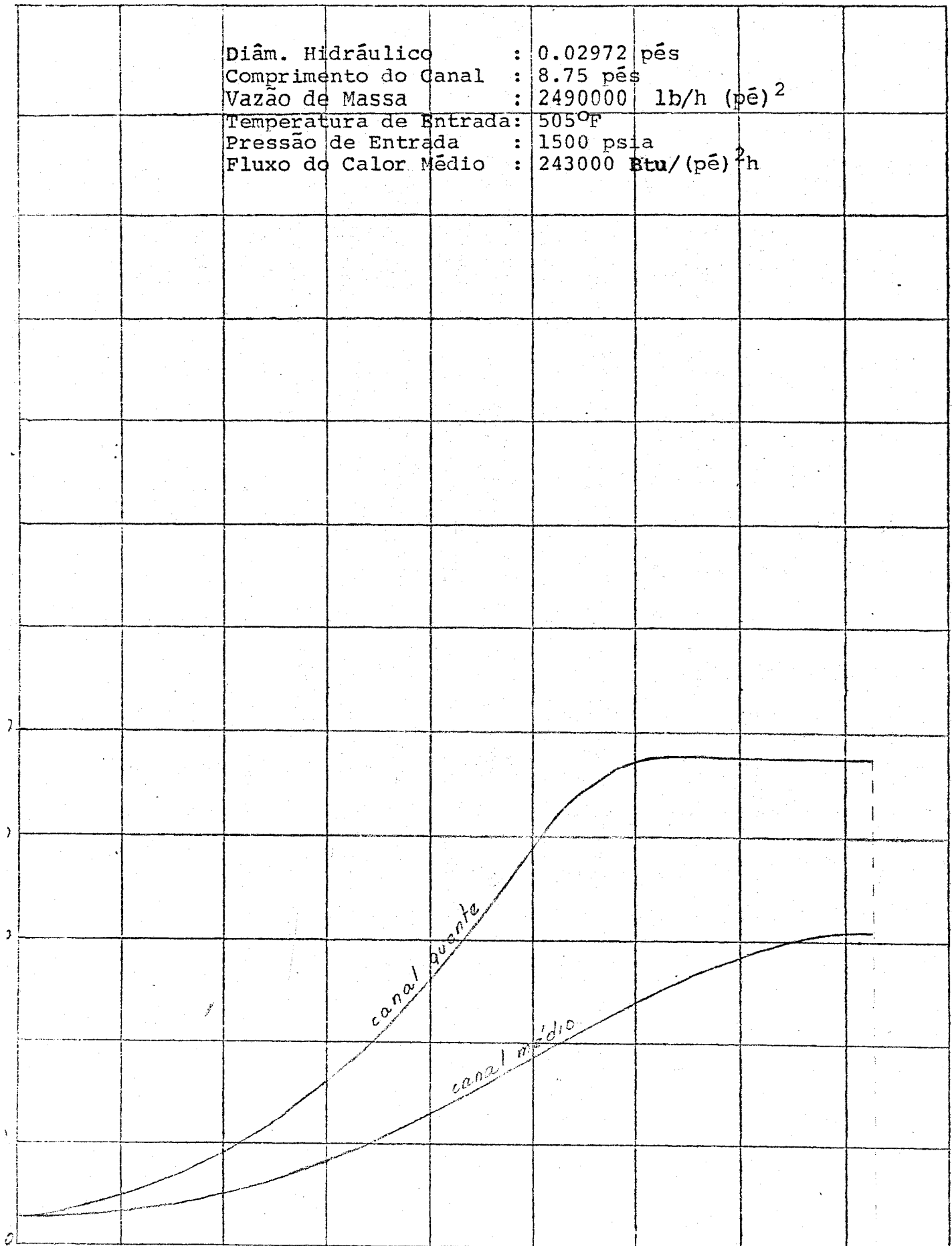
É lógico que o ajustamento global da pressão, a través das velocidades na entrada do canal, não descreve com suficientes detalhes o comportamento termo-hidráulico do canal.

A maior parte dos cálculos utilizados no presente capítulo, foram efetuados pela Bacharel-Licenciada em Química, Cláudia V. S. Sabino.



# Distribuição Axial de Temperatura

Diâm. Hidráulico	:	0.02972	pés
Comprimento do Canal	:	8.75	pés
Vazão de Massa	:	2490000	lb/h (pé) <sup>2</sup>
Temperatura de Entrada	:	505	°F
Pressão de Entrada	:	1500	psia
Fluxo do Calor Médio	:	243000	Btu/(pé) <sup>2</sup> h



8.75 z (pés)

Fig. IV-2

# Distribuição Axial de Entalpia

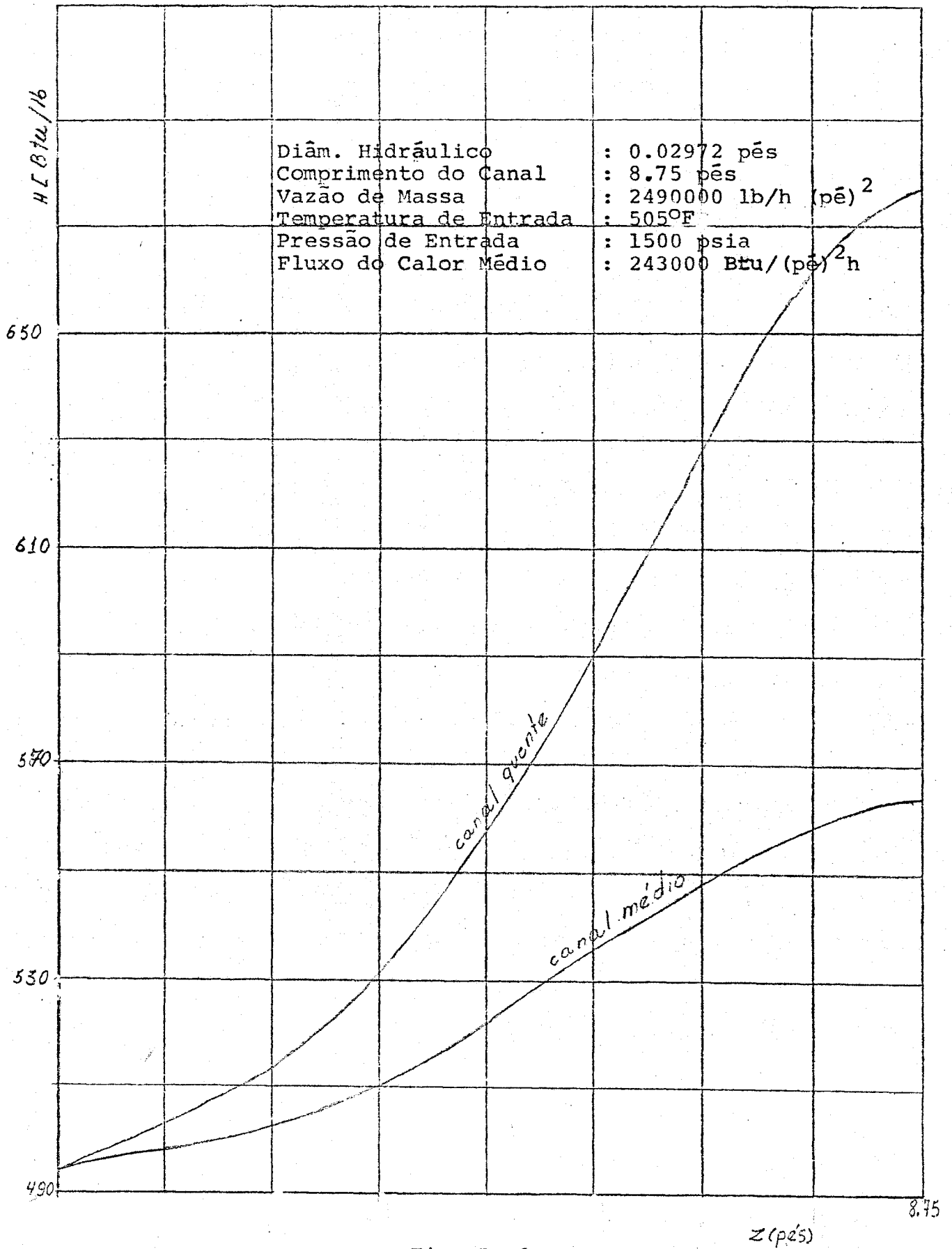


Fig. IV-3

### Distribuição Axial da Velocidade

Diâm. Hidráulico	: 0.02972 pés
Comprimento do Canal	: 8.75 pés
Vazão de Massa	: 2490000 lb/h (pé) <sup>2</sup>
Temperatura de Entrada	: 505°F
Pressão de Entrada	: 1500 psia
Fluxo de Calor Médio	: 243000 Btu/(pé) <sup>2</sup> h

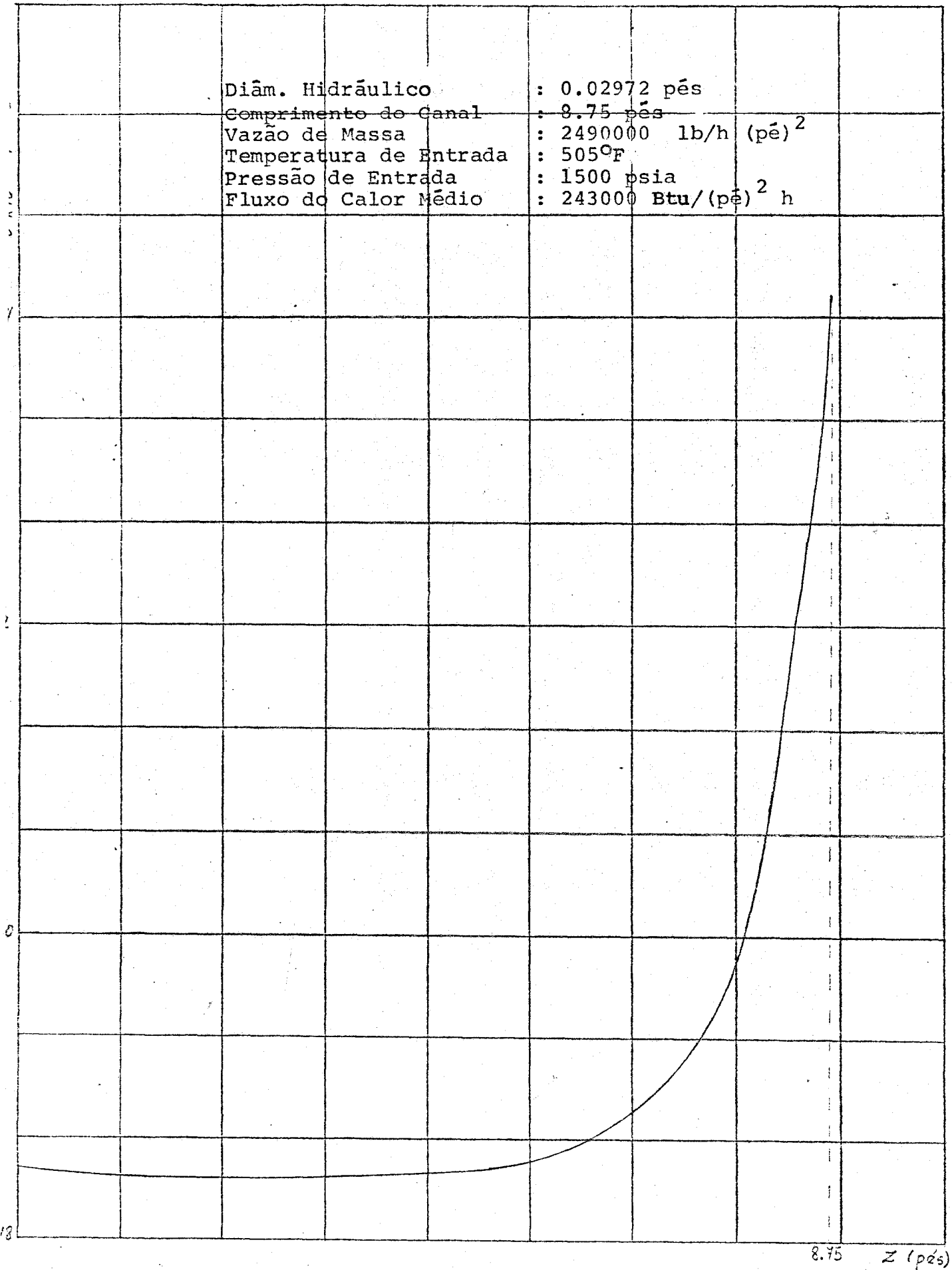


Fig. IV-4

# Distribuição Axial da Vazão

Diâm. Hidráulico	: 0.02972 pés
Comprimento do Canal	: 8.75 pés
Vazão de Massa	: 2490000 lb/h. (pé) <sup>2</sup>
Temperatura de Entrada	: 505°F
Pressão de Entrada	: 1500 psia
Fluxo do Calor Médio	: 243000 Btu/(pé) <sup>2</sup> · h

canal médio

canal quente

8.75 z (pés)

Fig. IV-5

Variação da Densidade do Refrigerante ao Longo do Canal

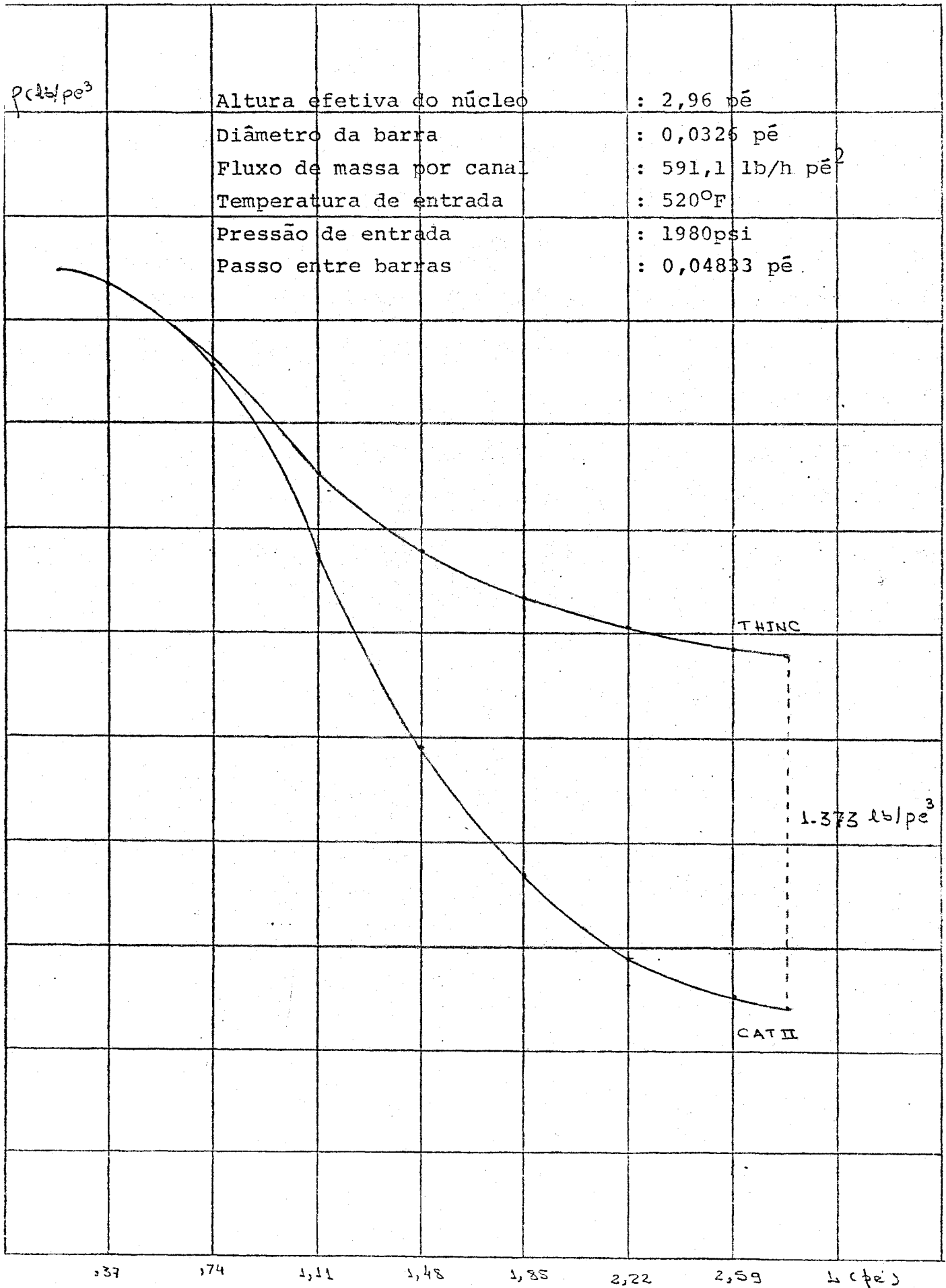


Fig. IV-6

Perda de Pressão do Refrigerante ao Longo do Canal

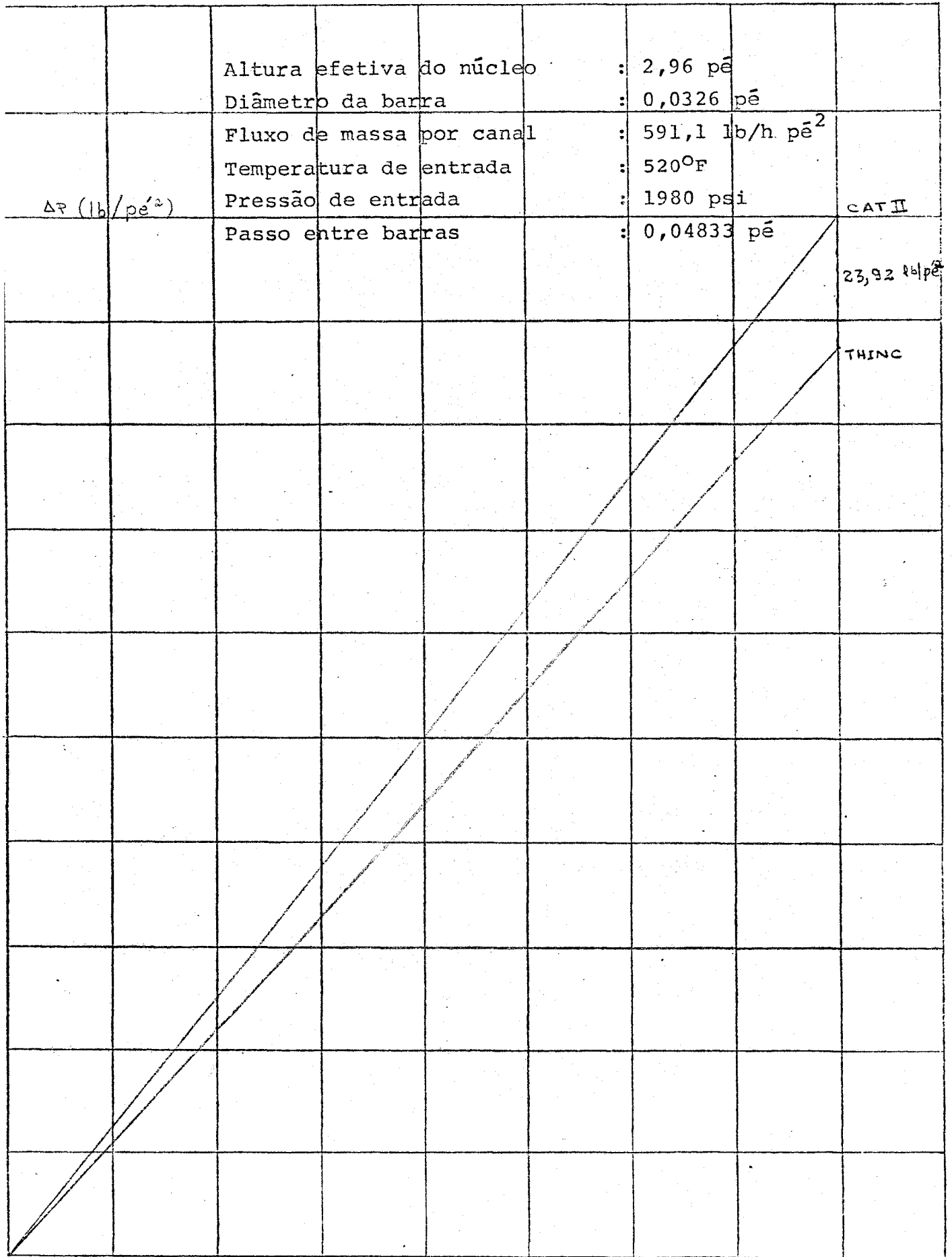


Fig. IV-7

Variação da Velocidade do Refrigerante ao Longo do Canal

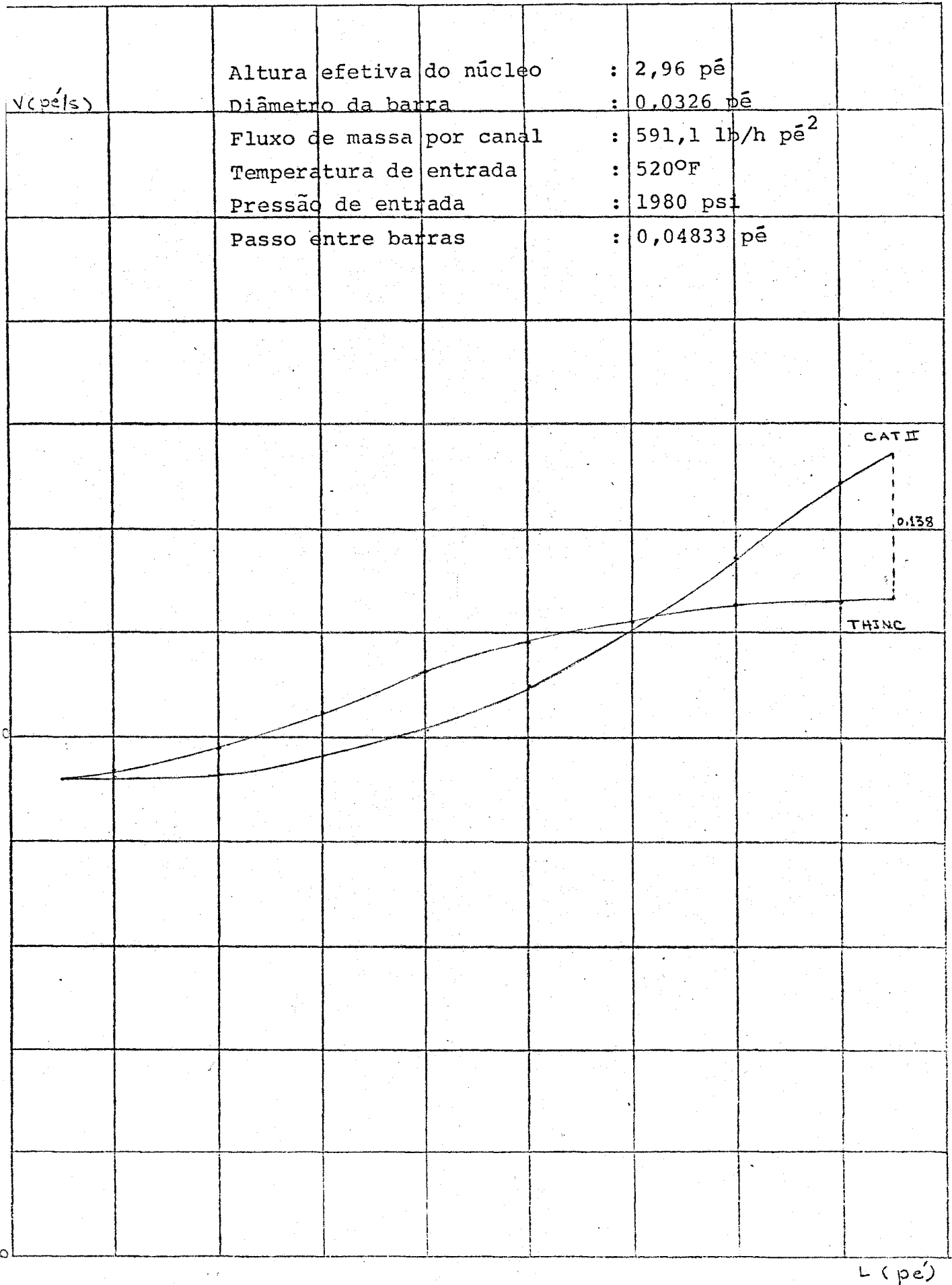


Fig. IV-8

## CAPÍTULO V

### A TEORIA DO TRANSPORTE DE NEUTRONS

#### 1. INTRODUÇÃO - BASES FÍSICAS

1.1. O aparecimento e posterior desenvolvimento da Teoria do Transporte de Neutrons beneficiou-se bastante dos métodos Físico-Matemáticos que haviam sido anteriormente estabelecidos para a Teoria Cinética dos Gases. Inclusive sua equação básica, a Equação do Transporte de Neutrons, é conhecida como Equação de Boltzmann, e é uma versão simplificada da equação anteriormente estabelecida por este cientista para representar o movimento das moléculas de um gás.

1.2. A versão é simplificada porque a Equação do Transporte de Neutrons é linear, enquanto a equação primitiva continha termos do 2º grau. A linearidade da equação matemática que descreve o comportamento físico da população de neutrons em um meio material, é uma consequência do fato de se desprezar as interações neutron-neutron face ao número, várias ordens de grandeza maior, de interações entre os neutrons e as moléculas do meio. De fato, mesmo nos reatores com as maiores concentrações de neutrons ( $\sim 10^{11}$  n/cm<sup>3</sup>), estas são ainda várias ordens de grandeza menores do que as concentrações dos átomos ou das moléculas nos meios materiais comuns ( $\sim 10^{19}$  at. ou mol./cm<sup>3</sup> nos gases, e  $\sim 10^{22}$  at. ou mol./cm<sup>3</sup> nos sólidos e líquidos). Esta situação física nos permite desprezar os termos da equação original de Boltzmann, que corresponderiam às interações entre os neutrons. Nenhum erro de aproximação, portanto, resulta disto.



1.3. Outra hipótese física básica à Teoria do Transporte, que necessita ser analisada, é a de se considerar o neutron como um Ponto Material, isto é, uma partícula que pode ser completamente descrita por suas coordenadas de posição e sua velocidade. As principais consequências desta hipótese são:

1.3.1. Como o neutron possui momento angular intrínseco (spin) e momento magnético, pode interagir com as órbitas dos eletrons (interações "spin-órbita") tornando-se polarizado; a polarização dos neutrons pode também ser provocada por interações com núcleos com "spins" orientados ou com materiais magnéticos; a polarização resultante pode influir na próxima interação neutron-núcleo; estes efeitos são relativamente importantes para neutrons com energia acima de algumas centenas de milhares de eletron-volts ( $\geq 100$  keV) e têm influência desprezível nos métodos de cálculo e na descrição do comportamento dos reatores nucleares. De qualquer modo, considerações adequadas nas probabilidades de colisão, podem levar em conta estes efeitos.

1.3.2. Outro tipo de efeito possível é o de interferência, quando neutrons de muito baixa energia interagem com núcleos que façam parte da rede de um cristal; pode então acontecer o que chamamos de espalhamento coerente dos neutrons, sendo sua dispersão afetada pela orientação do cristal em relação à direção dos neutrons incidentes; este efeito é também desprezível para o estudo dos reatores nucleares.

1.4. Outra aproximação contida na equação do transporte é que a mesma descreve o comportamento médio da população de neutrons. Ora, os fenômenos descritos pela equação são inteiramente estocásticos, ocorrendo, portanto, flutuações estatísticas não levadas em conta. Entretanto, na maior parte das situações em que operam os reatores nuclea-

res, estas flutuações são inteiramente desprezíveis. Somente nas partidas do reator, quando seu nível inicial de potência é zero, é que tais flutuações poderiam merecer cuidados e atenções especiais por causa dos riscos envolvidos.

Para abreviar tais riscos é que usam-se fontes bastantes intensas para a partida do reator, na maior parte dos casos. Mesmo sem fontes intensas, quando os neutrons iniciais para partida do reator são fornecidos apenas por fissões espontâneas, raios cósmicos, ou outros tipos de reações nucleares, os riscos admitidos àquelas flutuações são tornados nulos, tomando-se o cuidado de partir lentamente o reator, dando tempo para que as flutuações se compensem. É um dos critérios básicos no projeto do sistema de controle, imposto através da limitação da taxa de extração das barras de controle.

Vale aqui citar que, no caso das bombas atômicas, esta característica de flutuação estatística das reações nucleares é explorada em sentido inverso, e em proveito da eficiência da explosão. Procura-se manter a população de neutrons a nível zero, até que se tenha juntado suficiente quantidade de material físsil (muitas vezes maior do que a chamada Massa Crítica), quanto então, é instantaneamente injetada uma grande quantidade de neutrons. Obtem-se assim o máximo de liberação de energia e velocidade da reação, antes que o material seja destruído pelos efeitos da própria explosão. Diversas soluções possíveis existem para o problema, as quais são cuidadosamente guardadas pelos países que fazem parte do chamado Clube Atômico, isto é, países que já possuem bombas atômicas. É interessante lembrar que, aparentemente (conclusões pessoais do autor), em Nagasaki, foi experimentada uma solução diferente da de Hiroshima e do Deserto do Novo México, a qual não funcionou muito bem, já que seus efeitos foram menores. Notamos entretanto, que isto não consta de nenhum dos relatórios oficiais. Estou aqui fazendo esta pequena digres

são sobre bombas atômicas, tentando desfazer um engano muito difundido, especialmente na imprensa brasileira, que relaciona o fato de alguns países possuírem bombas atômicas, e outros não, com segredos científicos. O problema reside apenas na soma de recursos humanos, financeiros e materiais empregados para a consecução dos objetivos. O conhecimento científico básico, é necessário e imprescindível, como o é em qualquer outro ramo da atividade humana, mas não é segredo. Após a digressão, voltemos ao nosso assunto, a Teoria do Transporte de Neutrons.

1.5. Alguns autores e especialistas, dos mais conhecidos e conceituados, costumam considerar como outra limitação da Teoria do Transporte, e da equação correspondente, o fato de haver um certo atraso de tempo entre a emissão de um neutron e a absorção que a precedeu e causou, bem como a existência de uma pequena fração dos neutrons ( $\sim 0,7\%$ ) produzidos pelas fissões, que são emitidas com certo atraso (neutrons retardados) em relação aos outros ( $\sim 99,3\%$ ), emitidos prontamente após a fissão (neutrons prontos).

Não concordamos com esta opinião; nosso pensamento é fundamentado nas seguintes razões:

- no funcionamento em regime estável (reator crítico), estes atrasos são perfeitamente compensados pelos neutrons que interagiram em um tempo adequadamente anterior; a única influência existente é sobre as constantes de tempo características das flutuações estatísticas da população de neutrons (reactor noise) referidas anteriormente.

- se o reator está funcionando em regime dinâmico (reator supercrítico ou subcrítico), mas com período estável, as observações são as mesmas feitas anteriormente, desde que o nível da população de neutrons (potência do reator), seja suficientemente alto para que as flutuações estatísticas possam ser desprezadas; neste caso a influência se mani-

festa no próprio valor do período, e pode ser calculada facilmente introduzindo-se os efeitos correspondentes de modo simples na equação.

- somente no caso de funcionamento em regime dinâmico (período estável) mas a baixos níveis de potência, ou nos transitórios (em que não há um período definido) é que se torna difícil a modificação da equação para incluir estes efeitos; existem alguns métodos já testados que tratam parcialmente de alguns aspectos do problema, sendo um dos mais usados o chamado Método de  $\alpha$  de Rossi.

Em 1961 o autor do presente trabalho desenvolveu um modelo, baseado no Método Monte Carlo aplicado ao tempo, e utilizando a medida de parâmetros propostos no Método de  $\alpha$  de Rossi, que se adaptaria ao tratamento do problema. Na época foi dado o nome de Método do Pulso Negativo de Neutrons, existindo uma nota preliminar nos Anais da 2<sup>a</sup> Conferência Interamericana para Uso Pacífico da Energia Atômica, realizada na Cidade do México em Dezembro de 1961. As medidas seriam feitas no Reator IPR-R1 enquanto seu núcleo estivesse limpo (combustível novo), mas a inexistência do equipamento acessório não permitiu as medidas dos parâmetros necessários para teste do modelo. Não voltamos mais a estudar o assunto, mas um teste puramente teórico, com hipóteses super-simplificadas (reator composto de 2 pontos e neutrons num único grupo de energia), indicou na época a viabilidade do método.

1.6. Alongamos esta introdução e descrição das bases físicas da Teoria do Transporte de Neutrons, não apenas como preparação para o tratamento físico-matemático que virá a seguir, mas também para expor uma tese sobre a qual gostaríamos de ouvir a opinião de outros especialistas no ramo:

1.6.1. É perfeitamente possível e altamente desejável a introdução nos currículos de Engenharia (particularmente En-

genharia Térmica, Engenharia Elétrica, Engenharia Química e Engenharia Mecânica), seja em nível de graduação, seja em nível de pós-graduação, de um elenco de disciplinas opcionais que preparem tais profissionais para trabalharem no cálculo, projeto e exploração de Centrais Nucleares.

1.6.2. Justificativas: É possível, como pretendemos provar no decorrer deste trabalho, que o assunto seja exposto e ensinado sem exigir prévia formação nos ramos altamente especializados da Física Moderna, como sejam: Mecânica Quântica, Física Nuclear, Física Teórica, etc. Bastaria uma disciplina, provavelmente semestral, onde seriam ensinados os fundamentos da energia nuclear dando ênfase à fissão. O engano, persistente até hoje na maior parte dos cursos, deve-se ao fato de que a energia nuclear nasceu e se desenvolveu inicialmente pelo trabalho de cientistas de fronteira, que na época se dedicavam àqueles ramos. Deveriam continuar os cursos em nível de pós-graduação, encarregados de formar, em menor número, os cientistas e tecnólogos de fronteira, aos quais caberia a missão de aprofundar e alargar o estudo do assunto, fornecendo-lhes a criatividade de que ainda necessitam e necessitarão por longo tempo. O fato de ser desejável justifica-se pelo crescimento exponencial do número de profissionais especializados exigidos para trabalharem no ramo, nos próximos 20 ou 30 anos, já que a energia nuclear será provavelmente a única alternativa economicamente viável para geração de energia em larga escala. Podemos estimar, face ao programa previsto de construção de centrais nucleares no Brasil, a necessidade de alguns milhares de profissionais até o fim da década de 80.

## 2. RELAÇÕES ENTRE A TAXA DE REAÇÕES E A POPULAÇÃO DE NEUTRONS

2.1. Vamos dar agora algumas explicações que seriam desnecessárias, se o presente trabalho fosse dirigido apenas

a especialistas em reatores nucleares. Como provavelmente ele será analisado por especialistas em engenharia térmica, tornam-se inevitáveis tais explicações, dadas de um modo diferente do usual, já que não caberia, no âmbito do presente trabalho, a introdução dos conceitos necessários. A introdução desses conceitos é que seria o objeto da disciplina semestral referida na seção anterior.

2.2. A potência gerada em um reator nuclear é, toda e la, direta ou indiretamente, devida às fissões ocorridas em seu interior. A parcela da energia correspondente, que é utilizável, aparece, em última instância, sob forma de calor distribuída nas diversas partes do reator. Uma pequena fração da energia devida às fissões, aproximadamente 5%, correspondente à emissão de neutrons, não é possível ser utilizada, já que essas partículas praticamente não interagem com a matéria. Tal perda, entretanto, é quase integralmente compensada pela energia liberada na captura dos neutrons em excesso, sempre presentes no reator. Deste modo podemos considerar que cada fissão é responsável pela liberação de 200 MeV ( $3,2 \times 10^{-11}$  joules).

Do calor correspondente, cerca de 95% aparece no próprio combustível e apenas 5% nas outras partes do reator. Para o projetista e calculista do sistema de resfriamento da vareta combustível, isto representa uma ligeira vantagem, pois lhe permite trabalhar com densidades de potência por unidade de volume do reator um pouco mais elevadas.

Concluindo, para se calcular a potência de um reator, é necessário conhecer a taxa de fissões por unidade de volume do combustível em cada instante. Esta taxa de fissões é determinada pelo número de interações neutron-núcleo, por unidade de tempo (taxa de interações), por unidade de volume. Seja  $R(\vec{r})$  a taxa de interações neutron-núcleo por unidade de volume, no ponto  $\vec{r}$ . Obviamente,  $R(\vec{r})$  é pro-

porcional às concentrações de núcleos e de neutrons, aptos a reagirem, no mesmo ponto, ou seja,  $R$  é proporcional ao produto das duas concentrações:

$$R(\vec{r}) \propto N(\vec{r}) m(\vec{r}) \quad (\text{Eq. V-1})$$

onde:

$N(\vec{r})$  = concentração dos núcleos

$m(\vec{r})$  = concentração dos neutrons

Seja  $P$  o fator de proporcionalidade entre as grandezas acima; a (Eq. V-1) fica:

$$R(\vec{r}) = P N(\vec{r}) m(\vec{r}) \quad (\text{Eq. V-2})$$

Analisemos agora o fator  $P$ . O número de interações que um neutron sofre por unidade de tempo depende do número de núcleos que ele tem a chance de encontrar durante este intervalo de tempo; ora, esta chance de colisões depende da distância total percorrida pelo neutron no mesmo intervalo unitário de tempo, ou seja, da sua velocidade. Vamos então desmembrar  $P$  em dois fatores:

$$P = \sigma \cdot v \quad (\text{Eq. V-3})$$

levando em (Eq. V-2)

$$R(\vec{r}) = \sigma \cdot N(\vec{r}) \cdot m(\vec{r}) \cdot v \quad (\text{Eq. V-4})$$

No raciocínio exposto anteriormente está implícita a hipótese que todos neutrons considerados têm a mesma velocidade e que os núcleos estão em repouso. Esta hipótese, embora grosseira como veremos a seguir, serve para realçar certos fatos físicos fundamentais característicos das reações neutron-núcleo.

Chamemos a grandeza:

$$\phi(\vec{n}) = n(\vec{n}) \cdot v \quad (\text{Eq. V-5})$$

de Fluxo de Neutrons ou Fluxo Integrado de Neutrons. Esta denominação, já inteiramente estabelecida, embora inadequada, foi introduzida por Fermi, no início dos seus trabalhos com neutrons. Notemos que o fluxo de neutrons representa fisicamente o percurso total integrado de todos os neutrons contidos em uma unidade de volume, durante uma unidade de tempo.

Analisando a Eq. V-4 vemos que a grandeza  $\sigma$  tem dimensões de área; é como se fosse a área de alvo que cada núcleo apresenta aos neutrons, no percurso destes, sendo chamada Seção de Choque Microscópica para as interações neutron-núcleo ( $\sigma$  é expresso em uma unidade adequada às dimensões nucleares, o barn, equivalente a  $10^{-24} \text{ cm}^2$ ). Para neutrons com o mesmo vetor velocidade  $\vec{v}$ , ela é uma constante, característica de cada núcleo, como veremos a seguir.

Definamos a grandeza:

$$\Sigma(\vec{n}) = \sigma \cdot N(\vec{n}) \quad (\text{Eq. V-6})$$

chamada Seção de Choque Macroscópica, caracteriza a probabilidade de interação do neutron com um determinado tipo de nuclídeo (denominação dada a um núcleo que é caracteriza-



do por determinado número de prótons e de nêutrons), em um meio em que a concentração deste é  $N(\vec{r})$ .

Finalmente, podemos escrever:

$$R(\vec{r}) = \Sigma(\vec{r}) \phi(\vec{r}) \quad (\text{Eq. V-7})$$

para a taxa de reações nêutron-núcleo no modelo aproximado que estamos usando. Notemos também, que como  $\phi(\vec{r})$  representa o percurso integrado dos nêutrons,  $\Sigma(\vec{r})$  assume o papel de uma densidade de probabilidade, por unidade de comprimento de percurso, para as interações nêutron-núcleo.

Podemos agora resumir o raciocínio acima, expressando-o de outra maneira: seja  $\lambda(\vec{r})$  o Livre Percurso Médio dos nêutrons no meio dado, isto é, o percurso médio dos nêutrons entre duas interações sucessivas com os núcleos; um simples raciocínio estatístico mostra que, se um determinado meio possui um só tipo de nuclídeo, com concentração constante,  $\Sigma$  é constante. A probabilidade de interação em um intervalo  $dx$  é igual a  $\Sigma dx$ , e a probabilidade composta do nêutron percorrer uma distância  $x$  e interagir no intervalo  $dx$  subsequente é

$$p(x) dx = e^{-\Sigma x} (\Sigma dx) \quad (\text{Eq. V-8})$$

donde

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} x p(x) dx}{\int_0^{\infty} p(x) dx} = \frac{1}{\Sigma} \quad (\text{Eq. V-9})$$

A seção de choque macroscópica é uma função intensiva do meio, isto é, depende da composição do mesmo no ponto dado. Logo, isto nos permite dizer que, no caso mais geral, é também uma função de  $r$ .

$$\lambda(\vec{r}) = 1/\Sigma(\vec{r}) \quad (\text{Eq. V-10})$$

Ora, se  $\phi(\vec{r})$  representa o percurso dos neutrons na unidade de tempo, e  $\lambda(\vec{r})$  o percurso médio entre duas interações, então o número médio de interações, por unidade de tempo, será:

$$R(\vec{r}) = \frac{\phi(\vec{r})}{\lambda(\vec{r})} = \Sigma(\vec{r})\phi(\vec{r}) \quad (\text{Eq. V-11})$$

como havíamos encontrado antes.

Generalizando agora nosso raciocínio, para o caso em que as concentrações variam com o tempo, podemos escrever, para a taxa de interações em um certo instante  $t$ :

$$R(\vec{r}, t) = \Sigma(\vec{r}, t)\phi(\vec{r}, t) \quad (\text{Eq. V-12})$$

Ainda, sendo  $\Sigma(r, t)$  uma densidade de probabilidade, se um determinado meio contiver  $n$  tipos diferentes de núclídeos, como a interação com um núclídeo exclui a interação com os outros (fenômenos mutuamente exclusivos),

já que o neutron não pode interagir simultaneamente com mais de um nuclideio, um raciocínio estatístico simples nos leva a concluir que:

$$\begin{aligned} \Sigma(\vec{r}, t) &= \Sigma_1(\vec{r}, t) + \Sigma_2(\vec{r}, t) + \dots \\ \dots + \Sigma_m(\vec{r}, t) &= \sum_{j=1}^m \Sigma_j(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (\text{Eq. V-13})$$

isto é, as seções de choque macroscópicas são aditivas.

Por outro lado, quando um determinado nuclideio interage com um neutron, diversos tipos de resultados podem advir da interação; pode ocorrer um simples choque elástico, um choque inelástico, o neutron pode ser capturado, pode haver fissão do núcleo, etc. Estes fenômenos são também mutuamente exclusivos, logo podemos escrever, para a seção de choque total do nuclideio:

$$\begin{aligned} \Sigma_t(\vec{r}, t) &= \Sigma_e(\vec{r}, t) + \Sigma_i(\vec{r}, t) + \\ &+ \Sigma_c(\vec{r}, t) + \Sigma_f(\vec{r}, t) + \dots \end{aligned} \quad (\text{Eq. V-14})$$

onde:

$$\begin{aligned} \Sigma_t(\vec{r}, t) &= \sigma_t N(\vec{r}, t) && = \text{seção de choque macroscópica total} \\ \Sigma_e(\vec{r}, t) &= \sigma_e N(\vec{r}, t) && = \text{seção de choque macroscópica de espalhamento elástico} \end{aligned}$$

$\Sigma_i(\vec{r}, t) = \sigma_i N(\vec{r}, t)$  = seção de choque macroscópica de espalhamento inelástico

$\Sigma_c(\vec{r}, t) = \sigma_c N(\vec{r}, t)$  = seção de choque macroscópica de captura

$\Sigma_f(\vec{r}, t) = \sigma_f N(\vec{r}, t)$  = seção de choque macroscópica de fissão, etc.,  $\sigma_t, \sigma_e, \sigma_i, \sigma_c, \sigma_f, \dots$  etc, são as seções de choque microscópicas respectivas; obviamente

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_i + \sigma_c + \sigma_f + \dots \text{ etc} \quad (\text{Eq. V-15})$$

2.3. As principais deficiências do modelo simplificado exposto são:

- os neutrons não possuem uma só velocidade (ou energia); no reator, encontramos neutrons com energias desde fração de 1 eutron-Volt ( $\sim 0,001$  eV) até neutrons com mais de uma dezena de milhões de eutron-Volts ( $\sim 10$  MeV =  $10^7$  eV); ora, as probabilidades de interação,  $\Sigma$ , são inteiramente dependentes da energia do neutron incidente, ou, mais precisamente, da energia relativa neutron-núcleo; mais detalhadamente, as seções de choque microscópicas de cada um dos tipos de interação (choque elástico e inelástico, captura, fissão, etc.) variam com a energia do neutron incidente; por exemplo:  $\sigma_i = 0$  para neutrons de baixa energia ( $\lesssim 100$  keV);  $\sigma_f$ , dos núcleos físséis, é várias centenas de vezes maior para neutrons térmicos (neutrons em equilíbrio térmico com as moléculas do meio,  $E = 0,025$  eV) do que para neutrons rápidos ( $E \gtrsim 100$  keV);

- na maior parte das colisões elásticas, e, em alguns tipos de colisão inelástica, há uma forte dependência entre as seções de choque microscópicas correspondentes e a direção do neutron emergente relativamente à do neutron incidente; é o fenômeno conhecido como Anisotropia do Espalhamento de Neutrons; em um meio homogêneo e infinito, os efeitos

se compensariam e não seria necessário considerar esta dependência; nenhuma dessas duas situações ocorrem nos reatores, e os erros envolvidos pela aproximação podem levar a resultados bastante grosseiros; temos, portanto, que levar em conta a dependência das seções de choque com a direção do neutron; esta dependência é expressa pelo vetor unitário  $\underline{\Omega}$ , que representa a direção do movimento do neutron, isto é, se  $\underline{v}$  é o vetor velocidade, temos

$$\underline{v} = v \underline{\Omega} \quad (\text{Eq. V-16})$$

Resumindo o que expusemos acima, deveríamos escrever para a taxa de reações neutron-núcleo, por unidade de volume, de modo mais rigoroso, a expressão

$$R(\underline{r}, t) = N(\underline{r}, t) \int_0^{\infty} \int_{4\pi} \sigma(E, \underline{\Omega}, t) \times \\ \times v \times n(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) d\underline{\Omega} dE \quad (\text{Eq. V-17})$$

onde:

- $E$  = energia do neutron
- $\underline{\Omega}$  = vetor unitário na direção da velocidade do neutron
- $dE$  = intervalo elementar de energia em torno de  $E$ ,
- $d\underline{\Omega}$  = elemento de ângulo sólido em torno de  $\underline{\Omega}$

e os outros símbolos têm os mesmos significados anteriores.

Com as idéias expostas acima, podemos agora passar para o estabelecimento da Equação do Transporte de Neu-

trons, que é a equação básica para a descrição do comportamento dos neutrons no reator. Inicialmente, vamos estabelecer certos conceitos básicos: Espaco Fase e definições das grandezas necessárias.

### 3. O ESPAÇO FASE

A descrição detalhada da população de neutrons, e de seu comportamento, no interior de um meio material qualquer, não pode ser feito, de modo completamente satisfatório, no espaço geométrico comum. É necessário a utilização do que Gibbs e Boltzmann chamaram de Espaco Fase. Neste caso, o conjunto dos neutrons é descrito em um espaço a seis dimensões ( $x, y, z, V_x, V_y, V_z$ ), onde: ( $x, y, z$ )  $\rightarrow$  determinam a posição do neutron no meio considerado;

( $V_x, V_y, V_z$ )  $\rightarrow$  determinam o modulo e a direção da velocidade do neutrons em seu movimento no interior do meio.

### 4. DEFINIÇÕES

#### 4.1. Sistema de Coordenadas

Relacionaremos a seguir as definições de algumas grandezas essenciais ao desenvolvimento da Teoria do Transporte dos Neutrons. Façamos antes algumas modificações, de maneira a apresentar as variáveis independentes na forma em que é mais comumente usada na Física de Reatores.

4.1.1. Primeiramente vamos introduzir o parâmetro ( $t$ ), o que nos permitirá descrever, no caso mais geral, a variação da distribuição de neutrons ao longo do tempo. Neste caso, o conjunto de variáveis se torna: ( $x, y, z, V_x, V_y, V_z, t$ ).

4.1.2. As coordenadas ( $x, y, z$ ) que determinam a posição do neutron serão geralmente representadas sinteticamente pelo vetor posição ( $\vec{r}$ ); assim:

O Elemento de Volume  $d\vec{r}$  e Elemento Direcional  $d\vec{\Omega}$

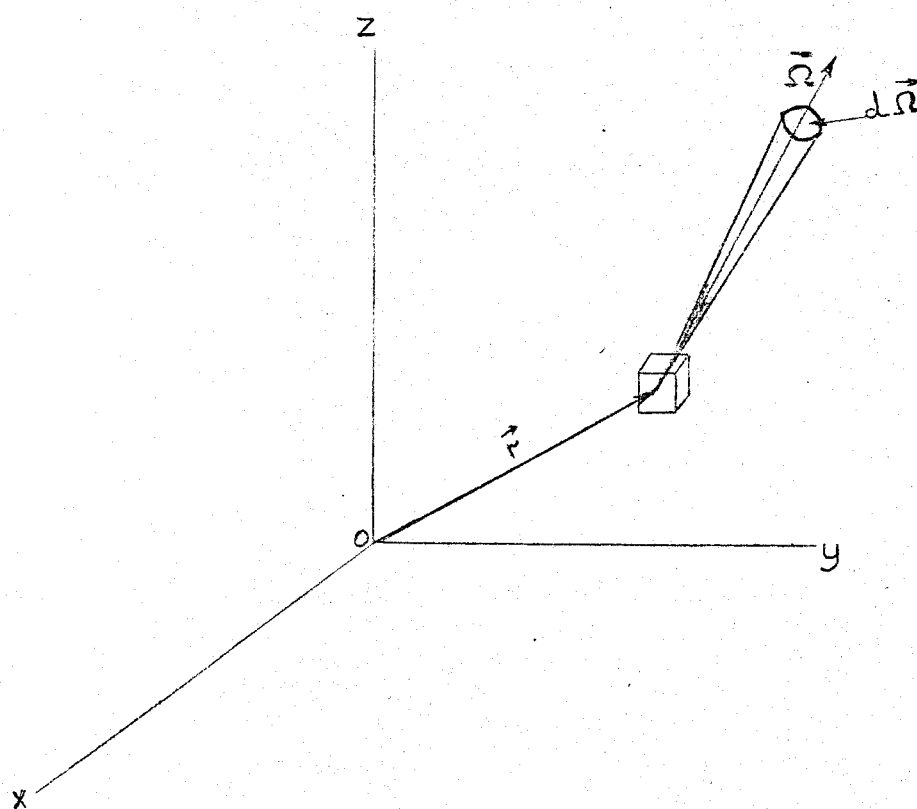


Fig. V-1

$$(x, y, z) \stackrel{+}{\leftarrow} (\vec{r})$$

4.1.3. As componentes ( $V_x, V_y, V_z$ ) da velocidade do neutrón serão substituídas pela energia ( $E$ ) correspondente e pelo vetor unitário ( $\vec{\Omega}$ ), tomado na direção do movimento do neutrón; ele fica completamente definido pelo ângulo azimutal ( $\psi$ ) e pela distância zenital ( $\theta$ ). Suas componentes cartesianas são:

$$\begin{aligned}\Omega_x &= \text{sen } \theta \cos \psi \\ \Omega_y &= \text{sen } \theta \text{ sen } \psi \\ \Omega_z &= \cos \theta\end{aligned}$$

(Eq. V-18)

O elemento de ângulo sólido, que usaremos frequentemente a seguir, é o elemento de área, tomado em uma superfície esférica de raio unitário, normal ao vetor  $\vec{\Omega}$ ; tem por expressão:

$$d\vec{\Omega} = \text{sen } \theta \, d\theta \, d\psi \quad (\text{Eq. V-19})$$

4.1.4. Neste caso, o conjunto de coordenadas que usaremos torna-se:

$$(x, y, z, V_x, V_y, V_z, t) \stackrel{+}{\leftarrow} (\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (\text{Eq. V-20})$$

#### 4.2. Densidade em Fase

É a grandeza que representa o número de neutrons por unidade de volume no ponto determinado pelo vetor posição ( $\vec{r}$ ), por unidade de energia, na energia ( $E$ ), por unidade de ângulo sólido na direção determinada pelo vetor unitário ( $\vec{\Omega}$ ), todas estas densidades tomadas no instante ( $t$ ); é representada pelo símbolo:  $n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ , e satisfaz a seguinte equação:



$$n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{r}, dE, d\vec{\Omega} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{n total de neutrons, no instante } t, \text{ dentro de} \\ \text{elemento de volume } d\vec{r}, \text{ em torno de } \vec{r}, \text{ com e-} \\ \text{nergias em } dE, \text{ em torno de } E \text{ e dentro do ângu-} \\ \text{lo sólido } d\vec{\Omega} \text{ tomado em torno de } \vec{\Omega}. \end{array} \right.$$

(Eq. V-21)

4.3. Fluxo Angular: é a grandeza que se obtém multiplicando a Densidade em Fase acima pela velocidade ( $v$ ) dos neutrons, onde:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

(Eq. V-22)

$m$  = massa do neutron

é representada por  $f(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ , e satisfaz a equação:

$$f(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{r}, dE, d\vec{\Omega} = v \cdot n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{r}, dE, d\vec{\Omega} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{nº de neutrons no elemento de volume } d\vec{r}, \\ \text{em torno de } \vec{r}, \text{ com energia em } dE, \text{ em tor-} \\ \text{no de } E \text{ e cujas direções do movimento a-} \\ \text{travessam } d\vec{\Omega}, \text{ em torno de } \vec{\Omega}, \text{ por unida-} \\ \text{de de tempo no instante } t. \end{array} \right.$$

(Eq. V-23)

4.4. Densidade de Neutrons: A densidade de neutrons comumente usada na Teoria da Difusão, pode ser obtida por simples integração da Densidade em Fase:

$$n(\vec{r}, t) = \int_0^{\infty} \int_{4\pi} n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{\Omega} dE$$

(Eq. V-24)

$n(\vec{r}, t)$  nos dá o número de neutrons, por unidade de volume em  $\vec{r}$ , no instante  $t$ , com todos valores possíveis de energia

e com movimentos em todas direções possíveis no espaço. Obviamente:

$$n(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{\Omega} \quad (\text{Eq. V-25})$$

nos dá o número de neutrons, no instante  $t$ , por unidade de volume em  $\vec{r}$ , por unidade de energia  $E$ , e com movimento em todas as direções possíveis no espaço; é a grandeza básica de aproximação da Teoria do Transporte conhecida como Teoria da Difusão.

4.5. Fluxo de Neutrons: podemos ainda definir o Fluxo de Neutron, relacionando-o com as grandezas acima. Inicialmente temos o Fluxo por Unidade de Energia:

$$\phi(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} v n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{\Omega} \quad (\text{Eq. V-26})$$

e finalmente o Fluxo Integrado, que compreende o movimento dos neutrons com todas energias:

$$\begin{aligned} \phi(\vec{r}, t) &= \int_0^{\infty} \phi(\vec{r}, E, t) dE = \\ &= \int_0^{\infty} \int_{4\pi} v n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{\Omega} dE \quad (\text{Eq. V-27}) \end{aligned}$$

4.6. Seções de Choque: Além das seções de choque comumente usadas na Teoria da Difusão, usaremos a seção de choque diferencial definida de tal maneira que:

$$\int f(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \Omega) dE' d\vec{\Omega}' =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{nº total de neutrons transferidos por} \\ \text{colisões elásticas e inelásticas, de} \\ \text{todas energias e direcções para } (E, \vec{\Omega}) \\ \text{por unidade de volume por unidade de} \\ \text{tempo} \end{array} \right.$$

(Eq. V-28)

#### 4.7. Vetor Densidade de Corrente em Fase:

É o vetor que representa o deslocamento dos neutrons no Espaço Fase. Seu módulo é o Fluxo Angular  $\underline{f}$ , e sua direcção é a do vetor unitário  $\vec{\Omega}$ .

$$\vec{j}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \vec{\Omega} f(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (\text{Eq. V-29})$$

### 5. EQUAÇÃO DO TRANSPORTE

Com as definições dadas acima, o estabelecimento da Equação do Transporte de Boltzmann é imediato. De fato, esta equação expressa simplesmente a condição de continuidade, imposta ao balanço dos neutrons, representado, seja através da densidade em fase  $n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ , seja através do fluxo angular  $\underline{f}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ . Escrito em palavras, este balanço pode ser expresso de modo bem simples. Consideremos os neutrons contidos em um elemento de volume  $d\vec{r}$ , em torno de  $\vec{r}$ , com energia em  $dE$  em torno de  $E$  e com direcções em  $d\vec{\Omega}$  em torno de  $\vec{\Omega}$ . A taxa de variação temporal desta população de neutrons é simplesmente o resultado do balanço entre produção e desaparecimento, ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Taxa de varia} \\ \text{ção temporal} \\ \text{da população} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Produção} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Desaparecimento} \end{array} \right\}$$

(Eq. V-30)

Escrevemos esta equação para um volume unitário, tomado em torno do ponto  $\vec{r}$ , no instante  $t$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Taxa de variação} \\ \text{temporal da den-} \\ \text{sidade de neu-} \\ \text{trons} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Produção por unida-} \\ \text{de de tempo, por u-} \\ \text{nidade de volume} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Desaparecimen-} \\ \text{to por unidade} \\ \text{de tempo, por} \\ \text{unidade de vo-} \\ \text{lume} \end{array} \right\}$$

(Eq. V-31)

Para a taxa de variação temporal da densidade de neutrons podemos escrever:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Taxa de variação} \\ \text{temporal da den-} \\ \text{sidade de neu-} \\ \text{trons} \end{array} \right\} = \left[ \frac{dn(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{dt} \right]_{E, \vec{\Omega}}$$

$$= \frac{\partial n}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial t}$$

(Eq. V-32)

Ora:  $\frac{\partial n(\vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\partial \vec{r}} = \text{grad } n =$

$$= \nabla n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

(Eq. V-33)

e

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \vec{v} = \vec{\Omega} v$$

(Eq. V-34)

Portanto:

$$\left[ \frac{dn(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{dt} \right]_{E, \vec{\Omega}} = \vec{\Omega} \cdot v \vec{\nabla}_m + \frac{\partial n}{\partial t} \quad (\text{Eq. V-35})$$

Para a produção temos duas origens possíveis:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Produção devido a} \\ \text{fontes distribuí-} \\ \text{das (fissão, rea-} \\ \text{ções (n, 2n), etc} \end{array} \right\} = S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (\text{Eq. V-36})$$

e mais a produção de neutrons que, possuindo anteriormente valores diferentes de energia e direção,  $E'$  e  $\vec{\Omega}'$ , são mandados, por colisão para  $E$  e  $\vec{\Omega}$ ; pelo que já explicamos antes, este termo pode ser escrito:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Produção devi} \\ \text{do a colisões} \end{array} \right\} = \int_0^{\infty} \int_{4\pi} v' n(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) \times \\ \times \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) dE' d\vec{\Omega}' \quad (\text{Eq. V-37})$$

$$\text{onde } \Sigma_s = \Sigma_e + \Sigma_i$$

Para o tempo de desaparecimento, teremos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Desaparecimento por} \\ \text{unidade de volume} \end{array} \right\} = \Sigma_t(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) v n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (\text{Eq. V-38})$$

onde:

$$\Sigma_t = \Sigma_e + \Sigma_i + \Sigma_c + \Sigma_f + \dots \quad (\text{Eq. V-39})$$

Finalmente, levando as expressões correspondentes à (Eq. V-31), rearranjando os termos, e omitindo os argumentos:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \int_0^{\infty} \int_{4\pi} v' n' \Sigma_e(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) dE' d\vec{\Omega}' + S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) - \vec{\Omega} \cdot v \vec{\nabla} n - \Sigma_t v n \quad (\text{Eq. V-40})$$

Esta é a expressão mais geral da Equação do Transporte de Neutrons, incluindo a possibilidade de variação da densidade de neutrons com o tempo.

É costume agrupar os dois termos de produção em um só:

$$q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \int_0^{\infty} \int_{4\pi} v' n' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) dE' d\vec{\Omega}' \quad (\text{Eq. V-41})$$

a (Eq. V-40) fica

$$\frac{\partial n}{\partial t} = q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) - \vec{\Omega} \cdot v \vec{\nabla} n - \Sigma_t v n \quad (\text{Eq. V-42})$$

Para o caso independente do tempo, isto é, quando a densidade em fase é constante ao longo do tempo, teremos:

$$\vec{\Omega} \cdot v \vec{\nabla} n + \Sigma_t v n = q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (\text{Eq. V-43})$$

## 6. AS FONTES DE NEUTRONS

O termo de fonte na Equação do Transporte (Eq. V 40) leva em conta todas possíveis fontes de neutrons. Podemos desmembrar o termo de fonte  $S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$  em duas parcelas: uma devido aos neutrons de fissão, obviamente a de maior contribuição, e outra devido aos neutrons de outros tipos de fonte, a saber: reações  $(n, 2n)$ ,  $(\gamma, n)$ ,  $(\alpha, n)$ , fissões espontâneas, raios cômicos, etc. Assim,

$$S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = F(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (\text{Eq. V-44})$$

onde:

$F(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$  = densidade das fontes de neutrons vindos diretamente das fissões

$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$  = densidade das fontes de neutrons de outras origens.

Para achar a expressão de  $F$ , definamos as seguintes grandezas:

$\Sigma_f(\vec{r}, E')$  = seção de choque macroscópica de fissão, para neutrons com energia  $E'$  (não depende de  $\vec{\Omega}'$ );

$n(\vec{r}, E', t) = \int_{4\pi} n(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) d\vec{\Omega}'$  = número de neutrons com energia  $E'$ , por unidade de energia;

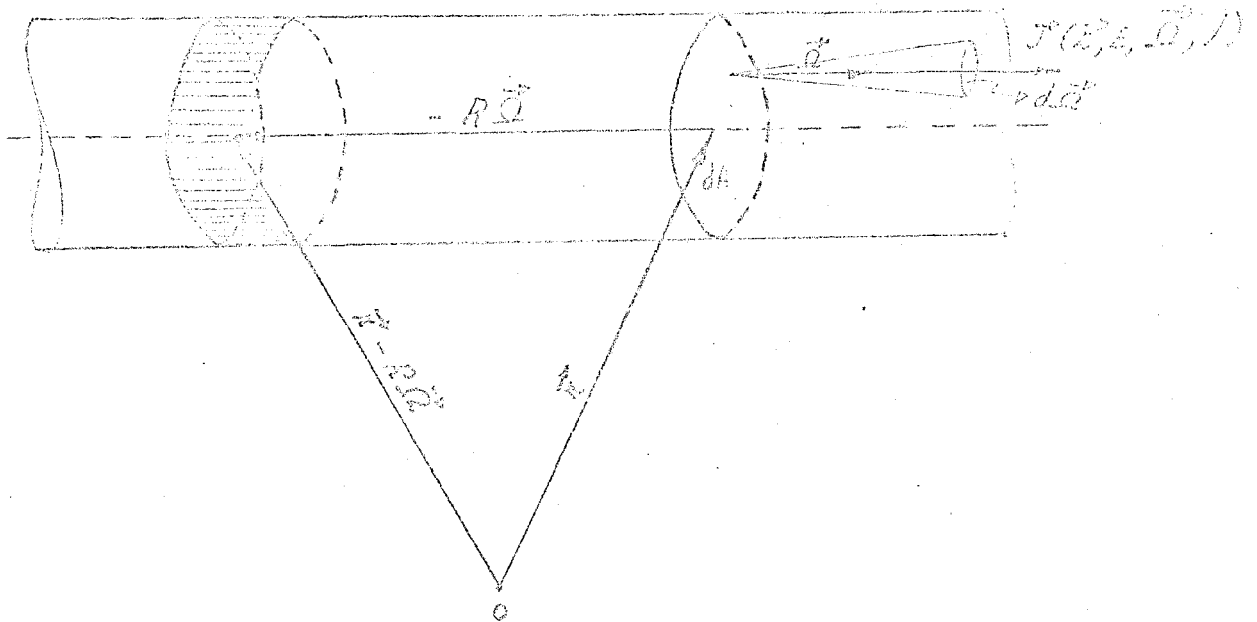
$\nu(E' \rightarrow E)$  = número de neutrons produzidos com energia  $E$ , por unidade de energia, devido a fissões provocadas por neutrons com energia  $E'$ ;

Podemos então escrever:

$$F(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \int_0^{\infty} \nu(E' \rightarrow E) \Sigma_f(\vec{r}, E') v n(\vec{r}, E', t) dE'$$

(Eq. V-45)

## 7. EQUAÇÃO INTEGRAL DO TRANSPORTE



Calculemos o número de neutrons atravessando o elemento de área  $dA$ , por unidade de tempo em  $t$ , por unidade de ângulo sólido em  $\Omega$ . Para isto, recordemos a definição do vetor  $\vec{j}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ .

$$\vec{j}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = v \vec{n}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t); \quad (\text{Eq. V-46})$$

vemos que ele corresponde à soma dos vetores que representam os percursos de todos  $n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$  neutrons, durante uma unidade de tempo; obviamente, seu produto escalar pelo vetor  $\vec{n}dA$ , onde  $\vec{n}$  é um vetor unitário normal a  $dA$ , representa o número de neutrons atravessando este elemento de área na direção  $\vec{n}$ , por unidade de ângulo sólido, por unidade de tempo, no instante  $t$ .



$$\left. \begin{array}{l} \text{número de neutrons atravessando} \\ dA, \text{ na direção } \vec{\Omega}, \text{ por unidade} \\ \text{de ângulo sólido, por unidade} \\ \text{de tempo, no instante } t \end{array} \right\} = \int \vec{n} d\Lambda \quad (\text{Eq. V-47})$$

$$= f(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dA;$$

uma fração infinitesimal destes neutrons, provêm do elemento de volume  $dV = dA dR$ , em torno do ponto  $(\vec{r} - R\vec{\Omega})$ ; a contribuição destes neutrons pode ser calculada considerando-se os neutrons com energia  $E$ , que, partindo do seu interior, têm direção  $\vec{\Omega}$  :

$$\left. \begin{array}{l} \text{número de neutrons que partindo} \\ \text{de } dV, \text{ com energia } E, \text{ têm dire-} \\ \text{ção } \vec{\Omega}. \end{array} \right\} =$$

$$= \left[ \int_0^{\infty} \int_{4\pi} \Sigma_s(\vec{r} - R\vec{\Omega}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \times \right. \\ \left. \times v' M(\vec{r} - R\vec{\Omega}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, t - \frac{R}{v}) d\vec{\Omega}' dE' + \right. \\ \left. + S(\vec{r} - R\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}, t - \frac{R}{v}) \right] dA dR \quad (\text{Eq. V-48})$$

Ora, usando a (Eq. V-41), podemos escrever

$$\left. \begin{array}{l} \text{número de neutrons que partin-} \\ \text{do de } dV, \text{ com energia } E, \text{ têm} \\ \text{direção } \vec{\Omega}. \end{array} \right\} = g(\vec{r} - R\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}, t - \frac{R}{v}) \times$$

$$\times dA dR$$

$$(\text{Eq. V-49})$$

nem todos estes neutrons atingirão  $dA$ , pois alguns interagirão no caminho; seja  $d\rho$ , um elemento de percurso entre  $(\vec{r} - R\vec{\Omega})$  e  $\vec{r}$ ; a probabilidade do neutron interagir ao longo do elemento de percurso  $d\rho$ , é  $\Sigma d\rho$ ; a probabilidade dele escapar às in

terações, no percurso total entre  $(\vec{r}-R\vec{\Omega})$  e  $\vec{r}$  será portanto:

$\exp\left[-\int_0^R \Sigma_t(\vec{r}-\rho\vec{\Omega}, E) d\rho\right]$ ; multiplicando esta probabilidade pela quantidade da (Eq. V-49), temos as contribuições dos neutrons provenientes de  $dV$ , em instantes anteriores e atravessando  $dA$  no instante  $t$ . Integrando em  $R$  desde  $-\infty$  a  $0$ , temos as contribuições totais de neutrons atravessando  $dA$  por unidade de tempo. Igualando à expressão da (Eq. V-47), temos, finalmente

$$f(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \int_0^R \exp\left[-\int_0^R \Sigma(\vec{r}-\rho\vec{\Omega}, E) d\rho\right] q(\vec{r}-R\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}, t - \frac{R}{v}) dR$$

Esta é a expressão da Equação Integral do Transporte.

## CAPÍTULO VI

### MÉTODOS PARA O CÁLCULO NEUTRÔNICO DOS REATORES

#### 1. INTRODUÇÃO

A base físico-matemática para o cálculo neutrônico dos reatores nucleares está expressa nas diversas versões possíveis da Equação do Transporte de Neutrons. No capítulo anterior apresentamos duas destas versões, que na verdade são muito gerais, e que só admitem solução, se hipóteses simplificativas forem feitas, adequadas a cada situação particular. A dependência do resultado da interação neutron-núcleo, com a energia e a direção do neutrón (em alguns tipos de interação), é a principal causa das dificuldades. Outra causa de dificuldades, é a necessidade de tratar geometrias e situações físicas complicadas. Não seria possível, no âmbito do presente trabalho, tratar detalhadamente o problema. Para comparação, basta dizer que o cálculo neutrônico do reator é bem mais complexo que seu cálculo térmico.

#### 2. EVOLUÇÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO

Os métodos de cálculo de reatores sofreram, obviamente, a influência das diferentes fases vividas pelo desenvolvimento da energia nuclear. Poderíamos também considerar três fases:

1ª fase: métodos baseados nos modelos físicos desenvolvidos para o projeto e construção dos primeiros reatores nucleares. Foram devidos principalmente à contribuição de cientistas de vanguarda da época (Enrico Fermi, Eugène P. Wigner, E. Amaldi, E. Segré, G. Placzek, E. Teller, J.R. Op-

penheimer, B. Davisson, K.M. Case, etc.); a maior parte dos quais trabalhou no Projeto Manhattan. A principal característica destes métodos é seu íntimo relacionamento com grandezas e modelos físicos fundamentais, representados por fenômenos globais, medidos e testados em experiências integrais (experiências críticas e sub-críticas).

2ª fase: a partir da metade da década de 50, com o desenvolvimento dos computadores eletrônicos de memória magnética, a ênfase foi dada aos métodos numéricos para solução das equações representando microscopicamente os fenômenos físicos básicos dos reatores. Explorando as potencialidades destes métodos, desenvolveram-se principalmente os cálculos detalhados do espectro energético dos neutrons nos reatores e, conseqüentemente, o tratamento e cálculos mais precisos das constantes dos multigrupos correspondentes. Foi também possível tratar com maior precisão geometrias irregulares e esdrúxulas, com maior facilidade e precisão do que com os métodos analíticos anteriores. Deve ser ressaltada, neste período, a contribuição dada aos métodos de cálculo de reatores, pelos grandes nomes da análise numérica na época (R.S. Varga, R. Bellman, A. Brauer, G. Birkhoff, V.N. Faddeeva, G. E. Forsythe, A.M. Ostrowski, C. Lanczos, G.I. Marchuk, etc.) que, baseando-se nas primeiras idéias de Newton, Gauss, Leibnitz, D'Alembert, Laplace, Fourier, etc., adaptaram os métodos da Análise Numérica de forma a permitir a utilização mais eficiente dos quase ilimitados recursos proporcionados pelos computadores eletrônicos.

3ª fase: é a que começa a se firmar nos últimos anos. O crescimento maciço e exponencial da demanda de projeto e construção de grande número de centrais nucleares de grande porte, bem como, e mesmo conseqüentemente, um número cada vez maior de engenheiros e outros especialistas que se vêm obrigados a familiarizarem-se com o assunto; tudo isto sugere a necessidade de métodos mais automatizados, com a u-

utilização de grandezas e parâmetros, que permitam aos profissionais, em nível de graduação, realizarem os estudos necessários na maior parte dos seus trabalhos rotineiros de cálculo, projeto e avaliação de reatores. Seus instrumentos principais serão tabelas, gráficos, abacos, etc. e formulários de cálculo. Os primeiros passos na direção desta tendência podem ser identificados nos métodos de cálculo por elementos finitos, desenvolvidos principalmente nos Estados Unidos e na Alemanha Ocidental. Os modelos microscópicos e estatísticos, baseados na Teoria do Transporte ou na aproximação, a Teoria da Difusão, são usados apenas para determinação de parâmetros globais, principalmente através das probabilidades de colisão, que definem as interações entre os diferentes elementos finitos vizinhos. No Instituto de Pesquisas Radioativas, que na época fazia parte da Universidade Federal de Minas Gerais, em 1965/66, no início dos trabalhos do extinto Grupo do Tório, foi originalmente desenvolvido, de início por Sergio de S. Brito e Jair C. Mello, e posteriormente por Emílio de V. Paes e Angelo A. de R. Lobo, um método de cálculo, baseado numa analogia com o Teorema das Malhas e o Teorema dos Nós de Kirchhoff, que se enquadra no tipo aqui descrito. Sua apresentação, com uma discussão das possibilidades de ampliação na área do cálculo físico de reatores, será mostrada em capítulo posterior. Seu objetivo inicial era o cálculo do Fator de Fissão Rápida  $\xi$ , dentro do Formalismo dos Quatro Fatores, em um combustível complexo, contendo todos núcleos pesados das 3 cadeias originadas pelo U-235, pelo Th 232 e pelo U-238. Entretanto, é clara a possibilidade de sua aplicação em outros tipos de cálculo de reatores: cálculos de espectro, cálculos de criticalidade, etc.

### 3. RELACÕES ENTRE A POTÊNCIA DO REATOR E A POPULAÇÃO DE NEUTRONS

Em diversas ocasiões, nos capítulos anteriores ,

nos referimos às relações entre a população de neutrons e a potência liberada no reator. Vamos agora estabelecer estas relações de modo quantitativo.

Seja  $\Sigma_f(\vec{r}, E)$  a seção de choque macroscópica de fissão, em um ponto  $\vec{r}$  de um reator, para neutrons com energia  $E$ ; seja  $\phi(\vec{r}, E, t)$  o fluxo de neutrons neste ponto, por unidade de energia na energia  $E$  e no instante  $t$ ; a taxa de fissões correspondentes será:

$$R_f(\vec{r}, E, t) = \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, t) \quad (\text{Eq. VI-1})$$

Seja  $E_f(E)$  a energia liberada por fissão, induzida por neutron de energia  $E$ ; teremos, para a potência  $p(\vec{r}, t)$  liberada no ponto  $\vec{r}$  por unidade de volume, devido a fissões induzidas por neutrons de todas energias:

$$\begin{aligned} p(\vec{r}, t) &= \int_0^{\infty} E_f(E) R(\vec{r}, E, t) dE = \\ &= \int_0^{\infty} E_f(E) \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, t) dE \end{aligned} \quad (\text{Eq. VI-2})$$

Embora haja de fato ligeira dependência de  $E_f(E)$  com energia  $E$  do neutrons que induziu a fissão, esta dependência pode ser desprezada, face aos outros erros cometidos; neste caso vem:

$$p(\vec{r}, t) = \bar{E}_f \int_0^{\infty} \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, t) dE \quad (\text{Eq. VI-3})$$

Para as situações mais comuns em que o reator está operando a potência constante (reator crítico + densidade e fluxo de neutrons constantes no tempo), vem

$$p(\vec{r}) = \bar{E}_f \int_0^{\infty} \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE \quad (\text{Eq. VI-3})$$

e a potência total do reator será:

$$P = \int_{\text{Vol. reator}} p(\vec{r}) d\vec{r} = E_f \int_{\text{Vol. reator}} \int_0^{\infty} \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE d\vec{r} \quad (\text{Eq. VI-4})$$

As expressões (Eq. VI-3) e (Eq. VI-4) anteriores é que geram os fatores de canal quente nucleares referidos nos capítulos II, III e IV. O fator de ponto quente nuclear é simplesmente:

$$F_N = \frac{\hat{p}(\vec{r})}{\bar{p}} \quad (\text{Eq. VI-5})$$

onde  $\bar{p}$  é a potência média por unidade de volume do reator, e  $\hat{p}(\vec{r})$  é valor máximo de  $p(r)$

$$\bar{p} = \frac{P}{V} \quad (\text{Eq. VI-6})$$

O fator de ponto quente nuclear pode ser desmembrado em dois ou mais fatores, dependendo da geometria do núcleo do reator. Suponhamos um reator cilíndrico, isto é, onde:

$$\Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) = \Sigma_f(r, z, E) \phi(r, z, E) \quad (\text{Eq. VI-7})$$

seja  $H$  e  $R$  sua altura e raio, respectivamente.

Podemos então definir um fator de "canal" quente radial como a relação entre a potência gerada no canal mais quente e a potência no canal médio:

$$F_N^R = \frac{\pi R^2 \int p(\hat{r}, z) dz}{P} = \frac{\int p(\hat{r}, z) dz}{\bar{p} \cdot H} \quad (\text{Eq. VI-8})$$

onde  $\hat{r}$  é o valor de  $r$  que torna máxima  $p(r, z)$  para  $z$  constante. Em função das propriedades nucleares:

$$F_N^R = \frac{\int_z \Sigma_f(\hat{r}, z, E) \Phi(\hat{r}, z, E) dz}{\left[ \int_r \int_z \Sigma_f(r, z, E) \Phi(r, z, E) \right] \times H}$$

onde a barra horizontal indica o valor médio da grandeza, ou, como pode facilmente ser verificado:

$$F_N^R = \frac{E_f \int_z \Sigma_f(\hat{r}, z, E) \Phi(\hat{r}, z, E) dz}{\bar{p} \times H} \quad (\text{Eq. VI-9})$$

Para o fator de "canal" quente axial, teríamos, analogamente:

$$F_N^H = \frac{2E_f \int_r \Sigma_f(r, \hat{z}, E) \Phi(r, \hat{z}, E) r dr}{\bar{p} \times R^2} \quad (\text{Eq. VI-10})$$

Uma extensão simples dos raciocínios que utilizamos para estabelecer as expressões acima, pode ser aplicada ao cálculo dos fatores nucleares necessários para descrição da estrutura fina da distribuição de potência e de neutrons, seja no âmbito interno do elemento combustível (estrutura fina) seja mais detalhadamente, a nível da vareta combustível (estrutura hiperfina). Ver, por exemplo, o estabelecimento do fator  $\underline{f}$  de Robertson no capítulo II.

Resumindo, como dissemos anteriormente, os cálculos térmico e neutrônico dos reatores marcham intimamente interligados, com frequentes efeitos de realimentação. Por exiguidade de espaço não vamos apresentar aqui exemplos dos efeitos de realimentação térmica sobre os cálculos neutrônicos, a que nos referimos mais atrás, bastando lembrar



um dos mais importantes. As seções de choque  $\sigma(r, E)$ , são funções da energia  $E$  dos neutrons, a qual, nas energias correspondentes aos neutrons térmicos, ou epitérmicos (quase térmicos), é função da temperatura  $T$  do meio.

Para o objetivo a que nos propomos, então, basta dizer que o projeto de reatores requer o conhecimento das funções:

$$\Sigma = \Sigma(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (\text{Eq. VI-11})$$

$$\phi = \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (\text{Eq. VI-12})$$

O objetivo da próxima seção é apresentar, esquematicamente, a maneira como a Teoria do Transporte de Neutrons, e a Equação do Transporte correspondente, podem ser usadas para este fim.

#### 4. DESCRIÇÃO GERAL DOS PRINCIPAIS MÉTODOS DE SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE

Vamos analisar separadamente o tratamento do problema da energia  $E$  e da direção  $\vec{\Omega}$ .

4.1. As seções de choque para as diversas interações neutron-núcleo dependem da energia  $E$  dos neutrons de uma maneira tão complicada que não é possível representá-las, no intervalo de energia de interesse no cálculo dos reatores ( $\sim 0,01$  eV até 10 MeV, para os reatores térmicos), por nenhuma função analítica. Seu conhecimento resulta diretamente de medidas experimentais, e são apresentadas geralmente sob a forma de tabelas ou representações gráficas detalhadas. Sua utilização pelos especialistas é feita principalmente através do uso dos seguintes métodos:

#### 4.1.1. Métodos Multi-grupo

Neste método, o intervalo de energia correspondente é subdividido em um grande número de intervalos menores, dentro dos quais as seções de choque são supostas constantes, iguais ao valor médio do intervalo. Em geral, o grau de aproximação conseguido depende do número de intervalos, e do grau de detalhe do conhecimento que se possui sobre a variação da seção choque com a energia. Cada intervalo é chamado um Grupo de Neutrons, e é escrita uma equação de balanço, independente de  $E$ , para cada grupo.

A equação do transporte se transforma então em um sistema de equações acopladas, independentes de  $E$ , sendo o acoplamento feito através dos termos de fonte: as fontes de neutron de cada grupo, são determinadas pelos outros grupos.

#### 4.1.2. Método Monte Carlo

É um método estatístico, adequado à solução de alguns problemas específicos; por exemplo: determinação do espectro energético dos neutrons. Nele, a "história" detalhada de um grande número de neutrons, no espaço e/ou energia, é acompanhada, utilizando-se de um conjunto de números aleatórios (rigorosamente semi-aleatórios) e registrada.

O resultado final obtido representa a grandeza que se deseja conhecer.

4.2. A dependência de algumas seções de choque com  $\vec{\Omega}$ , constitui o que chamamos Anisotropia. O problema envolvido no tratamento desta questão tem duas origens: a anisotropia pode ser resultante da própria seção de choque microscópica, e das características do meio. Obviamente, a junção dos dois, complica mais ainda o assunto. Nos limitaremos aqui a tratar do primeiro caso; anisotropia de  $\sigma(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ . Três são as formas mais usuais atualmente de tratá-las.

#### 4.2.1. Métodos dos Harmônicos Esféricos

Neste método, a seção de choque de espalhamento elástico (a principal a apresentar anisotropia)  $\sigma_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ , e a densidade em fase de neutrons (ou o fluxo angular), são desenvolvidos em funções harmônicas esféricas (o mais comum são os polinômios de Legendre), resultando também na transformação da equação do transporte em um sistema de equações acopladas. A aproximação mais difundida que utiliza este método é a que retém apenas os dois primeiros termos do desenvolvimento nos polinômios de Legendre ( $P_0$  e  $P_1$ ); é conhecida como aproximação  $P_1$  da teoria do transporte e constitui a conhecida Teoria da Difusão.

#### 4.2.2. Métodos Sn

Neste caso, o ângulo sólido é subdividido em intervalos, dentro dos quais  $\sigma$  é suposto independente de  $\vec{\Omega}$ . Resultam também em um sistema de equações apropriado para aplicação dos métodos numéricos.

#### 4.2.3. Métodos dos Núcleos (Kernel) de Difusão

Estes métodos partem da versão da equação integral do transporte, e, utilizando parâmetros integrais apropriadamente estabelecidos, definem fontes e probabilidades de colisão em função da posição no espaço.

No próximo capítulo apresentamos um método, de desenvolvimento recente, que parece apresentar grandes possibilidades de aplicação.

NOTA EXPLICATIVA: Existe um trabalho do autor, ainda em preparação para a edição de um livro. Os métodos de cálculo neutrônico dos reatores são expostos e analisados com todos detalhes físicos e matemáticos, apropriados ao uso por especialistas em projeto de reatores.

## CAPÍTULO VII

### MÉTODOS NODAIS OU POR ELEMENTOS FINITOS

#### 1. INTRODUÇÃO

A grandeza básica usada nestes métodos é a probabilidade de colisão. O reator é dividido em elementos finitos vizinhos, acoplados e representados por probabilidades de colisão apropriadamente definidas para cada tipo de interação. No interior de cada elemento, o fluxo de neutrons, as seções de choque  $\Sigma$ , etc. são supostas constantes, sendo as variações detalhadas correspondentes levadas em conta no cálculo das probabilidades de colisão.

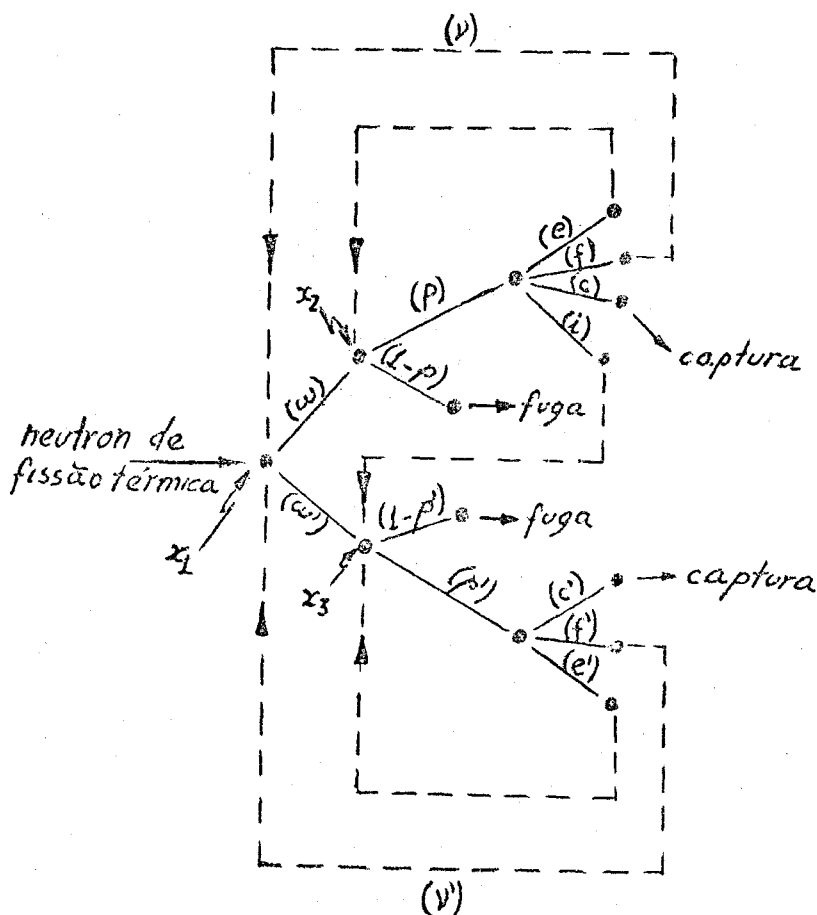
No IPR, de 1965 a 1968, foi desenvolvido um método de cálculo que, embora originalmente destinado ao cálculo de um parâmetro específico, apresenta excepcionais potencialidades para aplicação a vários outros tipos de problemas em cálculo de reatores. A idéia original em que se baseia o método, sugerida por S. S. Brito e desenvolvida por J. C. Mello, foi mais tarde detalhadamente analisada por E. V. Paes e A. A. R. Lôbo. E. V. Paes lhe deu o nome de Método BM.

#### 2. O MÉTODO BM PARA O CÁLCULO DE $\xi$

O método BM, na forma como foi originalmente desenvolvido, apresenta nítidas vantagens sobre os métodos comumente empregados para o cálculo de  $\xi$  em células unitárias de reatores, cujo combustível apresenta composição complexa. É o caso de combustível evoluído, até à composição assintótica, que resultaria de grande número de ciclos de reprocessamentos sucessivos. Neste caso, o tratamento matemático clássico

co, pelo cálculo dos limites de séries de polinômios (ver p. ex.: Lamarsh, J. R. Nuclear Reactor Theory - Addison Wesley Publ. Co. pag. 401) torna-se complexo pelo grande número de núclídeos envolvidos. Por exemplo, no caso mais geral do combustível do PROJETO INSTINTO, do GRUPO DO TÓRIO do IPR, coexistiam 17 núclídeos pesados contribuindo para as fissões rápidas; em casos como este é impossível o tratamento do problema por séries.

Na figura abaixo, apresentamos um esquema do método para o caso do cálculo de  $\underline{\epsilon}$  em uma vareta combustível isolada, isto é, suposta não interagindo (do ponto de vista das fissões rápidas) com as varetas vizinhas. Todas as ocorrências possíveis, na "história" dos neutrons rápidos, são representadas pelos ramos da malha, aos quais correspondem coeficientes numéricos diretamente derivados das respectivas probabilidades. Os nós representam as populações de neutrons em cada estágio da sua história. Um neutron rápido, devido a



fissão térmica, dispara a cadeia; neutrons saem do sistema por fuga ou captura; as capturas do último grupo incluem também as colisões inelásticas.

As observações da figura nos permite escrever o seguinte sistema de equações para as populações nos nós  $x_1, x_2, x_3$

$$x_1 = 1 + \nu_f P x_2 + \nu_f' P' x_3 \quad (\text{Eq.VII-1})$$

$$x_2 = w x_1 + e P x_2 \quad (\text{Eq.VII-2})$$

$$x_3 = w' x_1 + i P x_2 + e' P' x_3 \quad (\text{Eq.VII-3})$$

Pelo significado físico de  $\underline{\varepsilon}$ , tiramos da figura sua expressão:

$$\underline{\varepsilon} = (1 - P) x_2 + (1 - P') x_3 \quad (\text{Eq.VII-4})$$

Resolvendo as 4 equações acima, e colocando a expressão para o cálculo de  $\underline{\varepsilon}$  numa forma menos sensível aos erros numéricos:

$$(\underline{\varepsilon} - 1) = \frac{w[(\nu - 1)_f - c]P + w'[(\nu')_f - c]P' - [De - (w'e - wi) - w'e']PP'}{M} \quad (\text{Eq.VII-5})$$

onde:

$$De = e'(e + w\nu_f) + \nu_f'(w'e + wi) \quad (\text{Eq.VII-6})$$

$$M = 1 - (e + w\nu_f)P - (e' + w'\nu_f')P' + DePP' \quad (\text{Eq.VII-7})$$

Note que o  $\underline{\epsilon}$  calculado anteriormente, pela própria natureza do método BM, já inclui as correções de Spinrad; é portanto o que na literatura clássica é, às vezes, representado por  $\underline{\epsilon^*}$ .

### 3. APLICACÃO DO MÉTODO BM A CÁLCULOS DE ESPECTRO

Em sua forma primitiva, como foi apresentado acima, o método BM nada mais é que um artifício matemático para solução de um problema físico complexo. A.A. Lobo e E.V. Paes o desenvolveram posteriormente para incluir outros fenômenos característicos da célula (retrodifusão).

Em 1968, o autor do presente trabalho ampliou e modificou o método, para utilização em cálculos de espectro. Os resultados preliminares foram comparados com cálculos feitos pelo método Monte Carlo, havendo concordância dos resultados. As pequenas discrepâncias podem ser atribuídas ao reduzido número de grupos de energia usados no cálculo feito pelo método BM. Não apresentamos aqui estes resultados por duas razões: seu caráter preliminar; será objeto de pesquisas à parte, através de trabalhos de tese, a serem desenvolvidos por estudantes de pós-graduação, orientados pelo autor.

Mais recentemente, estamos pesquisando sua aplicação aos cálculos de criticalidade, sem termos chegado ainda a conclusões definitivas. Entretanto, o recente surgimento dos chamados Métodos por Elementos Finitos, especialmente nos EUA e Alemanha, nos deixou bastante animados, pois a idéia básica é a mesma.

CAPÍTULO VIIIB I B L I O G R A F I A1. INTRODUÇÃO

A ausência de referências bibliográficas, no presente trabalho, pode causar estranheza ou chocar alguns colegas, acostumados às normas de redação de relatórios técnicos ou científicos. Entretanto, a explicação para esta aparente falha é simples: resulta da própria natureza do trabalho, que mais que uma tese, representa quase 16 anos de experiência profissional, e docente do autor. De fato, foi escrita, sem consulta a terceiros, a não ser nos pontos especificados no próprio texto dos capítulos. Além disto, por facilidade de impressão, utilizamos figuras usualmente encontradas na maior parte dos livros textos comuns. Como, em grande parte da exposição, usamos métodos originais na abordagem de assuntos clássicos, usamos livros especializados para conferir expressões intermediárias.

2. LIVROS TEXTO

Os livros texto usados foram aqueles que fizeram parte da formação profissional do autor, e vêm sendo usados nos cursos de pós-graduação por ele ministrados na UFMG. Os principais deles são, mais ou menos na ordem histórica, e por assunto:

2.1. Teoria e Física de Reatores

- Edlund, M.C. e Glasstone, S.; The Elements of Nuclear Reactors Theory - D. Van Nostrand Co, Inc - 1957



- Littler, D.J. e Raffle, J.F.; An Introduction to Reactor Physics - McGraw-Hill Book Co., Inc - 1955
- Case, K.M., F. de Hoffmann e Placzek, G.; Introduction to the Theory of Neutron Diffusion, Vol. I - Los Alamos Scientific Laboratory-1953
- Murray, Raymond L.; Nuclear Reactor Physics - Prentice-Hall, Inc. - 1957
- Davison, B.; Neutron Transport Theory - Oxford University Press, Amen House, London E.C.4 - 1958
- Weinberg, A.M. e Wigner, E.P.; The Physical Theory of Neutron Chain Reactors - The University of Chicago Press - 1958
- Meghreblian, R.V. e Holmes, D.K.; Reactor Analysis - McGraw-Hill Book Co, Inc. - 1960
- Galanin, A.D.; Thermal Reactor Theory - Pergamon Press Ltd. - 1960
- Ishin, H.S.; Introductory Nuclear Theory - Reinhold Publishing Corporation - 1963
- Tait, J.H.; An Introduction to Neutron Transport Theory - Longmans, Green and Co. Ltd. - 1964
- Génie Atomique - Tome I - INSTN Saclay Press Universitaires de France - 1961
- Lamarsh, J.R.; Introduction to Nuclear Reactor Theory - Addison - Wesley Publishing Co, Inc. - 1966
- Williams, M.M.R.; The Slowing Down and Thermalization of Neutrons - North-Holland Publishing Co - 1966
- Marchuk, G.I.; Numerical Methods for Nuclear Reactor Calculations - Consultants Bureau N.Y. - 1959
- Case, K.M. e Zweifel, P.F.; Linear Transport Theory - Addison-Wesley Publishing Co - 1967

- Bell, G.I. e Glasstone, S.; Nuclear Reactor Theory - Van Nostrand Reinhold Co. - 1970

## 2.2. Engenharia Nuclear

- Glasstone, S. e Sesonke, A.; Nuclear Reactor Engineering - D. Van Nostrand Co, Inc. - 1967

- Bonilla, C., F.; Nuclear Engineering McGraw-Hill Book Co, Inc. - 1957

- El Wakil, M. M.; Nuclear Power Engineering - McGraw-Hill Book Co, Inc. - 1962

- Etherington, H.; Nuclear Engineering Handbook McGraw-Hill Book Co, Inc. - 1958

- Génie Atomique, Tomo III - INSTN Saclay Press Universitaires de France - 1961

## 2.3. Térmica de Reatores

- Lottes, P.A.; Nuclear Reactor Heat Transfer - Argonne Natl. Lab. Rept. ANL - 6469 - December 1961

- El Wakil, M.M.; Nuclear Heat Transport - International Textbook Co - 1971

- Tong, L.S. e Weisman, J.; Thermal Analysis of Pressurized Water Reactors - American Nuclear Society - 1970

## 2.4. Cálculo de Reator

- Sangreen, W.C.; Digital Computers and Nuclear Reactor Calculations - John Wiley & Sons, Inc. - 1960

- Naval Reactors Physics Handbook - Volume I - Naval Reactors, Division of Reactor Development - United States Atomic Energy Commission - 1964

- Greenspan, H., Kelber, C.N. e Okrent, D.; Computing Methods in Reactor Physics - Gordon and Breach Sci-

ence Publishers - 1968

- Hogerton, J.F. e Grass, R.C.; The Reactor Handbook - Volume 2 Physics - Washington, D.C.: U.S. Atomic Energy Commission - August 1955

### 3. Referências

#### Capítulo I

- Figuras I-1, I-2 e I-3, foram tiradas da revista "Construção" - Maio de 1974

#### Capítulo II

O método de cálculo descrito está exposto, detalhadamente, na Nota Técnica: Mello, J.C. et al.; PROJETO INSTINTO - Formulário Simplificado do Estudo Paramétrico Preliminar. Nota GT-1, IPR-1966

#### Capítulo III

- Calzabini, A. et al., Esperienze d'Irraggiamento di Capsule Cyranum per lo Studio del Comportamento Termico della Barreta Combustibile - RT/ING (70) 15 - CNEN - Itália, 9 de Julho de 1970

- Carvalho, S.R.B.; Gomes, P.A.; Maqdalani, S.A.; Frotté, A.L. - "Considerações sobre os Códigos de Irradiação STECCA-3 e ANABASI" - NTI-PEC-PTA-03/73 - CBTN-DTD - 16 de Maio de 1973

- Terra, J.L. et al.; Manual de Utilização do Código ANABASI, NTI-PEC-PTA-06/73 - CBTN-DTD - 18 de Julho de 1973

- Cardosá, G.; Cornaggia, L.; Musco, A.; "Calcoli di Progetto dell'Elemento di Combustibile tipo Cirene per le Esperienze CNEN nel Reattore HBWR di Halden" - RTI/PC (69) 1 - CNEN - C.S.N. Casaccia, Italia

- Cardosi, G.; Cornaggia, L.; Musco, A. - "Verifica del Metodo di Calcolo STECCA per la Pressione dei gas di Fissione Negli Elementi di Combustibile tipo Cirene" - RTI/PC (70) 2 - CNEN - C.S.N. Casaccia, Italia

- Terra, J.L. et al.; Manual de Utilização do Código STECCA-3, NTI-PEC-PTA-04/74 - CBTN-IPR - 28 de Fevereiro de 1974.

#### Capítulo IV

- Sanberg, R.O.; CAT II - an IBM 7090 Code for Predicting Thermal and Hydraulic Transients in a Open Lattice Core, WCAP-2059- Ago/1962

- Chelemer, H.; Chu, P.T.; Hochreiter, L.E. - THINC-IV - An Improved Program for Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Cores - WCAP-7956-Jun, 1973

- Pierre, C. St. Carl, SASS CODE I - Subchannel Analysis for the Steady State; APPE-41, Atomic Energy of Canada Limited, Ontario, Set, 1966

- Bowring, R.W. - HAMBO - A Computer Programme for the Subchannel Analysis of the Hydraulic and Burnout Characteristics of Rod Clusters - Part 2, AEEW-R 582, United Kingdom Atomic Energy Authority, 1968

- Rowe, D.S., COBRA III - A Digital Computer for Steady State and Transient Thermal Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements, BNWL-B-82, Argonne National Laboratory, Illinois.

#### Capítulo VII

- Brito, S.S.; Fator de Fissão Rápida - Nota GT-2 - IPR-1966.

ANEXO I - Formulário Simplificado para Cálculos Paramétricos de um Reator a Água Pesada e UO<sub>2</sub>

$$\frac{V_r}{V_c} = 1 + K + \frac{V_e}{V_c}$$

$$V_p = (1,684 \times 10^8) \frac{V_r}{V_c} \frac{1}{W_s}$$

$$H_p = 1,028 \sqrt[3]{V_p}$$

$$H' = H_p + 90$$

$$m = 1,5708 \frac{H_p}{H'}$$

$$\alpha_2 = \frac{m}{\sin m}$$

$$\hat{W}_s = 1,20 \cdot \bar{W}_s \alpha_2$$

$$\hat{Q} = 8,949 \cdot \hat{W}_s$$

$$(\hat{T}_{s1})_c = 330 + \delta(\hat{T}_2)_c$$

$$\hat{I}_1 = I [(\hat{T}_{s1})_c]$$

$$(\hat{I})_c = 121,5 - \hat{I}_1$$

$$\hat{I} = \frac{(\hat{I})_c}{1,5}$$

$$a_0 = 2 \sqrt{\frac{\hat{I}}{\hat{Q}}}$$

$$c_0 = a_0 + 0,060$$

$$\delta(\hat{T}_2)_c = 0,7595 \frac{(\hat{I})_c}{a_0 + 0,030}$$

$$f_2 = 0,96154 - \frac{11,538}{H_p}$$

$$V_c = 116,24 \cdot f_2 a_0^2$$

$$\delta(\hat{T}_2) = \frac{\delta(\hat{T}_2)_c}{1,5}$$

$$\hat{T}_{s1} = 330 + \delta(\hat{T}_2)$$

$$\hat{I}_2 = I(\hat{T}_{s1})$$

$$\hat{I}_3 = \hat{I}_2 + \hat{I}$$

$$\bar{T}_c = T(\hat{I}_3)$$

$$\bar{T}_c = \frac{\bar{T}_c + \bar{T}_{s1}}{2}$$

$$\bar{T}'_c = \frac{\bar{T}_c}{\alpha_2} + 295 \frac{\alpha_2 - 1}{\alpha_2}$$

$$\rho_c^* = \rho_c (T_c^*)$$

$$Q_T^* = 1.14 \cdot \bar{W}_3 \rho_c^* H_p V_c$$

$$\dot{M} = (6,4140 \times 10^{-3}) \cdot Q_T^*$$

$$V_z = 116,24 C_0^2$$

$$C_1 = 0,56419 \sqrt{V_z + (1,8723 \times 10^{-3}) \dot{M}}$$

$$d_0 = 0,25777 \cdot (C_1 + C_0)$$

$$V_{g1} = 120,89 (C_1^2 - d_0^2)$$

$$V_{g2} = \frac{697,44 \cdot C_0^2 + 36,325}{H_p}$$

$$V_{g3} = \frac{60,750 \cdot d_0 - 13500 C_0 + 10,767}{H_p}$$

$$V_g = V_{g1} + V_{g2} + V_{g3}$$

$$V_{t1} = \frac{7,5398 \cdot C_1 - 0,75398}{H_p}$$

$$C = C_1 + 0,080$$

$$V_t = 0,50266 C_1 + 0,020106 + V_{t1}$$

$$V_e = V_g + V_t$$

$$V_n = 3,1416 \cdot C_1^2 - 1,04 \cdot V_c - V_g - V_{t1}$$

$$V_b = 31,416 C_0^2 + 25,520 d_0^2$$

$$V_n' = V_b - 1,04 \cdot V_c - V_g$$

$$V_n'' = V_n - V_n'$$

$$V_D = K V_c$$

$$V_m = V_D - V_n$$

$$V_0 = 3,1416 C^2$$

$$V_T = V_m + V_0$$

$$b = 0,56419 \sqrt{V_T}$$

$$a = 0,56419 \sqrt{V_b}$$

$$V_p = (1,634 \times 10^8) \frac{V_T}{V_c} \frac{1}{W_5}$$

$$H_p = 1,028 \sqrt[3]{V_p}$$

$$R_p = 0,5566 \sqrt[3]{V_p}$$

$$He^* = H_p + 90$$

$$Re^* = R_p + 28$$

$$(B^z)^* = \left( \frac{\pi}{He^*} \right)^2 + \left( \frac{2,4048}{Re^*} \right)^2$$

$$V_b' = 18 a_0 d_0 + 25,520 \cdot d_0^2 + 3,1416 a_0^2$$

$$\beta^0 = \arccos \frac{a_0}{c_0}$$

$$V_{g1}' = \pi(c_0^2 - a_0^2) + \frac{\pi \beta^0}{10} c_0^2 - 18 a_0 \sqrt{c_0^2 - a_0^2}$$

$$V_{g2}' = \frac{13,500 (d_0 - c_0 - a_0 - 0,20)}{H_p}$$

$$V_{g1}' = V_g - \frac{H_p - 6,0}{H_p} \cdot V_{g1}' - V_{g2}'$$

$$V_n' = V_b' - 1,04 \cdot V_e - V_{g1}'$$

$$(V_b' \Sigma^R) = 0,17928 \cdot V_c + 0,1334 V_{g1}' + 0,1632 \cdot V_n'$$

$$\Sigma^R = \frac{(V_b' \Sigma^R)}{V_b'}$$

$$\beta = 0,17928 \frac{V_c}{(V_b' \Sigma^R)}$$

$$\beta_e = \frac{0,54998 \cdot V_{g1}' + 0,55556 \cdot V_n'}{V_c}$$

$$\beta_i = \frac{0,19411 \cdot V_{g1}' + 0,35419 \cdot V_n'}{V_c}$$

$$(V_b' \Sigma^{R'}) = 0,28143 \cdot V_c + 0,2399 \cdot V_{g1}' + 0,2433 \cdot V_n'$$

$$\Sigma^{R'} = \frac{(V_b' \Sigma^{R'})}{V_b'}$$

$$\beta^i = 0,28143 \frac{V_c}{(V_b' \Sigma^{R'})}$$

$$\beta_e' = \frac{1 - \beta^i}{\beta^i}$$

$$\beta_1 = 0,6763 + \beta_e$$

$$\beta_2 = 0,6460 + \beta^i$$

$$\beta_3 = 0,3237 + \beta^i$$

$$\beta_4 = 0,9839 + \beta_e'$$

$$\beta_5 = 0,9881 + \beta_e'$$

$$P = P(a \Sigma^R)$$

$$P' = P(a \Sigma^{R'})$$

$$\beta_6 = 1 - \beta_2 \beta^P$$

$$\beta_7 = 1 - \beta_4 \beta^{iP'}$$

$$D_e = \beta_1 \beta_4 + 0,004138 \beta_2 - 0,005485 \beta_3$$

$$M = 1 - \beta_1 \beta^P - \beta_5 \beta^{iP'} + D_e \cdot \beta^P \beta^{iP'}$$

$$N = 0,01423 \cdot \beta^P - 0,002772 \cdot \beta^P P' -$$

$$-(D_e + 0,570 \cdot \frac{\beta_3}{\beta'} - 0,430 \frac{\beta_3}{\beta'} -$$

$$- 0,570 \cdot \frac{\beta_4}{\beta}) \cdot \beta^P \cdot \beta^P P'$$

$$E = 1 + \frac{N}{M}$$

$$D = 0,00317 \cdot \beta_7 \cdot \beta^P + 0,00483 \beta_6 \cdot \beta^P P' +$$

$$+ 0,00640 \cdot \beta_3 \cdot \beta^P \cdot \beta^P P'$$

$$C_R = \frac{D}{M}$$

$$R = 0,01116 \cdot \beta_7 \beta^P + 0,001608 \beta_6 \beta^P P' +$$

$$+ 0,00213 \cdot \beta_3 \cdot \beta^P \cdot \beta^P P'$$

$$\bar{R} = \frac{R}{M}$$

$$\alpha_i = \frac{0,1857 \beta^P}{\beta_6} \times \frac{1 - P'}{\beta_7}$$

$$(V_b' \bar{\Sigma}') = 0,570 \cdot (V_b' \bar{\Sigma}^R) + 0,430 \cdot (V_b' \bar{\Sigma}^{R'})$$

$$l_b' = \frac{V_b'}{(V_b' \bar{\Sigma}')} .$$

$$(V_m' \bar{\Sigma}') = 0,1889 \cdot V_m + 0,1732 (V_e - V_g)$$

$$+ 0,1976 (V_r - V_h')$$

$$l_m' = \frac{V_T - V_b'}{(\Sigma' V_m')}$$

$$D_i = \frac{V_b' l_b' + (V_T - V_b') l_m'}{3 V_T}$$

$$V(\xi \bar{\Sigma}_s) = 0,1221 \cdot V_m + 0,1278 V_r +$$

$$+ 0,007364 \cdot V_g + 0,007371 \cdot V_T$$

$$\Sigma_i = 0,058668 \frac{V(\xi \bar{\Sigma}_s)}{V_T \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_i)}$$

$$L_s^2 = \frac{D_i}{\Sigma_i}$$

$$S_e = 26,83 \cdot a_0 + 13 \cdot d_0$$

$$S_c = 232,5 \cdot a_0$$

$$h = \frac{0,2757 \cdot d_0^2 - c_0^2}{a_0}$$

$$\alpha = \alpha(0,2603 \cdot h)$$

$$S_{ef} = S_e + \alpha (S_c - S_e)$$

$$p_c = p_c(T_c)$$

$$I_{O_2}(T_0) = 3,41 + 17,32 \sqrt{\frac{S_{ef}}{p_c \cdot V_c}}$$



$$I_{O2} = I_{O2}(T_0) \cdot (0,016\sqrt{T_c} + 0,72584)$$

$$\alpha_p = (2,2804 \times 10^{-6}) \frac{\rho_c V_c x_{O2} I_{O2}}{V(\xi \Sigma_s)}$$

$$p = e^{-\alpha p}$$

$$\beta_w = (1,3407 \times 10^{-4}) \frac{\epsilon_p}{1 + L_s^2 B^2} \frac{V_c (\eta \sigma x)}{V(\xi \Sigma_s)}$$

$$\eta = \frac{\beta_w}{1 + 1,023 \cdot \beta_w}$$

$$\hat{\sigma}_a^{13} = 42 + 1431 \cdot \eta$$

$$\hat{\sigma}_a^{23} = 577,36 + 1042,7 \cdot \eta$$

$$\hat{\sigma}_f^{23} = 527,42 + 893,55 \cdot \eta$$

$$\hat{\sigma}_c^{23} = \hat{\sigma}_a^{23} - \hat{\sigma}_f^{23}$$

$$\hat{\eta}_{23} = 2,5091 \cdot \frac{\hat{\sigma}_f^{23}}{\hat{\sigma}_a^{23}}$$

$$\alpha'_{23} = \frac{\hat{\sigma}_c^{23}}{\hat{\sigma}_a^{23}}$$

$$\hat{\sigma}_a^{25} = 635,17 + 194,77 \cdot \eta$$

$$\hat{\sigma}_f^{25} = 541,42 + 33,10 \cdot \eta$$

$$\hat{\sigma}_c^{25} = \hat{\sigma}_a^{25} - \hat{\sigma}_f^{25}$$

$$\hat{\eta}_{25} = 2,43 \frac{\hat{\sigma}_f^{25}}{\hat{\sigma}_a^{25}}$$

$$\alpha'_{25} = \frac{\hat{\sigma}_c^{25}}{\hat{\sigma}_a^{25}}$$

$$R_{25}^t = R_{25} \cdot (1 - \alpha'_{25})$$

$$R_{23}^t = R_{23} \cdot (1 - \alpha'_{23})$$

$$R = F_R (\hat{\eta}_{23} R_{23} + \hat{\eta}_{25} R_{25})$$

$$E = (3,0439 \times 10^{-13}) \cdot (1,0263 \cdot R_{25}^t + 1,0105 R_{23}^t + R)$$

$$\bar{\Phi}_N = 438,51 \frac{\bar{W}_s}{E}$$

$$y = (3,413 \times 10^{-18}) \hat{\sigma}_a^{13} \cdot \bar{\Phi}_w$$

$$X_1 = E \frac{1,005 - p}{1 + L_s^2 B^2} + C_R$$

$$y_s = 39,502 \frac{y}{y+1} \frac{\bar{W}_s}{\bar{\sigma}}$$

$$R_{O2} = 7,4 x_{O2}$$

$$R_{23} = \frac{R_{O2} + X_1 \hat{\eta}_{25} R_{25}}{\frac{1+y}{1+y_s} - X_1 \hat{\eta}_{23}}$$

$$(\eta \sigma x) = \hat{\eta}_{23} R_{23} + \hat{\eta}_{25} R_{25}$$

$$\Psi = (3,7887 \times 10^{-14}) \frac{\sigma}{E}$$

$$a_{23} = a_{23}(\Psi)$$

$$b_{23} = b_{23}(\Psi)$$

$$a_{25} = a_{25}(\Psi)$$

$$b_{25} = b_{25}(\Psi)$$

$$1000 \cdot \sigma_{23} = a_{23} + b_{23} \cdot R$$

$$1000 \cdot \sigma_{25} = a_{25} + b_{25} \cdot R$$

$$1000 \sigma_{02} = (20 + 150 \cdot R) \cdot \Psi$$

$$R_{PF} = \sigma_{23} \cdot R_{23}^b + \sigma_{25} \cdot R_{25}^b + \sigma_{02} \cdot R$$

$$(\sigma x) = R_{02} + R_{23} \left( \frac{1 + 2y - y_s}{1 + y_s} + \alpha'_{23} \right) + R_{25} (1 + \alpha'_{25}) + R_{PF}$$

$$\bar{\eta} = \frac{(\eta \sigma x)}{(\sigma x)}$$

$$x_{25} = \frac{R_{25}}{\hat{\sigma}_a^{25}}$$

$$x_{23} = \frac{R_{23}}{\hat{\sigma}_a^{23}}$$

$$x_{13} = \frac{y - y_s}{1 + y_s} \times \frac{R_{23}}{\hat{\sigma}_a^{13}}$$

$$\hat{\sigma}_a^{24} = 92,0 + 839,0 \cdot R$$

$$R_{24} = \left( \frac{y - y_s}{1 + y_s} + \alpha'_{23} \right) \cdot R_{23}$$

$$x_{24} = \frac{R_{24}}{\hat{\sigma}_a^{24}}$$

$$\hat{\sigma}_a^{26} = 6,0 + 353,7 \cdot R$$

$$x_{26} = \frac{\alpha'_{25}}{\hat{\sigma}_a^{26}} R_{25}$$

$$x_{PF} = (R_{23}^b + R_{25} + R) \frac{\Psi}{2000}$$

$$x_{02} = 100 - (x_{13} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{PF})$$

$$\bar{R}_{25} = R_{25} - R_{24}$$

$$A^* = 232,11 x_{02} + 233,11 (x_{13} + x_{23}) + \\ + 234,11 x_{24} + 235,12 x_{25} + \\ + 236,12 x_{26} + 232 x_{PF}$$

$$N_c' = \frac{6024,9 \cdot \beta_c}{A^* + 3200}$$

$$\Sigma_{ac} = (6,2882 \times 10^{-5}) \cdot N_c' (Gz)$$

$$S_{xe} = \frac{2,093}{10^{-13} \cdot \Phi_N} \times 10^6$$

$$Y_{xe} = \frac{3,0377}{3,0377 + S_{xe} \cdot 10^{-6}}$$

$$\Sigma_a^{xe} = (3,2070 \times 10^{-6}) \cdot Y_{xe} \cdot N_c' \cdot \\ \cdot (R_{23}^t + 1,2549 \cdot R_{25}^t + 1,0784 \cdot R)$$

$$\Sigma_a^{sm} = (3,1441 \times 10^{-7}) \cdot N_c' (2,26 \cdot R_{25}^t + \\ + 1,32 \cdot R_{23}^t + R)$$

$$Z = \frac{\Sigma_a^{xe} + \Sigma_a^{sm}}{\Sigma_{ac}}$$

$$\Sigma_{ab} = \frac{V_c \Sigma_{ac} (1+Z) + 0,00567 \cdot V_g + 0,0000323 V_h'}{V_b}$$

$$(G_s z) = 13 \cdot x_{02} + 10 \cdot x_{13} + 11 \cdot x_{23} + \\ + 17,8 \cdot x_{24} + 15 \cdot x_{25} + 10,6 \cdot x_{26} + \\ + 15 \cdot x_{PF}$$

$$\Sigma_{sc} = N_c' [(G_s z) + 846] \times 10^{-4} + 0,169 \Sigma_a^{xe}$$

$$\Sigma_{Tc} = \Sigma_{ac} + \Sigma_{sc}$$

$$\Sigma_{sb} = \frac{V_c \Sigma_{sc} + 0,3358 \cdot V_g + 0,32901 \cdot V_h'}{V_b}$$

$$\Sigma_{Tb} = \Sigma_{ab} + \Sigma_{sb}$$

$$A = A (a \Sigma_{Tb})$$

$$\alpha = \alpha (a \Sigma_{Tb})$$

$$\beta = \beta (a \Sigma_{Tb})$$

$$F = 1 + A \frac{\Sigma_{ab}}{\Sigma_{Tb}} \left[ 1 + \alpha \frac{\Sigma_{sb}}{\Sigma_{rb}} + \right. \\ \left. + \beta \left( \frac{\Sigma_{sb}}{\Sigma_{rb}} \right)^2 \right]$$

$$A_0 = A (a_0 \Sigma_{Tc})$$

$$F_g = 1 + A_0 \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{Tc}}$$

$$(V \Sigma_a)_c = V_c \Sigma_{ac}$$

$$R_g = 0,00567 \frac{V_g F_g}{(V \Sigma_a)_c}$$

$$R_n' = 0,0000323 \frac{\sqrt{n}' F_g}{(V \Sigma a) c}$$

$$R' = 1 + Z + R_g + R_n'$$

$$\lambda = \lambda(0,2636 \cdot a)$$

$$\mu = 1,5 \cdot \lambda - 1$$

$$(K_0)_1 = K_0(0,5272 \cdot c)$$

$$(K_0)_2 = K_0(0,5272 \cdot a)$$

$$N = \mu \left[ 1 - \frac{(K_0)_1}{(K_0)_2} \right]$$

$$\Delta F = \frac{(V \Sigma a) c R' N}{3,1416 \cdot a}$$

$$M = 0,7903 \cdot a \frac{c_1 - a}{c_1 + a}$$

$$F_1 = F + \Delta F \cdot \left( \frac{M}{N} + 1 \right)$$

$$F_n'' = \frac{F + F_1}{2}$$

$$R_n'' = 0,0000323 \frac{\sqrt{n}'' F_n''}{(V \Sigma a) c}$$

$$R_n = R_n' + R_n''$$

$$R'' = R' + R_n''$$

$$F_2 = F_1 + 0,012746 \cdot (V \Sigma a) c \cdot \frac{R''}{c_1}$$

$$F_t = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

$$R_t = 0,00567 \frac{V_t F_t}{(V \Sigma a) c}$$

$$R''' = R'' + R_t$$

$$G = G \left( \frac{b}{c} \right)$$

$$G = \frac{3b^2 c}{b^2 - c^2} G$$

$$\lambda' = \lambda(0,2507 \cdot c)$$

$$\mu' = 1,5 \lambda' - 1$$

$$F_m = F_2 - \Delta F + \frac{(V \Sigma a) c R'''}{3,1416 \cdot c}$$

$$\cdot (0,2507 \cdot G + \mu')$$

$$R_m = 0,0000308 \frac{V_m F_m}{(V \Sigma a)_c}$$

$$R = R''' + R_m$$

$$f = \frac{1}{R}$$

$$K_{\infty} = \bar{\eta} \epsilon p f$$

$$F_0 V_0 = V_c + F_g (V_2' + V_g) + F_{R2}'' V_{R2}'' + F_t V_t$$

$$F_T V_T = F_0 V_0 + F_m V_m$$

$$(V \Sigma)_0 = V_c \Sigma_{TC} + 0,3358 \cdot V_g + 0,2636 V_{R2} + 0,3337 \cdot V_t$$

$$l_0 = \frac{V_0}{(V \Sigma)_0}$$

$$k_2 = \frac{F_0 V_0 l_0 + 3,929 \cdot F_m V_m}{3 F_T V_T}$$

$$\Sigma_2 = R \frac{(V \Sigma a)_c}{F_T V_T}$$

$$L^2 = \frac{D_2}{\Sigma_2}$$

$$\delta_0 = 22,408 \cdot D_2$$

$$\delta_H = 1,6465 \cdot \delta_0$$

$$\delta_R = \frac{R_p \delta_0}{R_p + \delta_0 \left( \frac{1,3296 - D_2}{D_2} \right)}$$

$$H_e = H_p + 2 \delta_H$$

$$R_e = R_p + \delta_R$$

$$B^2 = \left( \frac{3,1416}{H_e} \right)^2 + \left( \frac{2,4048}{R_e} \right)^2$$

$$P_1 = \frac{1}{1 + L_s^2 B^2}$$

$$P_2 = \frac{1}{1 + L^2 B^2}$$

$$K_{ef} = K_{\infty} P_1 P_2$$

$$\bar{\eta}^* = \frac{1,005 \bar{\eta}}{K_{ef}}$$

$$R'_{25} = \frac{\bar{\eta}^* (\sigma_x) - (\eta \sigma_x)}{\left( 1 + \frac{x_1}{x'} \hat{\eta}_{23} \right) \hat{\eta}_{25} - \bar{\eta}^* \left( 1 + \frac{x_1}{x'} \gamma \hat{\eta}_{25} + \alpha'_{25} \right)}$$

$$R_{25}^* = R_{25} + R_{25}'$$

$$\bar{R}_{25}^* = R_{25}^* - R_{24}$$

$$10^{13} \cdot E^0 = 3,0439 \left\{ R_{23}^0 \left[ 1,0105 \cdot \right. \right.$$

$$\left. (1 - \alpha'_{23}) + F_R \hat{\eta}_{23} \right] +$$

$$\left. + R_{25}^0 \left[ 1,0263 \cdot (1 - \alpha'_{25}) + F_R \hat{\eta}_{25} \right] \right\}$$

$$\bar{\Phi}_w^0 = 438,51 \frac{W_s}{10^{13} \cdot E^0} \times 10^{13}$$

$$\Psi^0 = 0,37887 \frac{\sigma}{10^{13} \cdot E^0}$$

$$s^0 = \frac{29230}{10^{-13} \cdot \bar{\Phi}_w^0}$$

$$y^0 = \frac{\hat{\sigma}_a^{13}}{s^0}$$

$$R_{23}^{2g} = \frac{710,4 + X_1 \hat{\eta}_{25} R_{25}^0}{1 + y^0 - X_1 \hat{\eta}_{23}}$$

$$s^{13} = \hat{\sigma}_a^{13} + s^0$$

$$\frac{R_{23}^0}{R_{23}^{2g}} = 1 - \frac{1000}{(s^{13} - \hat{\sigma}_a^{23}) \Psi^0} \times$$

$$\times \left[ \frac{s^{13}}{\hat{\sigma}_a^{23}} \left( 1 - e^{-\frac{\hat{\sigma}_a^{23} \Psi^0}{1000}} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\hat{\sigma}_a^{23}}{s^{13}} \left( 1 - e^{-\frac{s^{13} \Psi^0}{1000}} \right) \right]$$

$$R_{23}^0 = \left( \frac{R_{23}^0}{R_{23}^{2g}} \right) \cdot R_{23}^{2g}$$

$$\frac{R_{13}^0}{R_{13}^{2g}} = 1 - \frac{1000}{s^{13} \Psi^0} \left( 1 - e^{-\frac{s^{13} \Psi^0}{1000}} \right)$$

$$R_{13}^0 = \left( \frac{R_{13}^0}{R_{13}^{2g}} \right) \cdot y^0 R_{23}^0$$

$$a_{23}^0 = a_{23}(\Psi^0)$$

$$b_{23}^0 = b_{23}(\Psi^0)$$

$$1000 \theta_{23}^0 = a_{23}^0 + b_{23}^0 \cdot \pi$$

$$a_{25}^0 = a_{25}(\Psi^0)$$

$$b_{25}^0 = b_{25}(\Psi^0)$$

$$1000 \theta_{25}^{\circ} = a_{25}^{\circ} + b_{25}^{\circ} \cdot r$$

$$1000 \theta_{02}^{\circ} = (20 + 150 \cdot r) \cdot \psi^{\circ}$$

$$N^{\circ} = \bar{\eta}^* (710,4 + R_{13}^{\circ}) - \left\{ \hat{\eta}_{23}^{\circ} - \bar{\eta}^* \left[ 1 + \theta_{23}^{\circ} (1 - \alpha'_{23}) + \theta_{02}^{\circ} F_R \hat{\eta}_{23}^{\circ} \right] \right\} \cdot R_{23}^{\circ}$$

$$M^{\circ} = \hat{\eta}_{25}^{\circ} - \bar{\eta}^* \left[ 1 + \theta_{25}^{\circ} (1 - \alpha'_{25}) + \theta_{02}^{\circ} F_R \hat{\eta}_{25}^{\circ} \right]$$

$$R_{25}^{\circ} = \frac{N^{\circ}}{M^{\circ}}$$

$$x_i = \frac{R_{25}^{\circ} \psi^{\circ}}{1000 \left( 1 - e^{-\frac{6 a_{25}^{\circ} \psi^{\circ}}{1000}} \right)}$$

$$I = 0,6789 \cdot x_i \left( \frac{10}{\bar{w}_s} + \frac{2920}{G} \right)$$

$$M_0 = \frac{1}{\bar{w}_s}$$

$$M_T = \frac{292}{G}$$

$$M_0' = 1,10 M_0 + 0,932 M_T$$

$$\Delta I = 972,3 \cdot \frac{1}{E \times 10^{13}} \cdot \frac{\bar{R}_{25}^{\circ}}{1000}$$

$$C_{25} = 1,204 \cdot (3,789 \cdot x_i \cdot M_0' - 0,765 \cdot \Delta I)$$

$$\Delta x_{02} = \frac{\psi}{1000} \left[ R_{02} + X_1 (\eta_{5x}) \right]$$

$$C_{02} = 1,1023 \left[ \left( 1 - \frac{x_i}{100} \right) \cdot M_0' - 0,00765 \cdot \Delta x_{02} \cdot M_T \right]$$

$$E_0 = 0,26 + \frac{0,35}{a_0}$$

$$T_r = \frac{56154}{G}$$

$$T = T_r + \frac{19,231}{\bar{w}_s}$$

$$F_0 = 37,5 + \frac{33,5}{T}$$

$$F = E_0 F_0 + 2,50$$

$$F_o' = 48,8 + \frac{40,0}{T}$$

$$F_r' = 8,2 + \frac{68,3}{T_r}$$

$$F' = \epsilon_o F_o' + 1,05 \cdot F_r' + 9$$

$$C_f' = 0,10 \cdot (F \cdot M_o - 0,765 \cdot F \cdot M_r)$$

$$C_{25}' = 12,040 \Delta I$$

$$C_{O_2}' = 0,11023 \cdot \Delta x_{O_2} \cdot M_r$$

$$C_f' = F' \cdot M_r$$

$$\frac{M_o}{m_c} = 0,088789 \cdot K + 0,004771 \cdot \frac{V_r}{V_c}$$

$$M_D = \frac{m_o}{m_c} \cdot M_o$$

$$V_{rf} = \frac{3,1416 (H_p + 100) \cdot (R_p + 30)^3}{- V_p}$$

$$M_a = M_D + 0,5272 \cdot V_{rf} \cdot 10^{-9}$$

$$C_a = 4,488 \cdot M_a$$

$$C = C_{25} + C_{O_2} + C_f$$

$$C' = C'_{25} + C'_{O_2} + C'_f$$

$$C_{fim} = C + C' + C_a$$

$$b = 1 - \frac{\overline{R_{25}}^*}{R_{23} + R_{25}^*}$$

$$I_t = I + 29,167 \cdot \Delta I$$

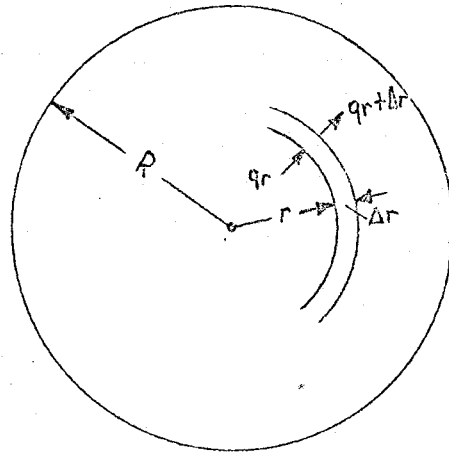


## ANEXO II

EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA CONDUÇÃO DE  
CALOR EM GEOMETRIA CILÍNDRICA

Considere-se no interior de um elemento combustí-  
vel, uma casca cilíndrica coaxial a ele, com raio  $r$  e espes-  
sura  $\Delta r$ .

Pode-se escrever, para regime permanente de trans-  
ferência de calor:



$$q''' 2\pi r \Delta r L = q_{r+\Delta r} - q_r \quad (\text{AII-1})$$

onde

$$q_r = -k_f A \frac{dT}{dr} = -2\pi L k_f r \frac{dT}{dr}$$

e

$$q_{r+\Delta r} = q_r + \frac{dq_r}{dr} \Delta r =$$

$$= -2\pi L k_f r \frac{dT}{dr} - 2\pi L k_f \left( r \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} \right) \Delta r$$

AII-2

Entrando-se com as expressões anteriores na fórmula (AII-1), obtém-se após simplificações a fórmula

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{q'''_f}{k_f} = 0$$

E R R A T A

- Página 42 - 8<sup>a</sup> linha

Escrito: D. Van Mostranel Co, Inc

Leia-se: D. Van Mostrand Co, Inc

- Página 47 - 10<sup>a</sup> linha

Escrito: Condições na entrada do canal seguinte

Leia-se: Condições na entrada do degrau seguinte